

צורה וארחה

גאומטריה

גובה במשולשים רינה גפני

בכתבה זו נעסוק במושג גובה במשולשים. דרך הצגת הנושא תהיה באמצעות שאלות חקירה, שיכללו גילוי והעלאת השערות, הסקת מסקנות והכללה. שלבים אלו הכרחיים בהוראת מושגים גאומטריים, שכן זה תואם את אופיה של הגיאומטריה, שמבנה הדעת שלה הוא קשרים ויחסים בין עצמים שונים, כשהמעבר ביניהם מושתת על חוקי הלוגיקה וההגיון. בדרך זו ניתן לקרב את התלמידים לנושא ולתת להם לחוש, ולו גם בצורה ראשונית, אינטואיטיבית וניסיונית את המבנה של הגיאומטריה.

החקירה שתוצג להלן תתבסס על אוסף פרויקטים נפרדים העוסקים כל אחד בהיבט אחר של מושג הגובה. אין לראות בהם בהכרח רצף מתודי, ואין צורך ללמד את כולם.

רמת החקירה, שלביה, ותת-הנושאים שייחקרו תלויה בגיל התלמידים וברמת יכולתם. לכן ייתכן שבאותה כיתה תלמידים שונים יעסקו בפרויקטים שונים, וייתכן שבכיתות שונות יטפלו בהיבט שונה של הגובה בהתאם לנושאים הנוספים הנלמדים ומתייחסים לנושא זה.

לצורך ביצוע החקירה יש לספק לתלמידים כלים שישמשו אמצעי לגילוי ובדיקת ההשערות, להנחותם בדרך העבודה ובדרך איסוף התוצאות, וללמדם כיצד לערוך ניתוח של התוצאות ע"מ להסיק מהן מסקנות.

ידע בסיסי הכרחי: התלמיד מכיר את המושג אנך מנקודה לישר, ויודע שמנקודה מחוץ לישר אפשר להוריד אנך אחד ויחיד.

פרויקט 1

הגדרת המושג גובה.

התלמיד יקבל מספר משולשים עם שרטוטי גבהים, (ראה דוגמא שרטוט 1) ויתבקש לרשום תכונות שונות המתאימות לקטע, המסומן ב- AD . רצוי לראות בהגדרת הגובה אוסף של תכונות, ולא לנסח הגדרה מילולית במשפט אחד כמקובל, וזאת כדי לתת לתלמיד כלי שבאמצעותו ניתן יהיה להחליט

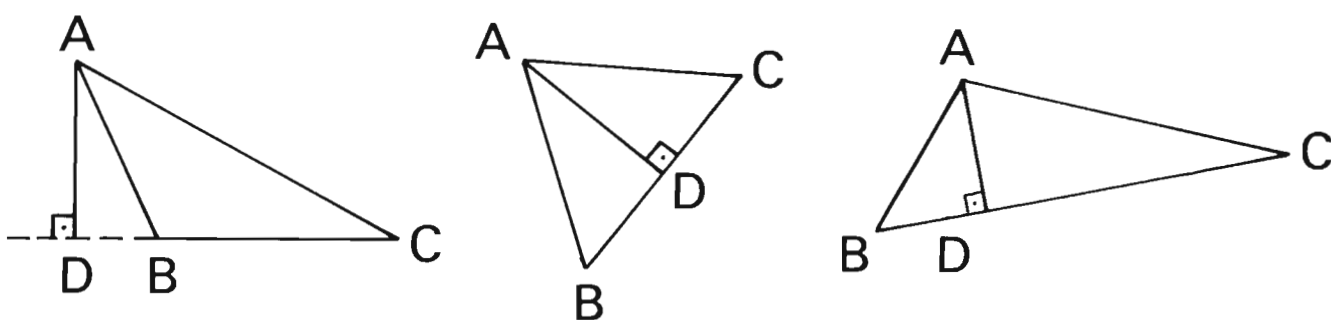
לגבי קטעים משורטטים, האם הם גבהים במשולש או לא, וכן ניתן יהיה לבנות גבהים במשולשים שונים. תכונות הקטע שייקרא גובה הן:

א. יוצא מקודקוד.

ב. מאונך לישר המכיל את הצלע שמול הקודקוד.

ג. מסתיים במפגש עם הצלע שמול הקודקוד או עם המשכה.

השרטוטים שיוצגו לתלמיד לצורך מציאת ההגדרה של הגובה צריכים לכלול מצבים שונים של סוגי משולשים וכיוונים. לא מומלץ לתת משולש ישר זווית לשלב הגילוי. שכן החפיפה בין הניצב לגובה עלולה להקשות, אך בשלב שבו מוכנה רשימת התכונות של הגובה – הכרחי להתלבט בשאלה זו.



