



# רעש... חושבים

## פיתוח חשיבה

### פתרון בעיות מילוליות בנושא - ממוצע חשבוני נאוה אלמוג

המושג "ממוצע" מוכר ללומד מגיל צעיר, בעיקר מחישובי ממוצע ציונים. כאשר נערך מבחן שכבתי בביה"ס, נוהגים מורי השכבה להמריץ את תלמידיהם להתכונן היטב על מנת שממוצע הכיתה יהיה הגבוה בשכבה. תלמידים רבים "חוזים" את הציון בתעודה על פי ממוצע ציוני המבחנים. תלמידים שמתתפים בחוג כדורסל משווים ביניהם את ממוצע הקליעות לסל (ובסתר לבם אף חולמים להגיע לממוצע הקליעות של שחקנים מפורסמים). וכו'.

מהו ממוצע חשבוני?

ממוצע חשבוני של מספרים הוא גודל תאורטי שהיה לכל מספר אילו כל המספרים היו שווים.

חישוב הממוצע מתבצע על-ידי חיבור המספרים וחלוקת הסכום במספר המחבורים.

נציג זאת בעזרת נוסחה:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

**דוגמא:** תלמיד קרא ספר במשך 5 ימים. ביום הראשון קרא 40 עמודים, ביום השני 30 עמודים, ביום השלישי 60 עמודים ובימים הרביעי והחמישי 10 עמודים בכל יום. כמה עמודים בממוצע קרא ביום?

תשובה:

$$\bar{x} = \frac{40+30+60+10+10}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

**שימו לב!** התוצאה שהתקבלה זהה למספר העמודים שקרא ביום השני. אולם לא תמיד הערך הממוצע שווה לאחד המחברים. לעתים הערך הממוצע הוא גודל חסר משמעות ולא מציאותי.

דוגמא: בבי"ס "גדות" 3 כיתות ד. בכיתה ד1 32 תלמידים, בכיתה ד2 35 תלמידים וב-ד3 33 תלמידים. כמה תלמידים בממוצע בכיתה ד?

תשובה:

$$\frac{32+35+33}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$$

ממוצע התלמידים בכיתה ד  $33\frac{1}{3}$ . זהו ערך חסר משמעות, המציין מצב תיאורתי שבו כאילו מספר התלמידים שווה בכל כיתה. נשאלת השאלה: האם בכל המקרים ניתן לחשב את הממוצע בדרך זו?

דוגמא: במרכז רפואי מועסקים רופאים, אחיות ופקידים. שכרו החדשי של רופא 3000 ש"ח, שכרה של אחות 2000 ש"ח ושכרו של פקיד 1600 ש"ח. מהו השכר הממוצע במרכז?

האם יהיה זה נכון לחשב כך?  $\frac{3000+2000+1600}{3} = \frac{6600}{3} = 2200$

נבדוק מקרים אחדים כדי לאמת או להפריך חישוב זה.

מקרה 1: במרכז 3 רופאים, אחות ופקיד. סה"כ 5 עובדים. במקרה זה השכר הממוצע

$$\frac{3000+3000+3000+2000+1600}{5} = 2520$$

מקרה 2: במרכז רופא אחד, שתי אחיות ופקיד. סה"כ 4 עובדים. במקרה זה השכר הממוצע

$$\frac{3000+2000+2000+1600}{4} = 2150$$

מה גורם לתוצאות השונות?

כמות העובדים מכל סוג משפיעה על הממוצע. במקרים כאלה יש להתחשב בכמות המחברים מכל סוג. כמות זו נקראת "שכיחות" ומסומנת באות  $f$ .

חישוב הממוצע יהיה כדלקמן: 
$$\frac{x_1f_1+x_2f_2+\dots+x_nf_n}{f_1+f_2+\dots+f_n}$$

**דוגמא:** במבחן בחשבון התקבלו הציונים הבאים - 5 תלמידים קבלו 100, 6 תלמידים קבלו 90, 8 קבלו 80, 7 קבלו 70, 4 קבלו 60 ושני תלמידים קבלו 50. מהו הציון הממוצע?

