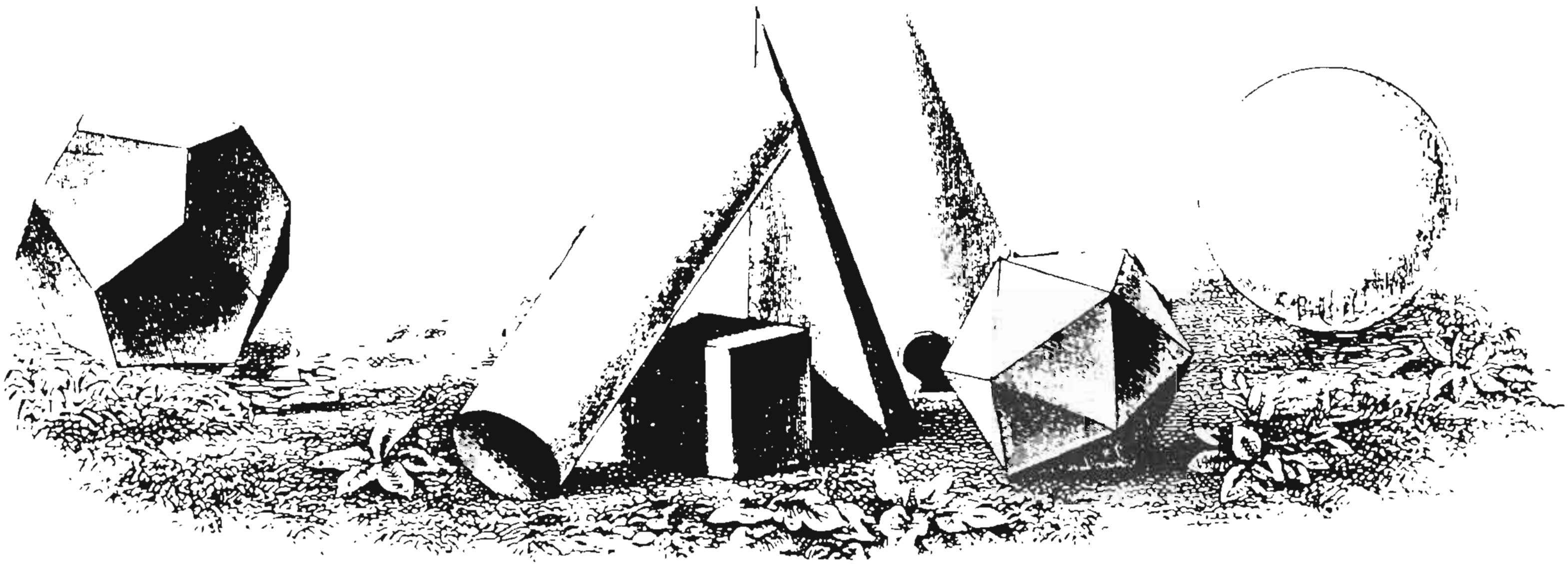


צורה ומרחב

גיאומטריה

בעיות חזרה על מושגים בגיאומטריה

רינה גפני

בעיות חזרה על מושגים גיאומטריים תופסות חלק חשוב בתהליך ההוראה, וברור לכל, שיש לחזור בכל שנה ושנה על כל המושגים שנלמדו, ולבנות עליהם את המושגים החדשים. יחד עם זאת, רצוי לעשות את החזרה בצורה מעניינת ומגוונת ושונה מהתרגילים שהכירו בעבר. במיוחד אמורים הדברים כאשר אנו חוזרים על מושגים משנים קודמות, שכן רמת התלמיד דורשת שינוי גישה.

