

חילוק בשבר

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

(מתוך החוברת: אוגדן פעילויות חקר מתמטי לכיתות ד'-ו': למורה (2002))

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) - ארבע פעולות חשבון בשברים פשוטים: חילוק שברים פשוטים, חילוק לחלקים, חילוק להכלה.

מבנה הקובץ: עמ' 135-142 מדריך למורה
עמ' 143-146 פעילות לתלמיד



- התנסות ראשונית עם חילוק שברים פשוטים.
- מתן משמעות לפעולות החילוק (חילוק לחלקים וחילוק להכלה).
- קשירת חילוק השברים לסיטואציות.
- השוואה בין סיטואציות הקשורות לחילוק במספרים שלמים לבין סיטואציות הקשורות לחילוק בשברים.



דפי פעילות לתלמיד (4 עמודים).



שיעור אחד או שני שיעורים.



1. חילוק מספרים שלמים (עבודה בקבוצות).
2. חילוק בין מספרים שלמים (דיון כיתתי).
3. $4 : \frac{1}{2}$ (עבודה בקבוצות).
4. הצגת דרכי פתרון וסיפורים (דיון כיתתי).
5. יישום – תרגילי חילוק נוספים (עבודה בקבוצות).

מהלך הפעילות

1. חילוק מספרים שלמים (עבודה בקבוצות)

- המורה מציגה בפני התלמידים את המשימה הקשורה למתן משמעויות לחילוק מספרים שלמים (תרגיל 1 בדף לתלמיד).
- לפניכם שתי כרטיסיות ריקות. מלאו בכל אחת מהן שלושה דברים:
- תרגיל חילוק והתוצאה שלו,
- דרך הפתרון של התרגיל,
- וסיפור המתאים לתרגיל שבחרתם.

כרטיסיית חילוק
א. תרגיל חילוק והתוצאה שלו:
ב. דרך הפתרון של התרגיל:
ג. סיפור מתאים לתרגיל:

תגובות תלמידים, פתרונות והערות

- חלק זה של השיעור מתבסס על הידע הקודם של התלמידים, ומטרתו לקשר בין התחום הידוע של חילוק מספרים שלמים ובין התחום הלא מוכר של חילוק שברים.
 - בכרטיסייה אחת לפחות, כדאי לבקש מהתלמידים לבחור תרגיל חילוק של מספר גדול מ-100.
 - להלן דוגמאות מעבודת תלמידים באחת מכיתות הניסוי (כיתה ה').
- א. תרגיל חילוק
- התלמידים נטו לבחור תרגילים פשוטים וקלים, למשל, מספר מחולק שהוא כפולה של עשר, תרגילי חילוק ללא שארית, וכדומה. רק תלמיד אחד הציע תרגיל חילוק שתוצאתו אינה שלמה ($70 \div 8 = 8.75$).
- ב. דרך הפתרון
- התלמידים הציגו את הדרכים הבאות:
- מציאת מספר כך שאם כופלים אותו במחלק נקבל את המחולק (למשל, תלמידה שהציעה את תרגיל החילוק $5 = 20 \div 100$, רשמה בדרך הפתרון: $100 = ? \times 20$).
 - חילוק מאונך (חילוק ארוך).
 - אסטרטגיות חילוק ייחודיות, למשל, עבור התרגיל $5 = 10 \div 50$ הציעו דרך פתרון: "פשוט מורידים את ה-0 מה-50".
 - התלמיד שהציע $8.75 = 70 \div 8$ הסביר את דרך הפתרון כך:
- $$70 \div 8 = 8.75 \rightarrow 6 \div 8 = 0.75 \rightarrow 70 \div 8 = 8(6)$$
- חלק מהתלמידים התקשו להציג דרכי פתרון סבירות, למרות שכתבו תרגילי חילוק נכונים.

