



# רעש... חושבים

## פיתוח חשיבה

### חידות חשבון באותיות - העשרה

#### נאוה אלמוג

במאמר זה נציג כיצד ניתן להתמודד עם שעשוע חשבוני, מהסוג שבו נתקלים בעיתוני סוף-שבוע ובחוברות תשבצים.

מה נוכל להפיק מפעילות זו ?

א. עיסוק נוסף בלוח הכפל, הדורש מיומנות של מעבר מהיר מהכפולה לגורמים ולהפך.

דוגמאות: 1. מה הם המספרים שמכפלתם תיתן ספרת אחדות מסוימת?

למשל: ספרת אחדות 9 תתקבל מ  $7 \times 7$ ,  $1 \times 9$ ,  $3 \times 3$ .

2. מה הם המספרים שספרת האחדות של מכפלתם שווה לאחד

מהגורמים?

למשל:  $3 \times 5 = 15$ ,  $6 \times 8 = 48$

ב. תרגול כפל מספר רב ספרתי במספר רב ספרתי (ו/או חילוק ארוך) הדורש שליטה והבנה במבנה העשורי ובאלגוריתם הכפל.

ג. עיסוק משעשע המהווה אתגר.

ד. פיתוח חשיבה מתימטית - לוגית (אם ← אז).

#### תרגיל

בתרגיל שלפניך הוחלפו הספרות באותיות. עליך למצוא איזו ספרה מייצגת כל אות (הערה: אות שמופיעה יותר מפעם אחת, מייצגת תמיד אותה ספרה וכל אות מייצגת ספרה שונה).

$$\begin{array}{r}
 \text{א ר ו ר א} \\
 \text{ת ק ו ה} \\
 \hline
 \text{א א ח ע ת ו} \\
 \text{ע ו ב ו ר י} \\
 \text{ר ר ח ב א ב} \\
 \text{ת ו ר ע ע ר} \\
 \hline
 \text{א ח א ו ו ו ת ר ר}
 \end{array}$$

- בתרגילים רבים מסוג זה כדאי להתחיל מגילוי הספרה 0. אביא מספר נימוקים לכך:
- 0 אינו מופיע כספרה שמאלית קיצונית.
  - בתרגילי חיבור  $x + 0 = x$  וכן  $x + x = 0$ . כאשר פותרים תרגיל חילוק מופיעים תרגילי חיסור ואז  $x - 0 = x$ .
  - אם אחת הספרות בכופל (המספר השני בתרגיל הכפל) היא 0 נוכל לראות הזזה של שורת כפל (או שורה של אפסים).
  - אם ספרת האחדות של הנכפל (המספר הראשון בתרגיל הכפל) היא 0, יהיו הספרות הימניות בכל שורות הכפל שוות ל-0.
  - לעתים כדאי להתחיל מגילוי הספרה 1. נימוקים:
    - אם אחת הספרות בכופל היא 1, נראה כי שורת הכפל המתאימה לה היא העתק של הנכפל.
    - אם ספרת האחדות של הנכפל היא 1, יהיו הספרות הימניות בכל שורות הכפל שוות לספרות המתאימות של הכופל.
    - אם הספרה השמאלית קיצונית של הנכפל היא 1, נוכל לראות כי מספר הספרות במרבית שורות הכפל שווה למספר הספרות של הנכפל (במקרים אחרים מספר הספרות במרבית שורות הכפל גדול ב-1 ממספר הספרות של הנכפל).
    - בתרגיל חיבור של שתי ספרות ההעברה האפשרית היחידה היא של 1 (עשרת אחת).

