

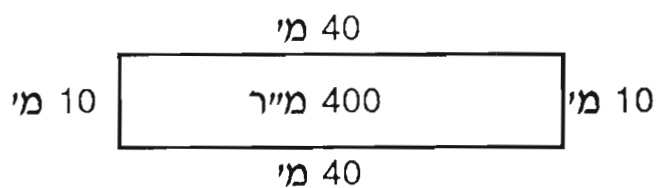
הנקודה האופטימלית . . .

שלמה ענבר

האגדות מספרות כי בתקופת המערב הפרוע נהגו המהגרים לשאת גדרות - (חבלים) על גבי הסוסים ולהציבם במקום שהתאים ביותר למרעה. ה"חוק" היה: כל מי שהקיף שטח אדמה מלבני בעזרת הגדר הנתונה - שלו היא. מובן שכל אחד שאף להכיל בתוך הגדר שטח מקסימלי.

השאלה היא: איזה מלבן עליו לבנות כדי לקבל שטח מרעה מקסימלי: האם רצוי לבנות מלבן צר וארוך או מלבן פחות צר? או שמא אין כל הבדל וכל המלבנים שווים שטח עקב היותם שווים היקף? במלים אחרות, מהו הפתרון האופטימלי אשר יתן מקסימום שטח עבור היקף נתון, קבוע?

כדי לברר סוגיה זו עם התלמידים, נמצא תחילה פתרון לבעיה מסוימת, פרטית. נניח שאורך הגדר, כלומר היקף המלבן, הוא 100 מ'. אם נבחר את אורך החלקה - 40 מ', יהיה רוחבה 10 מ' והשטח 400 מ"ר.



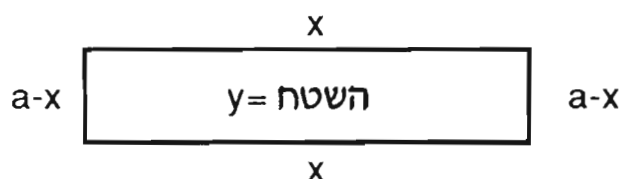
אם האורך יהיה 35 מ' יהיה הרוחב 15 מ' והשטח 525 מ"ר = 35×15 . נרשום כעת בטבלה ערכים אפשריים אחדים לאורך, לרוחב ולשטח.

אורך המלבן במ'	רוחב המלבן במ'	שטח המלבן במ"ר
45	5	225
40	10	400
35	15	525
30	20	600
25	25	625
20	30	600

מתוך נתוני הטבלה אנו רואים כי שטח המלבן הוא מקסימלי כאשר האורך והרוחב שווים זה לזה קרי - **המלבן הנו ריבוע**. בעזרת דוגמאות נוספות ניתן, בשלב זה, להסיק כי לפנינו מסקנה כללית, כלומר מבין כל המלבנים בעלי אותו היקף - הריבוע הוא בעל השטח המקסימלי.

פתרון זה יספיק לתלמידי ביה"ס היסודי; למעוניינים נציג כעת פתרון כללי.

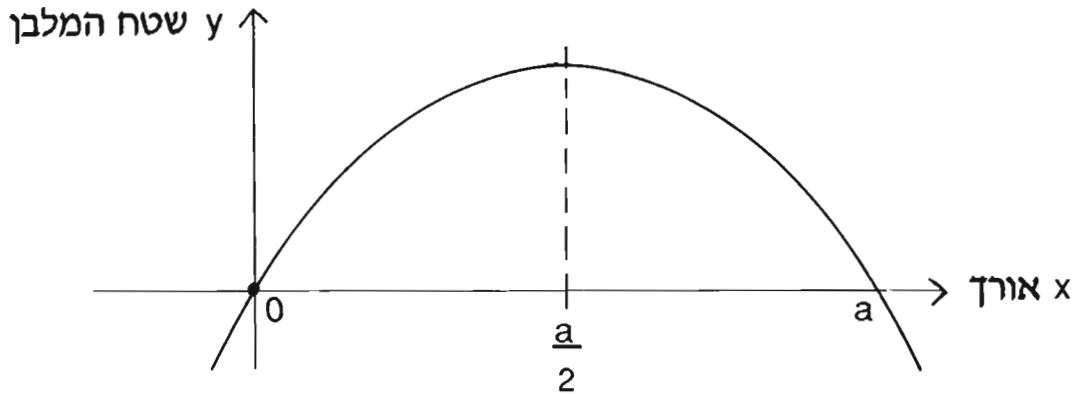
נניח שהיקף המלבן $2a$ מ' (מס' קבוע). מחצית ההיקף $a =$ מ'. האורך x מ' והרוחב $(a-x)$ מ'.



נסמן ב- y את ערך השטח המתקבל ממכפלת האורך ברוחב.

$$y = x(a-x) = ax - x^2$$

אם נבחר $(2a=100)$ ונשרטט במערכת צירים שבה x - אורך, y - שטח, את הנקודות מהטבלה הקודמת, נקבל פרבולה (ראה בשרטוט).



הפרבולה חותכת את ציר x כאשר $x=0$ וכאשר $x=a$.

כידוע, לכל פרבולה יש סימטריה (קו דמיוני העובר "במרכזה"). ציר זה יעבור במחצית המרחק שבין $x=0$ לבין $x=a$ דהיינו בנקודה

$$x = \frac{a}{2}$$

עבור x מיוחד זה נקבל ערך מקסימלי לשטח.

אם נתייחס לדוגמא הנ"ל שבה מחצית ההיקף $a=50$ נקבל את השטח המקסימלי כאשר

$$x = \frac{50}{2} = 25$$

כלומר אורך המלבן 25 מ' ולכן גם הרוחב 25 מ'.

בעיה זו ודומות לה עשויות לחזד את ההבדל בין מושג ההיקף (הנמדד במטרים) לבין מושג השטח (הנמדד במ"ר). ניתן להמחיש ללומד, כי עבור ערכים משתנים של אורך המלבן נקבל גם ערכים משתנים של שטח המלבן. קיימת תלות מתימטית בין האורך שנבחר לבין השטח שנקבל. תלות זו מכילה הפעם נקודה אופטימלית, והיא הנקודה המעניינת...

סימני התחלקות ושארית

נחמה חורין

הפרק של סימני התחלקות הוא נושא הנלמד בכיתות ג'-ד'. הלמידה מתמקדת בהכרת הסימנים ובמיון המספרים למספרים המתחלקים ללא שארית, ועם שארית. במאמר זה נתייחס לפן נוסף של הנושא, והוא **מציאת השארית**, וזאת על פי סימני ההתחלקות, מבלי לבצע את פעולת החילוק. נושא זה יכול לשמש כחומר העשרה לתלמידים מתקדמים, או כדרך לחזרה מעניינת על הנושא.

לגבי המספרים 2 ו 10 מציאת השארית פשוטה: בחילוק מספר אי זוגי ב-2 השארית תהיה 1.

בחילוק מספר ב 10 - השארית תהיה ספרת האחדות השונה מאפס.