

פתרון בעיות מילוליות בנושא אחוזים

נאוה אלמוג

במושג "אחוזים" אנו נתקלים רבות בחיי יום יום:
"הנחות עד 50% במכירת סוף העונה";
"מדד יוקר המחיה עלה ב-3%";
"השקל פוחת ב-10%";
"30% מהעולים החדשים מחוסרי עבודה"
ועוד.

יחד עם זאת, כאשר אנו עוסקים בלימוד הנושא, גורם המושג "אחוז" אי נוחות ללומדים רבים ובעקבותיה - רבות הטעויות.

ראשית עלינו להבהיר ללומד, כי אחוז הוא שבר שמכנהו 100.

$$3\% \text{ פירושו } \frac{3}{100}$$

נתבונן בזוג השאלות: 1. כמה הם $\frac{2}{5}$ מ-60 ?

2. כמה הם 15% מ-200 ?

אלה הן שאלות דומות, ולכן גם פתרון דומה:

$$\frac{2}{5} \times 60 = \frac{2 \times 60}{5} = 24 \quad 1.$$

$$\frac{15}{100} \times 200 = \frac{15 \times 200}{100} = 30 \quad 2.$$

כדאי להביא מספר דוגמאות פחות נוחות כמו:

$$120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{3} \% = \frac{1}{300}$$

שאלה הרבה יותר "מפחידה" היא שאלה מהסוג: איזה אחוז מהווה 25 מ-125?

תשובה: תחילה נבדוק איזה חלק מהווה 25 מ-125.

$$\frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

כדי למצוא את האחוז עלינו לבטא את $\frac{1}{5}$ כשבר שמכנהו 100.

לשם כך יש להרחיב מונה ומכנה פי 20.

$$\frac{1}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100} = 20\%$$

הערה: שים לב כי בתיאור באחוזים אנו רושמים רק את המונה כשלצדו הסימן %.

אולם לא כל מכנה הוא מחלק של 100. על כן נרחיב מונה ומכנה פי 100.

דוגמא:

נתבונן בשאלה הבאה:

1. 78% של מספר מסוים הם 15.6. מהו המספר ?

שאלה זו כמוה כשאלה :

2. $\frac{2}{3}$ של מספר מסוים הם 46. מהו המספר ?

פתרון שאלות אלו מתבצע על פי המודל של מציאת השלם ע"י החלק.

$$\text{פתרון 2} \quad 46 : \frac{2}{3} = 46 \times \frac{3}{2} = \frac{46 \times 3}{2} = 69$$

$$\text{פתרון 1} \quad 15.6 : 78\% = 15.6 : \frac{78}{100} = \frac{15.6 \times 100}{78} = \frac{15.6 \times 100}{78} = 20$$

יש לזכור היטב ולהדגיש לפני תלמידים, כי המונח "אחוז" אינו עצמאי. בכל פעם שעוסקים באחוזים, יש לברר מהו הגודל היסודי שאליו מתייחס האחוז.

כדי להדגים נתבונן בשאלה הבאה:

מוצר שמחירו 250 ש"ח התייקר ב-20%. לאחר 3 חודשים הכריז בעל המפעל על מבצע מכירות בהנחה של 20%. מהו מחיר המבצע ?

דיון: הנטייה הטבעית של הלומד תוביל אותו לתשובה 250 ש"ח. בלי לחשב מניח הלומד שהואיל והמחיר עלה ב-20% וירד ב-20%, הוא חזר כביכול למחיר ההתחלתי. אולם יש לזכור כי כאשר התייקר המוצר היה גובה ההתייקרות 20% מ-250, היות ש-250 ש"ח היה הגודל היסודי. ואילו ההנחה שווה ל-20% מתוך המחיר החדש. לכן ההתייקרות וההנחה שוות בכמות האחוזים, אולם אינן שוות במספר השקלים.

$$\text{הפתרון:} \quad \frac{20}{100} \times 250 = 50 \quad \text{ההתייקרות}$$

$$\text{מחיר חדש} \quad 250 + 50 = 300$$

$$\frac{20}{100} \times 300 = 60 \quad \text{ההנחה}$$

$$300 - 60 = 240 \quad \text{מחיר מבצע}$$

הבה נראה דרך קצרה יותר לפתרון אותה בעיה. נתייחס למחיר ההתחלתי של המוצר כאל שלם, כלומר 100%. התייקרות של 20% מגדילה את מחירו ל-120% יחסית למחיר ההתחלתי.

$$\frac{120}{100} \times 250 = 300 \quad \text{לכן המחיר לאחר ההתייקרות}$$

עתה נתייחס ל-300 ש"ח כשלם (100%), ולכן הנחה של 20% גורמת לכך, שמחיר המבצע יהיה 80% מהשלם.

$$\frac{80}{100} \times 300 = 240 \quad \text{לכן מחיר המבצע}$$

ואפשר לבצע הכול בפעולה אחת

$$250 \times \frac{120}{100} \times \frac{80}{100} = 240$$

דוגמא נוספת

עם הקמת היישוב החדש "ארז הלבנון" עלו על הקרקע 400 מתנישבים. שנה לאחר העלייה לקרקע עזבו 15%. לאחר שנה נוספת עזבו 10% נוספים. כמה תושבים נשארו בארז-הלבנון ?

$$400 \times \frac{85}{100} \times \frac{90}{100} = 306 \quad \text{תשובה:}$$

שים לב ! כמות העוזבים אינה מהווה 25% מ-400 אלא 15% מ-400 ו-10% ממספר התושבים שנשארו אחרי שנה.

לעומת זאת נתבונן בשאלה :

סוחר ייבא סחורה שקנה בחו"ל ב-2480 ש"ח.

הוא שילם 40% מכס, 60% מס מותרות ו-12.5% דמי הובלה. את הסחורה מכר ברווח של 35%.

בכמה מכר את הסחורה ?

פתרון: 40%, 60% ו-12.5% הם אחוזים מתוך 2480.
לכן אפשר לחבר אותם

$$40\% + 60\% + 12.5\% = 112.5\%$$

מכאן ההוצאות של הסוחר (המחיר ששילם + המיסים והוצאות)

$$2480 \times \frac{212.5}{100} = 5270$$

35% הם מתוך 5270 ולכן מחיר המכירה

$$5270 \times \frac{135}{100} = 7114.5$$

ואפשר בפעולה אחת

$$2480 \times \frac{212.5}{100} \times \frac{135}{100} = 7114.5$$

זכור !

גידול יכול להיות במאות אחוזים;
ירידה יכולה להיות לכל היותר ב-100%.

- להאמין ביכולת הילד - פאת אומרת להאמין בעצמנו.

מתוך ספרו של ג'ון הולט
"איך לומדים ילדים"