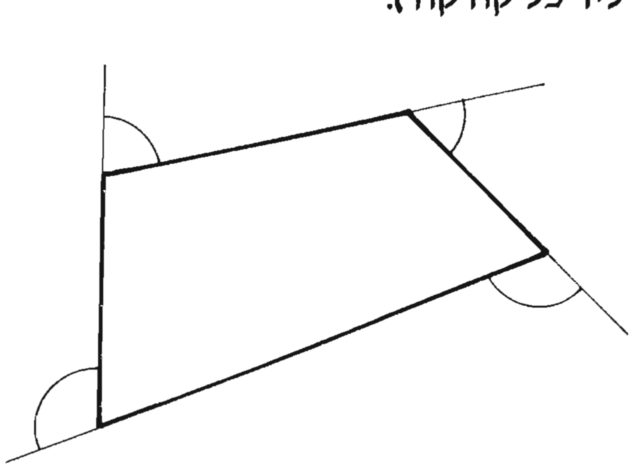
במאמר זה אציג כמה דוגמאות לחזרה על מושגים בגיאומטריה, כשנקודת המוצא תהיה הצגת בעיה חדשה, שלצורך פתרונה עוסקים במושגים הקודמים.

א. נושא החזרה - זוויות

הבעיה: זווית חיצונית במצולע היא זווית שקרן אחת שלה היא צלע המצולע, והקרן השנייה היא המשך צלע סמוכה.

חשב את סכום הזוויות החיצוניות במצולע (לצורך החישוב סופרים זווית חיצונית אחת ליד כל קודקוד).

שרטוט מס' 1



פתרון: נתחיל מדיון על משולשים.

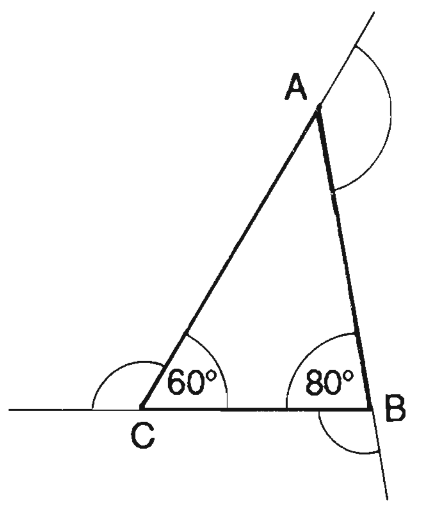
תזכורת למושגים: זוויות צמודות (א. הגדרתן ב. סכומן).
סכום זוויות במשולש.
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות.
במשולש שווה צלעות שוות הזוויות ל 60.

פעילויות למציאת סכום הזוויות החיצוניות:

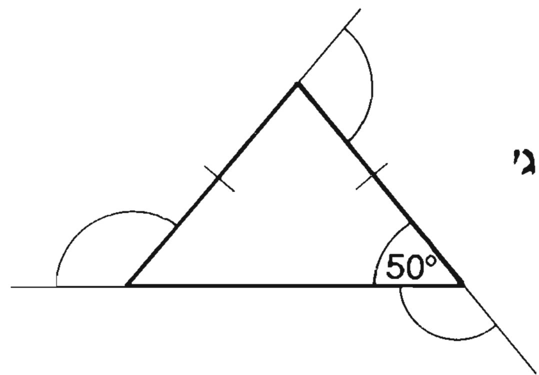
1. מדידה במד זווית.
2. חישובים כשנתונות הזוויות הפנימיות ולפיהן תחושבנה הזוויות החיצוניות:
   א. נתונות שלוש הזוויות.
   ב. נתונות שתי זוויות, צריך לחשב את השלישית.
   ג. נתונים משולש שווה שוקיים וזווית אחת.
   ד. נתון משולש שווה צלעות (גודל הזוויות אינו מסומן).

