



מספרים "מעניינים"

תמר גירון

"מספרים מעניינים" הם שעשוע נחמד לילדים ולמבוגרים חובבי המתמטיקה. לעתים העיסוק במספרים גדולים מסוג זה הופך למעייף ומסורבל, ובמקרים אלו רצוי להשתמש במחשבון. בדרך זו ניתן לגלות תכונות מעניינות של מספרים שונים. השימוש במחשבון ככלי לאיסוף הנתונים מאפשר לנו להציג לתלמידים בעיית חקירה משלב איסוף הנתונים ועד העלאת השערות והסקת מסקנות. הפעם נעסוק בתכונות המספר 37037 שהוא כפולה של 1001. כל המספרים שהם כפולה של 1001 בנויים בצורה מחזורית ושיטתית, ועל כן מעניין לעסוק בהם. המשימה שתוגש לתלמיד תתבסס על סימני ההתחלקות של המספרים. מכאן, שהיא מתאימה לתלמידים מכיתות ד' ואילך. בנוסף לשעשוע יהיה כאן יישום של פרק מתוך תכניות הלימודים.

משימה א':

רשום את כל המספרים האפשריים הבנויים מ-6 ספרות זהות.
רשום אותם בטור מהקטן אל הגדול.

בדוק לגבי כל מספר, על-ידי שימוש בסימני התחלקות או בעזרת מחשבון, לאילו מספרים הוא מתחלק.
סמן בטבלה ב-X את המחלקים.

חלק מהטבלה שתתקבל יהיה:

המספרים:	מתחלק ב:	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
111111		X					X				X	
222222		X	X				X	X			X	
333333		X					X	X			X	
444444			X	X	X		X	X			X	X
555555			X		X		X				X	
666666			X	X			X	X	X		X	
777777			X				X				X	
888888			X	X	X		X	X	X		X	X
999999			X				X		X		X	

מתוך הטבלה נוכל להפיק מספר פעילויות מעניינות.

א. נתבונן בעובדה שכל המספרים מתחלקים ב-3. מצד שני נסב את תשומת הלב של התלמידים ליחס הגודל שבין המספרים. המספר 222222 גדול פי 2 מהמספר 111111, המספר 777777 גדול פי 7 מהמספר 111111 כך הלאה. מכאן שאם המספר 111111 מתחלק ב-3, הרי שהמספר 222222 יתחלק ב- 3×2 , והמספר 777777 יתחלק ב- 3×7 . נוכל לבדוק עובדות אלו בעזרת הטבלה. לגבי מחלקים הגדולים מ-12 נוכל לנצל הזדמנות זו וללמד את התלמידים שאם מספר מתחלק בגורמים אחדים, הרי שגם יתחלק במכפלתם.

לאחר הבהרת עובדה זו ומתוך התבוננות בטבלה נוכל ליצור סדרה חשבונית עולה של מחלקים אשר יחלקו את כל המספרים שרשמנו.

111111 יתחלק ב-3,

222222 יתחלק ב-6,

333333 יתחלק ב-9 וכך הלאה.

ניתן לילדים לבצע את פעולות החילוק הנ"ל בעזרת המחשבון והתוצאה שתתקבל תהיה **תמיד 37037**. (חישבו ומיצאו מדוע!) כלומר, נוכל להסיק שאם ניקח את המספר 37037 ונכפול אותו באיברי סדרת הכפולות של 3, נקבל את המספרים בני 6 ספרות זהות.

נוכל לחזור על פעילות דומה, כאשר נחלק בסדרת הכפולות של 11 (11, 22, 33...). כאן יתקבל המספר **תמיד 10101**, שהוא מספר מחזורי מעניין. (נסה לכפול את 10101 במספרים דו-ספרתיים שונים!)

ב. נבדוק מה יקרה כשנכפול 37037 באיברי סדרה חשבונית אחרת, שאיננה סדרת כפולות של 3, למשל, סדרה שהפרשה הוא 9.

לדוגמא נעבוד עם הסידרה 7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 72

כפול את המספר 37037 במספרים: 7, 16, 25.