**תשובה:** 
$$\frac{100 \times 5 + 90 \times 6 + 80 \times 8 + 70 \times 7 + 60 \times 4 + 50 \times 2}{5 + 6 + 8 + 7 + 4 + 2} = \frac{2520}{32} = 78.75$$

עיון בנוסחה לחישוב הממוצע 
$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

יביא אותנו למסקנה כי המכפלה של מספר המחוברים בממוצע נותנת לנו את סכום

המחוברים - 
$$X \cdot n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

שהרי הממוצע הוא הערך שכל אחד מהמחוברים כאילו שווה לו. ואכן אם כל המחוברים שווים לממוצע הרי שסכומם כמוהו ככפל אחד מהם במספר המחוברים.

נצל עובדה זו לפתרון בעיות מסוגים שונים.

**דוגמא:** במבחן באנגלית חולקה הכיתה לשני טורים. בטור א' 18 נבחנים ובטור ב' 22 נבחנים. ממוצע הציונים בטור א' 75 וממוצע הציונים בטור ב' 65. מהו הממוצע הכיתתי?

**תשובה:** סכום הציונים בטור א'  $18 \times 75 = 1350$   
 סכום הציונים בטור ב'  $22 \times 65 = 1430$   
 סכום הציונים בכיתה  $1350 + 1430 = 2780$   
 מספר התלמידים בכיתה  $18 + 22 = 40$   
 הממוצע הכיתתי  $\bar{x} = \frac{2780}{40} = 69.5$

**דוגמא:** ממוצע 6 מספרים הוא 15. סכום 4 המספרים הראשונים הוא 68. המספר החמישי הוא 20. מצא את המספר השישי.

**תשובה:** ממוצע 6 מספרים הוא 15, לכן סכומם  $6 \times 15 = 90$ . סכום 4 הראשונים 68 והחמישי שווה 20. לכן סכום 5 הראשונים -  $68 + 20 = 88$ . מכאן שהמספר השישי  $90 - 88 = 2$ .

**דוגמא:** במבחנים בלשון שנערכו בכיתה ו' קבל תלמיד את הציונים 70, 65, 85. כדי להתקבל להקבצה א' בחטיבת הביניים עליו לקבל בתעודה ציון ממוצע 80 לכל הפחות. איזה ציון עליו לקבל במבחן הרביעי כדי שיוכל ללמוד בהקבצה א'?

תשובה: כדי שממוצע של 4 ציונים יהיה 80 לכל הפחות, צריך סכום להיות לפחות  $80 \times 4 = 320$ .  
 סכום 3 ציוני הראשונים  $70 + 65 + 85 = 220$ .  
 לכן עליו לקבל 100 במבחן הרביעי.

ולבסוף: מכונית נוסעת דרך של 120 ק"מ הלך ושוב. מהירותה בכיוון אחד 40 ק"מ ש. ובדרך חזרה 30 ק"מ ש. מהי מהירותה הממוצעת.

תשובה: התשובה המתבקשת היא  $\frac{40+30}{2} = 35$

אולם לא כך הדבר.

הבה ניזכר בהגדרת הממוצע. ממוצע הוא הערך שכל אברי הקבוצה כאילו שווים לו. כלומר מהירות ממוצעת היא המהירות שבה כאילו נסעה המכונית כל הדרך הלך וחזר.

הבה נחשב אותה - זמן הנסיעה בכיוון אחד  $\frac{120}{40} = 3$

זמן הנסיעה בכיוון שני  $\frac{120}{30} = 4$

סה"כ נסעה המכונית דרך של 240 ק"מ במשך 7 שעות לכן מהירותה הממוצעת  $\frac{240}{7} = 34 \frac{2}{7}$

#### פתרון החידה במאמר "חידת חשבון באותיות" ב"מספר חזק" 4 נאוה אלמוג

א - 0	מ - 4	ב - 7
פ - 1	ט - 5	י - 8
ר - 2	ו - 6	ח - 9
ה - 3		

האמרה: "מוטב להיות מאושר מאשר פקח".  
הערה: בשורה האחרונה חלה טעות, האות האמצעית ו' במקום ט'.