## פ ת ר ו ן

על מנת שיהיה ברור על איזו אות מדובר בכל שלב של הפתרון, נכניס את התרגיל לטבלה.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A					ת	ח	ו	ר	א
B						ה	ו	ק	ת
C				ו	ת	ע	ח	א	א
D			י	ר	ו	ב	ו	ע	
E		ב	א	ב	ח	ר	ר		
F	ר	ע	ע	ר	ו	ת			
G	ר	ר	ת	ו	ו	ו	א	ח	א

נבדוק איזו אות יכולה לשמש כ-0: ת, ק, ו, ה לא יכולות להיות 0 כיוון ששורות הכפל שלהן F, E, D, C אינן שורות של אפסים (נימוק ג). י, ב, ר לא יכולות להיות 0 כיוון שהן משמשות כספרות שמאליות

בשורות F, E, D (נימוק א). בעמודה h שורות C, D, G יש תרגיל חיבור:  $\aleph + \epsilon = \eta$ . מכאן נובע -  $\aleph$ ,  $\epsilon$  לא יכולות להיות 0 (נימוק ב). פסלנו 9 אותיות מלהיות אפס ולכן  $\eta = 0$ .

נתבונן בעמודה i שורות A, B, C שם מופיע תרגיל כפל  $\aleph \times \aleph = \aleph$ , כלומר ספרת האחדות בכפל של ת-1 היא  $\aleph$ . במקרה כזה קיימות שלוש אפשרויות:

1. ת=1.

2.  $\aleph=5$ , ת אי-זוגי.

3. ת=6,  $\aleph$  זוגי.

אפשרות 1 לא יכולה להתקיים מכיוון שאם ת = 1 הרי ששורה C צריכה להיות העתק של שורה A (נימוק ה). נבדוק את אפשרות 2 - מאחר שמצאנו כי  $\eta = \rho$  הרי שמתרגיל החיבור בעמודה h ניתן להסיק ש  $\aleph + \epsilon = 10$ , ולכן: אם  $\aleph = 5$  אז  $\epsilon = 5$ , כלומר שתי אותיות מתאימות לאותה ספרה, וזאת סתירה. מסקנה - ת = 6.

נתבונן בנכפל. במקום A, e נמצאת האות ת שערכה, כפי שכבר גילינו, הוא 6. מימין לספרה זו, במקום A, f, נמצאת האות ח שערכה 0. כאשר כופלים ספרה כלשהי ב-0 אין העברה. לכן, שתי הספרות השמאליות בשורות C, D, E, F הן בדיוק תוצאות הכפל ב-6 מכאן: ת x ת = ת ו  $6 \times 6 = 36$  כלומר  $3 = 6$  (שורה C).

מאותה סיבה  $1 \times \aleph = \aleph$  כלומר  $1 = \aleph$  (שורה E).

במקום E, g נמצאת האות ר, שהיא ספרת האחדות במכפלה של  $1 \times (B, g)$  ב- $\aleph (A, i)$  כלומר  $8 \times 3$ . לכן  $7 = 4$ .

זוכרים כי  $\aleph + \epsilon = 10$ ? אם כך -  $\epsilon = 2$ . האות  $\epsilon (D, h)$  היא ספרת האחדות במכפלה של ק  $(B, h)$  ב- $\aleph (A, i)$ . לכן  $9 = \kappa$  (ק לא יכול להיות 4 כיוון שגילינו כי  $4 = \gamma$ ). האות ת  $(F, f)$ , שערכה 6 היא ספרת האחדות במכפלה של ה  $(B, f)$  ב- $\aleph (A, i)$ , שערכה 8, לכן  $\eta = 7$  (הספרה 2 נתגלתה כשייכת לאות  $\epsilon$ ). כפל אחרון בשורה D הוא  $9 \times 6 = 54$  ולכן  $5 = 4$ .

בשלב זה אפשר להציב את הספרות, שהתאמנו אותן לאותיות, בתרגיל המקורי ולבדוק. אפשר, כמובן, לפצח את החידה על ידי הבאת נימוקים אחרים, או על ידי אותם נימוקים בסדר שונה.

נסו לפתור את התרגיל הבא (מתוך חוברת "ניקוי ראש" 55):

			ב	ח	י	ר	ה
			ט	ו	ב	ה	x
			<hr/>				
			ט	י	מ	מ	פ
			ר	י	ה	י	פ
			ח	ב	ר	א	ר
			פ	ח	ו	י	ח
			<hr/>				
			ט	א	ר	ב	ט

אמרה: 7564 683לת 25604 2ש04 1ק9.

שלחו אלינו את תשובותיכם.