ג. סיפור מתאים לתרגיל

התלמידים בכיתות הניסוי גילו יצירתיות רבה בבחירת קונטקסט וסיטואציה מתאימה לתרגילי החילוק שבחרו. הסיפורים עסקו ברובם בחלוקת כמות בצורה שווה – למשל: "לחיים יש 100 ביצים. הוא צריך לחלק אותן שווה בשווה ל-4 עוגות. כמה ביצים יהיו בכל

עוגה?" רוב התלמידים הסתפקו במילה "לחלק", מבלי לציין במפורש שמדובר בחלוקה שווה. מעט תלמידים חיברו סיפורים המבוססים על כמה פעמים נכנסת כמות בגודל נתון (חילוק להכלה).

לאחר שהתלמידים עובדים לבד על שתי כרטיסיות החילוק, מבקשים מהם לעיין בכרטיסיות של חבריהם לקבוצה, לבחור כרטיסייה אחת המייצגת את הקבוצה, ולהעתיק אותה על כרזה או על שקף (תרגיל 2), כדי להציג אותה בפני הכיתה כולה.

2. חילוק בין מספרים שלמים – ידע קודם (דיון כיתתי)

- להלן דוגמאות לתוצרים קבוצתיים באחת מכיתות הניסוי. לעתים, הסיפור שבחרים התלמידים איננו תואם את ההסבר של דרך הפתרון.

קבוצה א

תרגיל חילוק:
$50 : 2 = 25$
דרך הפתרון:
$25 \times ? = 50$ [התלמידים הסבירו את דרך הפתרון תוך שימוש בתוצאת תרגיל החילוק].
סיפור מתאים לתרגיל:
לאמא 50 סוכריות ו-2 ילדים. אמא רוצה לחלק את הסוכריות שווה בשווה בין שני ילדיה. כמה סוכריות יקבל כל ילד? [זהו סיפור מסוג "חילוק לחלקים".]

קבוצה ב

תרגיל חילוק:
$100 : 20 = 5$
דרך הפתרון:
כמה פעמים 20 נכנס בתוך 100. [ההסבר נעשה במשמעות של "חילוק להכלה".]
סיפור מתאים לתרגיל:
למשה יש 100 צעצועים בחנות. הוא מוכר 20 צעצועים בשעה, כמה צעצועים הוא מכר ב-5 שעות? [הסיפור כולל את כל המרכיבים של תרגיל החילוק, כולל התוצאה, ואינו מותיר גודל לא ידוע].

כל קבוצה מציגה את הכרטיסייה שיצרה על גבי כרזה (או שקף) בשלב הקודם של הפעילות. נציג הקבוצה מסביר את שלושת החלקים של הכרטיסייה: התרגיל והתוצאה שלו, דרך הפתרון המוצעת של התרגיל וסיפור מתאים לתרגיל. מציגים את כל התוצרים של הקבוצות זה לצד זה על-גבי הלוח.

קבוצה ג

תרגיל חילוק: $32 : 4 = 8$
דרך הפתרון: $4 \times ? = 32$ $32 : ? = 4$
סיפור מתאים לתרגיל: דני ערך מסיבת יום הולדת. היו לו 32 ממתקים. הוא חילק אותם שווה בשווה בין 4 חברים. כמה ממתקים קיבל כל חבר? [חילוק לחלקים].

- מעודדים מתן משמעויות מגוונות לתרגילי החילוק – למשל, חילוק לחלקים, חילוק להכלה, פי כמה גדול מספר אחד מהשני, פעולה הפוכה לפעולת הכפל, מציאת השלם על-פי חלקו. אפשר לבקש למיין את הכרטיסיות לפי סוגים – למשל, לפי שאלות הדורשות למצוא את כמות הקבוצות, לעומת שאלות העוסקות במציאת הכמות שבכל קבוצה.
- **הערה:** ההבחנה הנפוצה בין "חילוק לחלקים" ובין "חילוק להכלה" מתייחסת לפעולת חילוק ($a \div b = c$), שבה נתונה הכמות הכוללת (a), המיועדת לחלוקה (יש המכנים מספר זה "מחולק").
- "חילוק לחלקים" – מחלקים את הכמות הכוללת (a) למספר קבוצות נתון (b), ושואלים: כמה יש בכל קבוצה (c)?
- "חילוק להכלה" – ידוע מספר האיברים בכל קבוצה או הגודל של כל קבוצה (b), ושואלים: כמה קבוצות יש (התשובה היא c)? הסיווג הזה של פעולת החילוק תלוי בהקשר שבו היא מופיעה. אין צורך לעסוק בכיתה באופן מפורש בהבחנה הזאת.
- אפשר לשאול, האם דרכי הפתרון המוצעות מתאימות גם לתרגילים יותר "קשים". למשל, המורה שאלה את קבוצה א לעיל: "אם תרגיל החילוק היה קשה יותר – למשל, $573 : 3$, כיצד הייתם פותרים לפי הצעתכם את $573 = 3 \times ?$ "

