



אפשר גם אחרת

דרכים בהוראה

כפל אלפים ורבבות

ד"ר עמוס ארליך

צג של מחשב כיס רגיל מכיל מקומות לשמונה ספרות, לכן אינו נותן תשובה מלאה לתרגיל כפל כגון 352076×5591642 . נכון, אמנם, שבדרך כלל אין מכפלות כאלה חשובות במיוחד, אך דרך נוחה לחישובן המלא בעזרת מחשבון, יכולה לעניין תלמידים. נציג דרך זאת בעזרת שלוש דוגמאות עם הסברים, שכל אחת מהן משמשת מבוא לדוגמא שאחריה. אחר-כך נקדיש כמה מילים לשאלה בשביל מה זה טוב, ונצרף הצעת-גיוון.

דוגמא ראשונה

מכפלה אשר אחד מגורמיה קטן מ-1000. למשל, המכפלה 722524373×841 . כצעד ראשון נחלק את הספרות בפסיקים לשלשות, בדרך המקובלת. 722524373 ייכתב אפוא בצורה $722,524,373$. המספר 373 יקרא "מונה האחדות", 524 יקרא "מונה האלפים" ו-722 יקרא "מונה המיליונים".

בשלב ראשון נכפול, בעזרת המחשבון, את מונה האחדות 373 בכופל 841, ונקבל 313,693. נכתוב כך:

$$\begin{array}{r}
 722,524,373 \\
 \times \\
 \hline
 841 \\
 \hline
 313,693
 \end{array}$$

בשלב השני נכפול ב-841 את מונה האלפים 524. נקבל 440,684. נזכור שכפלנו אחדות באלפים, לכן התוצאה מבטאת אלפים, כלומר, היא מיצגת את הערך 440,684,000. בסיומו של השלב השני יהיה אפוא כתוב על הדף שלנו כך:

$$\begin{array}{r}
 722,524,373 \\
 \times \\
 \hline
 841 \\
 313,693 \\
 440,684,000
 \end{array}$$

בשלב השלישי נכפול ב- 841 את מונה המיליונים 722 . נקבל 607,202 . מספר זה מבטא, בעצם, 607,202,000,000 . נכתוב זאת במקום המתאים כך:

$$\begin{array}{r}
 722,524,373 \\
 \times \\
 \hline
 841 \\
 313,693 \\
 440,684,000 \\
 607,202,000,000
 \end{array}$$

בשלב האחרון נחבר (ללא מחשבון) ונקבל את התוצאה הסופית:

$$\begin{array}{r}
 722,524,373 \\
 \times \\
 \hline
 841 \\
 313,693 \\
 440,684,000 \\
 \underline{607,202,000,000} \\
 607,642,997,693
 \end{array}$$

דוגמא שניה

תבוא אחרי שניים או שלושה תרגילים כדלעיל, והיא מציעה דרך יותר קצרה. עיקרה: במקום לדחות את החיבור לסוף, נבצע אותו בכל שלב.

$$\begin{array}{r}
 53,829,583 \quad \text{התרגיל} \\
 \times \\
 \hline
 327
 \end{array}$$

שלב א: נחשב בעזרת המחשבון: $583 \times 327 = 190,641$ את מונה האחדות 641 נרשום במקומו המתאים, ואילו את מונה האלפים 190 נרשום בצד, כדי לזכור לצרפו לחישוב האלפים שיתבצע בשלב הבא. בסוף שלב א ייראה דף החישוב כך:

$$\begin{array}{r}
 53,829,583 \\
 \times \\
 \hline
 327 \\
 641 \quad (190)
 \end{array}$$

שלב ב, חישוב אלפים: נחשב במחשבון $829 \times 327 + 190 = 271,273$.
 התוצאה שקיבלנו מונה אלפים. לכן 273 מונה אלפים ואילו 271 מונה מיליונים.
 נרשום את 273 במקום שלו, ואילו את 271 נרשום בצד.
 בסוף שלב ב ייראה דף החישוב כך:

$$\begin{array}{r} 53,829,583 \\ \times \\ \hline 327 \\ \hline 273,641 \end{array} \quad (271) (190)$$