שרטוט מס' 2

ב'

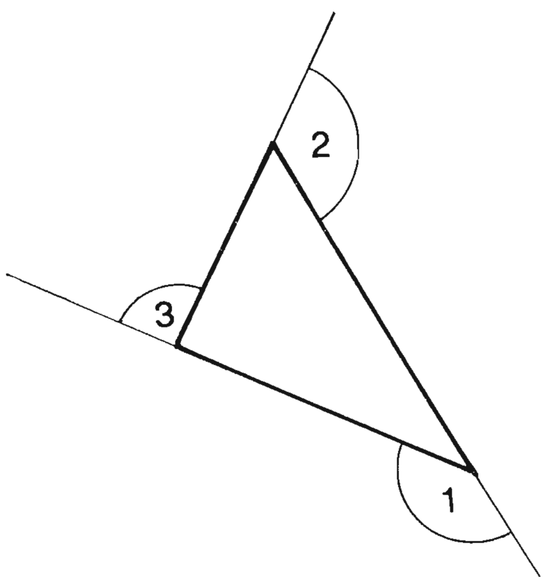


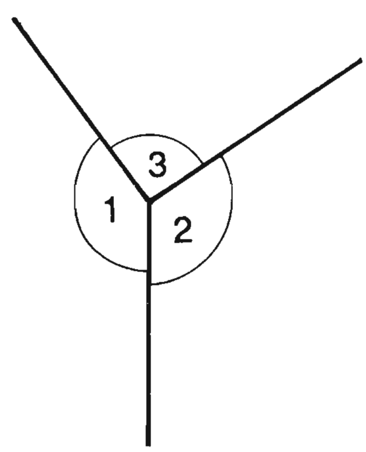
ג'



3. גזירת הזוויות החיצוניות.
נסמן את הזוויות החיצוניות במספרים או בצבע, נגזור אותן ונניח אותן זו ליד זו .

שרטוט מס' 3

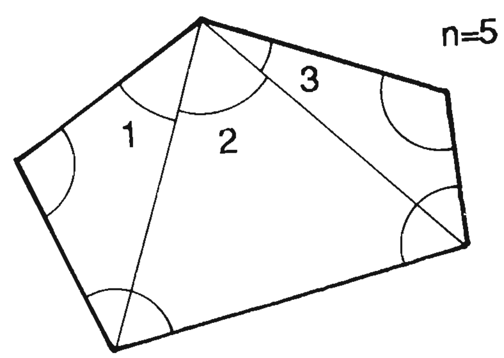




4. הכללה.
נחשב את סכום הזוויות הפנימיות + הזוויות החיצוניות (180 x 3) ,
ונחסיר את סכום הזוויות הפנימיות (3x180-180=360).

כעת נחזור על אותם שלבים או חלקם עבור מרובעים ומחומשים, ונמצא שגם בהם סכום הזוויות החיצוניות הוא 360.
לצורך חישוב סכום הזוויות הפנימיות ללא מדידה, נחלק את המצולע למשולשים, נשים לב לכך, שכל מצולע בעל n צלעות מתחלק ל n-2 משולשים, ועל כן סכום הזוויות הפנימיות הוא 180x(n-2) .
ומכאן, סכום הזוויות החיצוניות במצולע בעל n צלעות יהיה: 180n-180x(n-2)=360

שרטוט מסי 4



לסיכום יבחר כל ילד מצולע בעל מספר צלעות כרצונו, ויחשב בו את סכום הזוויות החיצוניות באחת מהדרכים שהכיר קודם לכן. כך נגיע להכללה שסכום הזוויות החיצוניות אינו תלוי במספר הצלעות ותמיד קבוע - 360 מעלות.

