



דרכים בהוראה

אפשר גם אחרת

הוראת מושגים בתורת המספרים

נחמה חורין, רינה גפני

במאמר זה נציג מספר פעילויות להמחשת מושגים ידועים מתחום המספרים הטבעיים, המושגים שבהם נעסוק: מספר ראשוני, מספר פריק, מחלקים של מספר, מחלק משותף לשני מספרים, כפולה משותפת לשני מספרים.

בדרך ההוראה המקובלת מוצגים מושגים אלו ללא המחשה, ומנוצלות ידיעותיו של התלמיד לגבי מושגי הכפל והחילוק.

ניתן להשתמש בהצגה הבאה גם לאחר לימוד המושגים, במקרה כזה ינצל התלמיד את ידיעותיו לביצוע המטלה, ויוכל להשוות בין התוצאות שקיבל בפעילות לבין המושגים המוכרים לו מקודם.

הגדרת המושגים תיעשה תחילה בשפת המודל ואח"כ תורחב לשפה המתמטית הפורמלית.

המכשיר - דסקיות משני צבעים (נניח כחול ולבן).

מלבן מדסקיות - סידור של הדסקיות בשורות וטורים כך שייווצר מלבן, למשל

000000

000000

000000

מלבן זה יתואר ע"י התרגיל 3×6 .

לצורך הפעילויות במכשיר, נקבע שהמלבן המתואר ע"י $a \times b$ הוא המלבן שבו: a שורות ו b עמודות.

ולכן שני המלבנים $a \times b$ ו $b \times a$ הם מלבנים שונים.

פעילות א'

1. נסה לבנות מלבן מדסקיות לכל אחד מהמספרים 2 עד 25, בתנאי שבכל מלבן מספר השורות והעמודות יהיה גדול מ 1. ערוך את תוצאותיך בטבלה:

טבלה מס' 1

מספרים שאי אפשר לבנות להם מלבן	מספרים שאפשר לבנות להם מלבן
7	8
23	12
-	-
-	-
-	-

2. בדוק לגבי מספרים גדולים מ 25 והוסף לטבלה.
 3. רשום תרגילי כפל לכל אחד מהמספרים שבדקת בטבלה מס' 1, בתנאי שהתרגיל לא יכלול את המספר 1. ערוך טבלה בה תרשום את המספרים שהצלחת לכתוב להם תרגיל כפל בעמודה אחת, ובשנייה את המספרים שלא הצלחת.

טבלה מס' 2

מספרים שאי אפשר לכתוב להם תרגיל כפל	מספרים שאפשר לכתוב להם תרגיל כפל

4. השווה בין שתי הטבלאות והסבר.
 5. הגדרות - מספר ראשוני - בשפת המודל: מספר שאי אפשר לבנות לו מלבן שמספר שורותיו או מספר עמודותיו גדול מ-1. בשפה המתמטית: מספר שאי אפשר לכתוב לו תרגיל כפל, שאינו מכיל את 1.
 מספר פריק - בשפת המודל: מספר שאפשר לבנות לו מלבן, שמספר שורותיו ועמודותיו גדול מ-1. בשפה המתמטית: מספר שאפשר להתאים לו תרגיל כפל, שאינו כולל את המספר עצמו.

6. מדוע לדעתך אפשר תמיד לכתוב תרגיל כפל (שלא מכיל את 1) למספר דיסקיות שאפשר לבנות מהן מלבן (שמספר שורותיו ועמודותיו גדול מ-1)?

פעילות ב

1. קח 12 דיסקיות, בנה מלבנים רבים ככל האפשר המכילים 12 דיסקיות, (כולל מלבן עם שורה אחת או עמודה אחת) רשום את מספר השורות בכל מלבן (נזכור שלצורך פעילות זאת אנו מבדילים בין המלבן 3×4 ל 4×3 . בראשון מספר השורות 3 ובשני 4).
חזור על פעילות זאת עם מספרים נוספים למשל: 23, 24, 15, 30
ערוך את התוצאות בטבלה.