שרטוט מס' 1

פרויקט 2

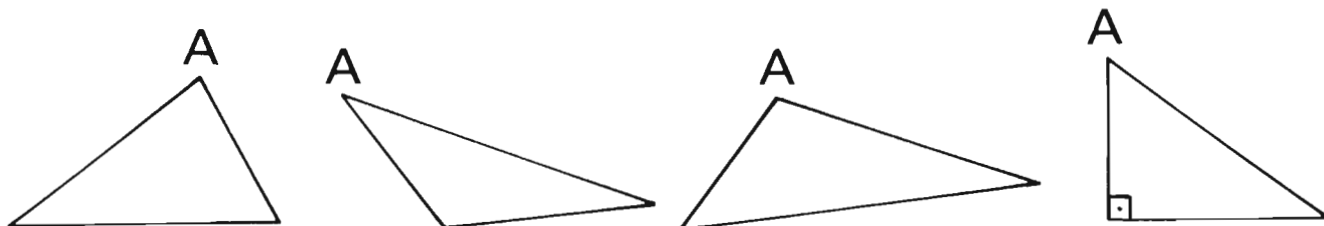
שאלות העולות לאחר הכרת ההגדרה

בפרויקט זה יעסוק התלמיד בניתוח מרכיבי ההגדרה וההשלכות מהם. לפיכך מתוך תכונה א' עולות שאלות לגבי זוויות שונות שליד הקודקוד ממנו יוצא הגובה, ומתוך תכונה ג' עולות שאלות לגבי מקום החיתוך של הגובה והישר שעליו נמצאת הצלע מול. אין הכוונה בשלב זה להגיע לניתוח סוגי משולשים, למרות הקשר ההדוק שביניהם, לכך יוקדש פרויקט נפרד (אך ניתן גם לשלבם זה בזה).

לצורך התייחסות לשאלות ישתמש התלמיד בדף עבודה שבו משולשים שונים ומגוונים לאחר ששרטט בהם גובה אחד. ראה שרטוט 2.

שרטט גובה מקודקוד A.

הוסף דוגמאות משלך.



שרטוט מס' 2

- א. היכן יכולה להימצא נקודת הפגישה של הגובה עם הישר עליו נמצאת הצלע?
 — על הצלע, מחוץ לצלע (המשכה), על קצה הצלע.
- ב. האם אפשר לדעת מראש היכן תהיה נקודת פגישה זו?
- ג. האם אפשר לחזור על ההגדרה לגבי קודקודים נוספים? כמה גבהים במשולש?
- ד. היכן נמצאים הגבהים? — בתוך המשולש, מחוץ למשולש, על צלעות המשולש.
- ה. האם אפשר לדעת מראש היכן ימצאו הגבהים?

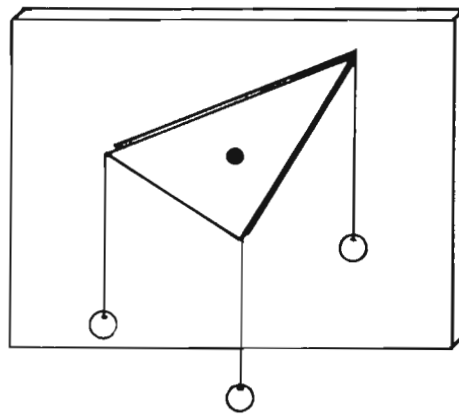
הערה — כאמור, שאלות ב' וד' מתייחסות בשלב זה רק לקודקוד ממנו יוצא הגובה, ועל כן ההבחנה היא בין הזוויות שליד הקודקוד, ע"פ הבחנה זו ניתן לקבוע רק עבור זווית קהה וישרה בהן יפול הגובה תמיד בפנים, ולכן יחתוך את הצלע ממש, ואילו בזווית חדה המצב לא קבוע וייתכנו אפשרויות שונות, לכן יש לבדוק אינפורמציה נוספת, כדי להחליט על מקום הגובה.

פרויקט 3

שאלות הקושרות בין סוג המשולש והגבהים

כלי החקירה יוכנו ע"י המורה כציוד עזר כיתתי, והם כוללים:

- 3** משולשים: חד זווית, ישר זווית, קהה זווית, שוני צלעות, מקרטון קשיח או פוליגל, לקודקודיהם מחובר חוט שבקצהו חרוז ואורכו לפי הגובה היוצא מקודקוד זה; לוח מלבני מקרטון קשיח או פוליגל להצמדת המשולשים. ראה שרטוט מס' 3.



שרטוט מס' 3

כדי לענות על שאלות החקירה יוצמדו המשולשים לקרטון המלבני באמצעות סיכה, וע"י סיבובם כך שכל פעם תהיה צלע אחרת של המשולש מאוזנת, ניתן יהיה לראות היכן נמצא הגובה היורד לצלע זו. אם מעוניינים לראות את כל הגבהים יחד, יש להצמידם למשולש או ללוח באמצעות נייר דבק.