שלב ג, חישוב במחשבון $53 \times 327 + 271 = 17,602$.
 חישוב זה עוסק במיליונים, לכן ה- 602 מונה מיליונים וה- 17 מונה מיליארדים.
 ומכיוון שהגענו לסוף החישוב נרשום גם את 602 וגם את 17 במקום הסופי:

$$\begin{array}{r} 53,829,583 \\ \times \\ \hline 327 \\ \hline 17,602,273,641 \end{array} \quad (271) (190)$$

דוגמה שלישית

ניתן לתלמידים תרגיל או שניים מהסוג האחרון, ונעבור לכפל שני מספרים ששניהם גדולים מ- 1000, למשל:

$$\begin{array}{r} 311,591,426 \\ \times \\ \hline 364,038,274 \end{array}$$

בשלב א נכפול את 311,591,426 ב- 274 בדרך (בת שלושת השלבים) שבדוגמתנו הקודמת.

בסוף שלב זה ייראה דף החישוב כך:

$$\begin{array}{r} 311,591,426 \\ \times \\ \hline 364,038,274 \\ \hline 85,376,050,724 \end{array} \quad (162) (116)$$

בשלב ב נכפול את 311,591,426 ב- 38.
 מכיון ש- 38 זה הוא מונה-אלפים, הרי שכשהוא כופל אחדות מובטאת המכפלה אלפים, כשהוא כופל אלפים מובטאת המכפלה מיליונים, וכשהוא כופל מיליונים מובטאת המכפלה מיליארדים. תוצאות הכפל שבשלב זה צריכות אפוא להיכתב, כשהן מוזזות שלוש ספרות שמאלה.

כשנגמור את חישובי שלב ב יראה הדף כך:

311,591,426	
x	
<u>364,038,274</u>	
85,376,050,724	(162) (116)
11,840,474,188	(22) (16)

בשלב ג נכפול את 311,591,426 ב- 364, שהוא מונה-מיליונים, ולכן נכתבות התוצאות בהזזה של שש ספרות שמאלה. אחרי שלב זה, ואחרי שלב החיבור הבא אחריו, יראה החישוב בצורתו הסופית כך:

311,591,426	
x	
<u>364,038,274</u>	
85,376,050,724	(162) (116)
11,840,474,188	(22) (16)
<u>113,419,279,064</u>	(215) (155)
113,431,204,914,238,724	

דיון

העקרונות שעליהן בנוי תהליך הכפל שהוצע כאן הם אותם העקרונות שעליהן בנוי תהליך-הכפל המקובל. המטרה העיקרית של לימוד שיטת כפל-האלפים היא לימוד-מחדש של עקרונות אלה כאשר התלמידים נמצאים ברמת בשלות מתמטית גבוהה מזו שבה היו כאשר למדו את תהליך הכפל הרגיל. לכאורה אפשר לעשות זאת גם בדרך של "בואו ונראה למה תהליך הכפל (המקובל) באמת נותן את המכפלה", אך בלימוד שיטת-חישוב חדשה מתקשרים ה"למה" וה"איך" בצורה יותר טובה. מטרת משניות של הצעתנו הן האימון בשימוש במחשבון, לימוד עניין סדרי-גודל, התנסות במשימה המחייבת דיוק בעבודה, ועוד.

כפל רבבות

דומה לכפל אלפים, אך הספרות מקובצות בארבעות (פרט לקבוצה השמאלית, שהיא עשויה לכלול פחות מארבע ספרות). לדוגמה, 24570819368 ייכתב 245,7081,9368 וכאן 9368 מונה אחדות, 7081 מונה רבבות ו- 245 מונה רבבות של רבבות.

מכיוון שצג רגיל של מחשבון מציג שמונה ספרות, ניתן לבצע בו כפל (וחיבור) של מספרים ארבע-ספרתיים, כנדרש בשיטת כפל הרבבות.

אך איני מציע את שיטת כפל הרבבות אלא כאתגר נוסף, או כגיוון, לתלמידים המקדימים את חבריהם. לדעתי, אין להקדיש זמן-לימוד של הכיתה לנושא כפל-הרבבות, משום שאינו מוסיף משהו עקרוני על מה שנותן כפל-האלפים.