נקבל: $37037 \times 7 = 259259$

$37037 \times 16 = 592592$

$37037 \times 25 = 925925$

לפני שנמשיך לכפול באיברי הסדרה נעסוק בכיתה בניחוח הכפולות. נגלה, שהכפולות בנויות ממספר מחזורי בן 3 ספרות החוזרות על עצמן בסדר שונה. נטען שעל פי המכפלה הראשונה של 37037×7 יכולנו כבר למצוא את שתי האחרות: עומדות לרשותנו הספרות 9, 5, 2 ואנו יודעים שהמכפלה מחזורית. כאשר כופלים ב-16 ברור שהמכפלה זוגית, ולכן ספרת האחדות תהיה 2. כלומר קיימות שתי האפשרויות הבאות: 592592 או 952952. על פי אומדן והשוואה למכפלה ב-7, ברור שהמכפלה ב-16 היא 592592. גם את המכפלה ב-25 ניתן למצוא באותה הדרך.

נמשיך לחקור את הכפולות באיברי הסדרה ונמצא את המכפלה הבאה:

$37037 \times 34 = 1259258$

ניתן לילדים לבדוק מה קרה לשלוש הספרות שהרכיבו את המכפלות הקודמות. נגלה, בהשוואה לכפולה הראשונה 37037×7 , שמספרת האחדות הפחתנו 1, והספרה 1 הועברה לתחילתו של המספר והפכה להיות ספרת המיליונים.

$$\begin{array}{r} 259259 \\ \downarrow \text{הפרש של 1} \\ 1259258 \end{array} \quad (37037 \times 34)$$

ננסה באותה הדרך ליצור מספר חדש מתוך הכפולה השנייה (37037×16)

$$\begin{array}{r} 592592 \\ \downarrow \text{הפרש של 1} \\ 1592591 \end{array} \quad (37037 \times 43)$$

נבדוק בעזרת המחשבון ונראה שהמספר שקיבלנו מתאים לכפולה הבאה, כלומר ל- 37037×43 . באותה הדרך ננסה ליצור את המכפלה ב-52.

מתברר שניתן לסדר את כפולות המספר 37037 בקבוצות של שלוש לפי סידרת המספרים שהפרשם 9: 7, 16, 25; 34, 43, 52; 61, 70, 79. נבדוק מה יקרה בשלשה הבאה, מכפלת 37037 במספרים 61, 70, 79:

$37037 \times 61 = 2259257$

$$\begin{array}{r} 259259 \\ \downarrow \text{הפרש של 2} \\ 2259257 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{בהשוואה לכפולה הראשונה ב-7 נגלה:} \\ \text{הפרש של 2} \end{array} \quad (37037 \times 61)$$

בדרך זו ניצור את שתי המכפלות הבאות.
 מכאן, שלמעשה על פי קבוצת שלוש המכפלות הראשונות נוכל ליצור את כל שאר
 המכפלות ללא חישובים. נחלק את המכפלות לקבוצות של שלוש, שלוש.
 בקבוצה השנייה נפחית 1 מספרת האחדות ונעביר אותו לתחילת המספר, בקבוצה
 השלישית נפחית 2, וכך הלאה.
 לדוגמא: אם נרצה לחשב 37037×106
 106 יהיה השלישי בקבוצה הרביעית בסדרה:

88 , 97 , 106

לכן, ניקח את המכפלה השלישית ונפחית מספרת האחדות של ה- 3 ונעבירו לתחילת
 המספר.

$$\begin{array}{r}
 925925 \\
 \downarrow \text{הפרש של 3} \\
 3925922
 \end{array}
 \quad (37037 \times 106)$$

בדוק במחשבון!

אם נרצה לחשב את 37037×151 נמצא ש, 151 הוא השני בקבוצה השישית ולכן

$$\begin{array}{r}
 592592 \\
 \downarrow \text{הפרש של 5} \\
 5592587
 \end{array}
 \quad (37037 \times 151)$$

**בדוק במחשבון ונסה
 בכפולות נוספות.**

נסכם בטבלה:

	7	16	25	שלושה ראשונה
מחזור של 5, 2, 9	259259	592592	925925	x 37037
	34	43	52	שלושה שניה
מחסרים 1 באחדות	1259258	1592591	1925924	x 37037
מוסיפים 1 לפני				
	61	70	79	שלושה שלישית
מחסרים 2 באחדות	2259257	2592590	2925923	x 37037
מוסיפים 2 לפני				

ואם לא התעייפתם עדיין...
 נסו לשנות את האיבר הראשון בסדרה ולבנות סדרות חדשות שהפרשן 9 ולכפול
 אותן ב-37037. כמו כן כדאי לכפול מספרים אחרים שהם כפולות של 1001.
 בוודאי תקבלו מספרים מעניינים נוספים.