



פיתוח חשיבה

דגש... חושבים

בניית מספרים

רינה גפני

בעיה מעניינת בחשבון בנויה על יצירת מספרים ממספרים אחרים באמצעות פעולות שונות. יודעים אנו שניתן לבנות כל מספר ע"י קבוצת המספרים הראשוניים ופעולת הכפל. ננסה הפעם למצוא קבוצת מספרים שעמה נוכל לבנות אוסף גדול של מספרים אחרים, והפעם באמצעות פעולת החיבור והחיסור. ברורה התשובה הטריטוריאלית שבעזרת המספר 1 ופעולת חיבור נוכל לבנות את כל המספרים.

נציג את הבעיה באופן הבא:

לסוחר ירקות היו ארבע משקולות בלבד, שיחידותיהן מספרים שלמים. ידוע שסוחר זה הצליח לשקול כל סל ירקות שמשקלו מבוטא במספרים שלמים ואינו עולה על 40 ק"ג. מהם המשקולות שברשותו של הירקן?

כדי לפתור בעיה זאת נפעל בשלבים:

1. ננסה לבנות את המספרים עד 4 בעזרת שני מספרים אחרים: מאחר שאיננו רוצים לחזור על אותו מספר פעמיים נותרו בידינו המספרים 1 ו-3. ואמנם $1; 2 = 3 - 1; 3; 4 = 3 + 1$

2. ננסה לבנות את המספרים עד 10, כשאנו מנסים לנצל את שני המספרים שמצאנו כבר, 3 ו 1. כל אחד מבין המספרים מ 6 עד 9 יהיה מועמד טוב להצטרף לשני המספרים הקיימים כבר ולהוות שלישייה של מספרים הבונה את כל המספרים עד

10 (נסו והיווכחו שניתן לבנות עם 3, 1 ועוד אחד מבין המספרים 6-9 את כל המספרים עד 10). אנו נבחר במספר 9 משתי סיבות, הראשונה, מאחר שמגמתנו להמשיך ולבנות את המספרים עד 40, אזי 9 נותן לנו את התחום המספרי הרחב ביותר. והשנייה, שאנו מחפשים קשר כלשהו בין המספרים שעמם נבנה את האחרים, והמספרים 9, 3, 1 הם חזקות ה-3.

ואמנם: $10 = 9 + 1$, $9 = 9 - 1$, $8 = 9 - 1 - 3$, $7 = 9 + 1 - 3$, $6 = 9 - 3$, $5 = 9 - 3 - 1$
 וכך אפשר להמשיך עד $13 = 9 + 3 + 1$.

3. כעת באופן טבעי ננסה להוסיף את המספר הבא בחזקות ה-3, שהוא 27, ולבנות באמצעותו את המספרים עד 40.

נבדוק לגבי כמה מספרים:

$$38 = 27 + 9 + 3 - 1, 30 = 27 + 9 - 6, 23 = 27 - 1 - 3$$

למעשה, כל מספר שגדול מ-13 וקטן מ-27 אפשר לפרק ל- $27 - X$

$1 < X < 13$ ולהשתמש בעובדה, שאת המספרים עד 13 אנו יודעים לבנות.

את המספרים שגדולים מ-27 וקטנים מ-40 נפרק ל- $27 + X$ כאשר $13 < X < 40$

$$\text{למשל } 32 = 27 + 5 = 27 + (9 - 3 - 1)$$

$$21 = 27 - 6 = 27 - (9 - 3)$$

נסכם: באמצעות המשקולות 27, 9, 3, 1 נוכל לקבל את כל המספרים עד 40.

ומה הלאה ???

כדאי להמשיך ולבדוק !

בהצלחה.

ביבליוגרפיה: מתימטיקה ומתימטיקאים - אליעזר שישא, הוצ' מסדה, ת"א.