ב. נושא החזרה - מרובעים

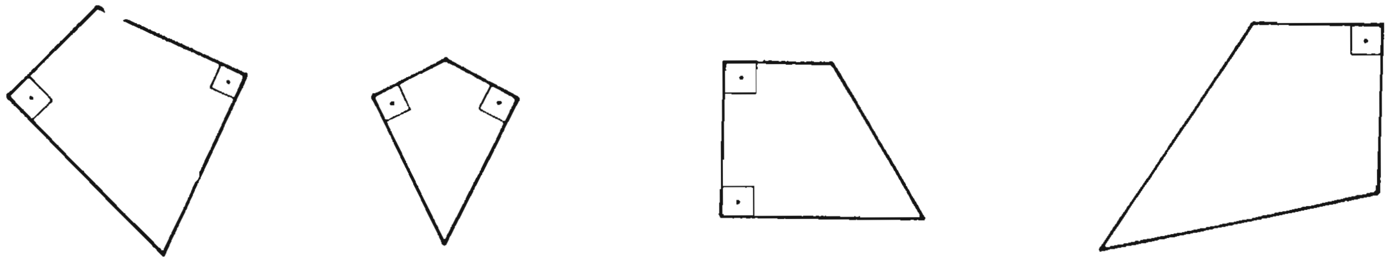
הבעיה: איזה מרובעים אפשר לקבל ע"פ תנאים נתונים?
למשל:

איזה מרובעים אפשר לקבל אם נתון שיש להם:
א. זוית ישרה אחת בלבד.
ב. שתי זוויות ישרות 1. סמוכות.
2. נגדיות.
ג. שלוש זוויות ישרות.

פתרון:

א. מרובע כלשהו (שרטוט 5א.).
ב. 1. טרפז ישר זווית - תמיד נקבל שהקרניים הלא משותפות של שתי הזוויות הישרות תהיינה מקבילות (שרטוט 5ב).
2. מרובע כלשהו, ואפשרי גם דלתון. (שרטוט 5ג) .
ג. מרובע עם שלוש זוויות ישרות בדיוק לא קיים, שכן הרביעית תהיה גם היא זוית ישרה, ולכן נקבל מלבן (כמובן, גם ריבוע אפשרי).

שרטוט מס' 5



ג. נושא החזרה - מקבילים, מעגל, אנך אמצעי

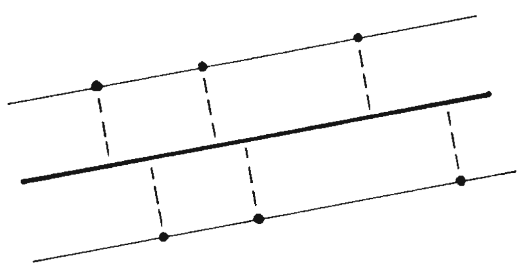
הבעיה: למצוא נקודות שונות המקיימות תנאים נתונים. המושג המתימטי המתאים לנקודות אלו הוא "מקום גיאומטרי", אך אין מטרתנו ללמד את המושג עצמו, אלא לחזור על מושגים מנקודת מבט חדשה.

א. היכן נמצאות נקודות שהן באותו מרחק מישר נתון? אפשר להציג את הבעיה באופן פרטי: נשרטט ישר, ונבקש לסמן 4 נקודות שמרחקן מהישר 5 ס"מ. אח"כ נשאל, האם אפשר לדעת היכן להוסיף עוד נקודה המרוחקת אותו מרחק, אך ללא מדידה.

הפתרון:

הנקודות נמצאות על שני הקווים המקבילים לאותו ישר והמרוחקים ממנו במרחק הנתון.

שרטוט מס' 6



ב. היכן נמצאות נקודות שיש להן אותו מרחק מנקודה נתונה? באופן דומה לתהליך הקודם ניתן גם הפעם להתחיל מהמקרה הפרטי ולעבור להכללה.

הפתרון:

הנקודות נמצאות על המעגל שמרכזו הנקודה הנתונה, ורדיוסו המרחק הנתון.

ג. היכן נמצאות הנקודות שכל אחת מהן מרוחקת אותו מרחק משתי נקודות נתונות? נסמן שתי נקודות ונכנה אותן A ו- B.

א. נקודה המרוחקת מהם אותו מרחק נמצאת באמצע הקטע המחבר אותן. נקודה זאת קל לגלותה תחילה.