מסווגים את התוצרים לפי המשמעויות השונות של פעולת החילוק.

מציגים את תרגיל 3 :

רוני אמר : "בתרגילי חילוק התוצאה תהיה קטנה מן המספר שמחלקים אותו." האם אתם מסכימים? הסבירו.

- מטרת המשימה היא רפלקציה על החילוק כפעולה המקטינה או מגדילה את המספר המחולק. באחת מכיתות הניסוי (כיתה ה), כרבע מן הילדים הכירו מצבים שפעולת חילוק מגדילה את התוצאה: חלק מהם ידעו לנסח ש"חילוק בשברים מגדיל" וחלק אחר כתבו ש"חילוק בחצאים מגדיל פי שתיים".

- זהו התרגיל המרכזי, שסביבו יתנהל הדיון אודות המשמעות של תילוק שברים. יש מורים המעדיפים להרחיב את ההסבר ולקיים שיחה מקדימה על תרגיל דומה, למשל, $6 \div \frac{1}{2} =$. אחרים מעדיפים לאפשר לתלמידיהם לחקור את הבעיה, ללא הדרכה מכינה, תוך התבססות על ידע קודם שלהם.

- אם יש זמן, אפשר גם לבקש שכל קבוצה תחבר תרגיל משלה (ולא רק סיפור) כדי שהפעילות תהיה מעניינת יותר.

דוגמאות לעבודות של קבוצות תלמידים:

קבוצה א

תרגיל חילוק:
$4 : \frac{1}{2} = 8$
דרך הפתרון:
כמה $\frac{1}{2}$ יש ב- 4? (שמונה)
סיפור מתאים לתרגיל:
לאברהם היו 4 מלפפונים. אברהם חילק אותם לחצאים. כמה חתיכות של מלפפונים יש לו עכשיו? (8 חתיכות)
ליוסי היו 4 חבילות ביצים. הוא רצה לחלק חצי חבילה לכל חבר. כמה חברים היו לו? [אלה סיפורים מסוג "חילוק להכלה".]

מציגים בפני התלמידים את תרגיל החילוק :

$$4 : \frac{1}{2} =$$

מבקשים מהם לשער מהי התוצאה של התרגיל הזה, ולהסביר את שיקוליהם (תרגיל 4).

3. $4 : \frac{1}{2}$ (עבודה בקבוצות)

מבקשים מן התלמידים לדון בקבוצותיהם במשמעות ובדרכי ביצוע אפשריות לתרגיל החילוק שהוצג (תרגיל 5):

השלימו כרטיסיית חילוק לתרגיל $4 : \frac{1}{2}$. דונו בשיטות של פתרון התרגיל. גבשו שיטה אחת או שתיים המייצגת אתכם. הכינו אותה להצגה בפני הכיתה על-גבי כרזה (או שקף). מצאו שני סיפורים מתאימים לתרגיל.

כרטיסיית חילוק
א. תרגיל חילוק והתוצאה שלו :
$4 : \frac{1}{2} =$
ב. דרך הפתרון של התרגיל :
ג. סיפור מתאים לתרגיל :

קבוצה ב

תרגיל חילוק:	$4:\frac{1}{2} = 8$
דרך הפתרון:	$\frac{1}{2} \times ? = 4$
סיפור מתאים לתרגיל: לנועה יש 4 שקלים והיא רוצה לקנות מחקים. כל מחק עולה $\frac{1}{2}$ שקל. כמה מחקים קנתה נועה אם היא בזבזה את כל כספה על המחקים? [חילוק להכלה].	