טבלה מס' 3

מספר השורת במלבנים	מספר הדיסקיות
1,2,3,4,6,12	12 30 24 -

2. נניח שיש לך 48 דיסקיות רשום את מספר השורות בכל המלבנים האפשריים. איזו פעולה מתימטית עוזרת לך בשאלה זו?
3. **הגדרות** - מספרי השורות של המלבנים שאפשר לבנות למספר מסוים הם **המחלקים** של מספר זה, כלומר, הם המספרים שהמספר עצמו מתחלק בהם ללא שארית.
למשל: המחלקים של 12 הם: 1,2,3,4,6,12.
אפשר לקרוא להם גם **גורמים** של המספר.
4. כמה מחלקים למספר ראשוני? הסבר בעזרת מלבנים.
5. כמה מחלקים, לכל הפחות, למספר פריק? הסבר בעזרת מלבנים. הבחן בין מספר ריבועי למספר שאיננו ריבועי.

פעילות ג'

1. קח 12 דיסקיות לבנות ו 18 דיסקיות כחולות. בנה מלבן לבן ומלבן כחול, כך שלשניהם אותו מספר שורות. נסה שוב במספר אחר של שורות. רשום את מספר השורות במלבנים שמצאת והקף את המספר הגדול ביותר. חזור על כך עם המספרים 24, 32.

ערוך את התוצאות בטבלה

טבלה מס' 4

מספר השורות הזהה בשניהם	מספר הדיסקיות בכל אחד מהמלבנים
1	18, 12
2	18, 12
3	18, 12
6	18, 12

2. נניח שיש לך 54 דיסקיות לבנות ו 36 דיסקיות כחולות, מצא את כל המלבנים האפשריים שיש להם אותו מספר שורות. באיזה מלבן מספר השורות הרב ביותר?
חפש דרך למציאת התשובה, ללא בניית המלבנים.
3. **הגדרות** - מספר השורות הזהה לשני המלבנים (הכחול והלבן) נקרא **המחלק המשותף של שני המספרים** המתארים את מספר הדיסקיות בכל מלבן.
למשל, למספרים 12 ו 18 המחלקים המשותפים הם 1, 2, 3, 6.
המספר הגדול ביותר הוא המחלק המשותף הגדול ביותר, בקיצור ממג"ב.
4. מהו המחלק המשותף הגדול ביותר של המספרים 30 ו 45.
שער תחילה ואח"כ בנה את המלבנים המתאימים.

פעילות ד'

1. קח דיסקיות כרצונך ובנה 2 מלבנים מאותה כמות דיסקיות, כך שבאחד מספר השורות יהיה 6 ובשני מספר השורות יהיה 8.
רשום בכמה דיסקיות השתמשת.
האם קיימת עוד אפשרות?
השלם את הטבלה הבאה.

טבלה מס' 5

מספר הדיסקיות שהשתמשי בהן	מספר השורות בכל מלבן
24	8, 6
48	8, 6
72	8, 6

2. חזור על אותה פעילות במספרים נוספים. לכל זוג מספרים הקף את המספר הקטן ביותר של דיסקיות הנחוץ לבניית שני המלבנים.

3. **הגדרות** - מספר הדיסקיות הזוהה לשני המלבנים נקרא: הכפולה המשותפת של שני המספרים המתארים את מספר השורות בכל מלבן. למשל, המספר 24 הוא כפולה משותפת של 6 ו 8 (הצלחנו לבנות שני מלבנים שבהם 24 דיסקיות ומספר השורות באחד מהם 6 ובשני 8). מספר הדיסקיות הקטן ביותר שאפשר לבנות מהן מלבן מתאים נקרא כפולה משותפת קטנה ביותר, בקיצור כמק"ב. למה לדעתכם קוראים למספר זה כפולה משותפת?

4. מהי הכפולה המשותפת הקטנה ביותר של המספרים 6 ו 9. שער תחילה ואח"כ בנה את המלבנים המתאימים (אלו שמספר דיסקיותיהם זהה ומספר שורותיהם 6 ו 9).

לאחר ההתנסות במודל והכרת המושגים אפשר להמשיך בפעילויות המתמטיות להכרת דרכים לחישוב הממג"ב והכמק"ב.