ב. נבחר מרחק כלשהו, נניח 3 ס״מ, ונחפש את כל הנקודות המרוחקות מ A 3 ס״מ. ע״פ הסעיף הקודם,ידעו התלמידים שמדובר במעגל. באופן דומה לגבי הנקודה B .
לאחר שרטוט שני המעגלים לא יקשה לזהות את שתי נקודות החיתוך שלהם, כנקודות המתאימות, דהיינו, מרחקן מ A ו B הוא 3 ס״מ.

ג. נחזור על האמור בסעיף ב׳ עבור מרחקים נתונים נוספים וננסה לראות מה מאפיין את כל הנקודות שסימנו כמתאימות. אפשר לבקש להוסיף נקודות נוספות, ללא שרטוט מעגלים. ההכללה שתתקבל היא שהנקודות נמצאות על קו ישר.

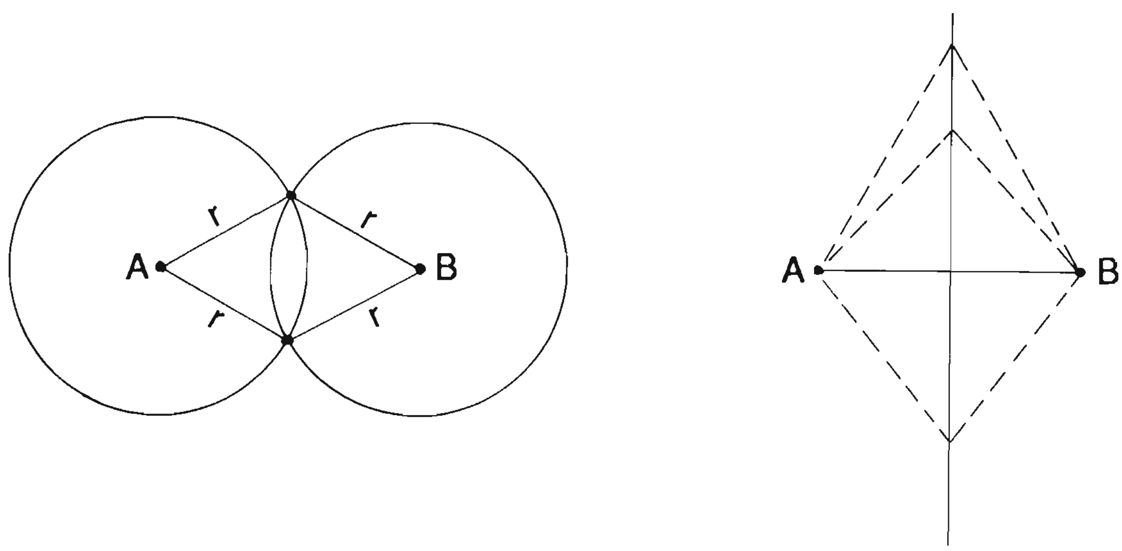
ד. נשרטט את הקטע המחבר את הנקודות A ו B , ונבדוק מה הקשר בינו לישר שמצאנו ב ג׳ . ההכללה שתתקבל היא שהישר מסעיף ג׳, הוא האנך האמצעי לקטע.

ה. אם נבחן כעת כל נקודה המקיימת את התנאים, נוכל לראות, שלמעשה יש לנו משולשים שווי שוקיים, ולכן ברור, שהקו המחבר את אמצע הבסיס (AB) עם הקודקוד (הנקודה שמצאנו) הוא האנך האמצעי.

מכאן,

הנקודות המבוקשות נמצאות על האנך האמצעי לקטע המחבר את שתי הנקודות הנתונות.

שרטוט מס׳ 7



לסיכום, הוספת אתגרים ורעיונות חדשים לתהליכי החזרה שבהוראה יוצרת מוטיבציה לעבודה, עניין וסקרנות וכמובן, משחזרת את המושגים הידועים.