- א. בחן את הקשר בין כל סוג משולש ומיקום שלושת הגבהים שלו.
- ב. מה מספר הגבהים המינימלי שעליך לדעת את מיקומם כדי לדעת את סוג המשולש.
- למורה: שים לב שהמספר המינימלי של גבהים שיש לדעת מותנה במיקום הגובה הנבדק.

מיקום	מספר מינימלי	סוג המשולש
בחוץ	1	קהה זווית
על צלע	1	ישר זווית
בפנים	2	חד זווית

ג. חקור את נקודת הפגישה של הגבהים.

ד. נסה להגדיר משלוש חד זווית, קהה זווית וישר זווית שלא באמצעות הזוויות כבהגדרה המקובלת, אלא באמצעות תכונות הגבהים.

פרויקט 4

שאלות הקשורות לאורכי הגבהים

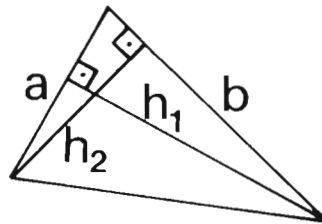
כלי החקירה: סרגל, זוגות משולשים גזורים משקפים (או כל חומר שקוף אחר), עליהם משורטטים שלושת הגבהים, בצבעים שונים, סוגי המשולשים: שווי שוקיים, שווי צלעות שוני צלעות.

א. חקור את אורכי הגבהים.

ניתן להשתמש בסרגל או במשולשים הגזורים ע"י הנחתם זה על גבי זה בכל המצבים האפשריים בתנאי שיכסו זה את זה במדויק, כך ניתן יהיה לבדוק איזה גבהים שווים בכל משולש. לגבי משולשים קהי זווית ושווי שוקיים יש להשתמש בשרטוט, שכן גזירתם לא תאפשר להשוות בין שני הגבהים השווים הנמצאים מחוץ למשולש.

ב. חקור את היחס בין אורכי זוג גבהים והיחס בין אורכי זוג הצלעות אליהן מגיעים הגבהים. בחקירה זו הכוונה לגלות שלצלע ארוכה יותר יגיע גובה קצר יותר. ואף יותר מזה, ניתן ע"י ביצוע מדידות לראות, שאם צלע אחת ארוכה מהשנייה פי n , אז הגובה אליה יהיה קצר פי n מהגובה לצלע השנייה. (אפשר להשתמש במחשבון לחישובי היחס – המנה, וכך להסתדר גם עם מספרים לא שלמים).

(אם התלמידים יודעים כבר את הנושא שטח משולש, ניתן להסביר מדוע יחס הגבהים הפוך ליחס הצלעות, $2s = a \times h_1 = b \times h_2$, ולכן $a/b = h_2/h_1$ אם לא, ניתן להשאיר את ההסבר לשלב מאוחר יותר, או לדחות את כל הדיון הנ"ל). ראה שרטוט מס' 4.

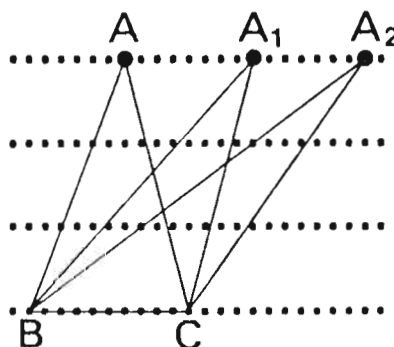


שרטוט מס' 4

ג. חקור משולשים שונים שיש להם **צלע משותפת** CB , והגובה היורד לצלע זו שווה בכלם. בדוק היכן נמצא הקודקוד השלישי שלהם. ראה שרטוט 5.

(אם התלמידים למדו כבר קווים מקבילים, הרי שניתן להצביע על המקביל לצלע במרחק הגובה כמקום הגיאומטרי המבוקש, כלומר הישר שעליו יימצאו כל הקודקודים המבוקשים. אם לא, אפשר להסתפק בכך שימצאו 2, 3 קודקודים ויגלו שהם נמצאים על קו ישר. אפשר לתת את הפעילות רק לתלמידים מתקדמים).

פעילות זו נוח לבצע על לוח מסמרים, ולבנות את המשולשים בעזרת גומיות.



שרטוט מס' 5

ד. חקור את הקשר שבין אורך הגובה, ואורך שתי הצלעות היוצאות מאותו קודקוד. אפשר להציג שאלת חקירה זו בצורה יישומית:
נניח שרוצים לבנות שער בצורת משולש שיוכל לעבור בו אדם גבוה במיוחד, **2** מטר גובהו, האם המוטות הצדדיים יכולים להיות קצרים, ארוכים או שווים ל-**2** מטר?
בהמשך לחקירה זו אפשר להשוות בין הגובה במשולשים שונים, אשר בהם אורך שתי הצלעות היוצאות מאותו קודקוד קבוע, כלומר אורך הצלע אליה יורד הגובה הוא המשתנה היחיד, ומשפיע באופן ישיר על שינוי הגובה.