קבוצה ג

תרגיל חילוק:	$4:\frac{1}{2} = 8$
דרך הפתרון:	מחשבים כמה חצאים יש ב-1 (2) ומכפילים במספר הנתון (4) ומקבלים תוצאה (8). [פתרון בשלבים, המבוסס על הידע שבשלם שני חצאים ולכן בארבעה שלמים שמונה חצאים].
סיפור מתאים לתרגיל:	לאיציק היו 4 אבטיחים. הוא חילק אותם לחצאים. כמה חברים יש לאיציק? [בסיפור זה חסר התנאי שאיציק חילק חצי אבטיח לכל חבר].

- מספר קבוצות התקשו לחבר סיפור מתאים לתרגיל (של חילוק להכלה).

- חלק התקשו לחבר סיפור שיקלול גם את החצי, ולכן כתבו סיפור המבוסס על הכמות הכוללת והתוצאה:
"למשה יש 4 תפוחים. הוא רוצה לחלק אותם בין 8 עובדים. כמה תפוחים יקבל כל עובד?"

- חלק חיברו סיפור לתרגיל ה"הפוך" $\frac{1}{2} \div 4 =$

"לחיים $\frac{1}{2}$ תפוח. הוא חילק אותו לארבעת חבריו.

כמה תפוחים קיבל כל חבר?"

4. הצגת דרכי פתרון וסיפורים (דיון כיתתי)

- מציגים, מסבירים, ומסווגים את התוצרים בדרכים שונות (תרגיל 5).
- מעודדים סיווגים שונים - כמו למשל, סיווג לפי התוצאות שהתלמידים מצאו, לפי דרכי הפתרון, ולפי סיפורים שהוצעו על-ידי התלמידים.
- באחת מכיתות הניסוי, התלמידים מצאו שכל הסיפורים, שבחרו עבור החילוק בחצי, היו מסוג "חילוק להכלה" (התלמידים לא השתמשו במונח זה) כלומר, חילוק שבו ידועות הכמות הכללית (4) והכמות שבכל קבוצה ($\frac{1}{2}$), ומחפשים כמה קבוצות יש (8). זאת בניגוד ל"חילוק לחלקים", שבו ידועה הכמות הכללית וידוע מספר הקבוצות, ומחפשים את הכמות בכל קבוצה.
- מקיימים דיון עם התלמידים המבוסס על החקירה שערכו לגבי $4 : \frac{1}{2} = 8$ ועל ידע קודם, ובו מדגישים שחלוקה במספרים (חיוביים) הקטנים מ-1 מגדילה.
- חוזרים שוב לסיפור של רוני (תרגיל 6): כזכור, רוני אמר: "בתרגיל חילוק התוצאה תהיה קטנה מן המספר שמחלקים אותו". האם אתם מסכימים? הסבירו.
- ממשיכים את הנושא של החילוק כפעולה היכולה להגדיל את המספר שמחלקים אותו (תרגיל 7): האם לדעתכם אפשר לחלק את 4 במספר, ולקבל תוצאה גדולה מ-100? גדולה מ-1,000? הסבירו.
- המטרה אינה למצוא את התשובה המספרית המדויקת, אלא לקבל תחושה שכאשר מקטינים את השבר, קטנה תוצאת החילוק. כאשר מחלקים בשבר הקטן מ- $\frac{1}{25}$ מתקבלת תוצאה גדולה מ-100 – למשל: $400 = \frac{1}{100} : 4$. כאשר מחלקים בשבר הקטן מ- $\frac{1}{250}$ מתקבלת תוצאה גדולה מ-1,000, למשל: $1200 = \frac{1}{300} : 4$

5. יישום - תרגילי חילוק נוספים (עבודה בקבוצות).

- מבקשים מן התלמידים לפתור תרגילי חילוק נוספים (תרגיל 8).
- לפני העבודה בכתב, אפשר לבקש מהתלמידים לפתור בעל-פה תרגילי חילוק של מספר שלם בשבר פשוט. לדוגמה: $7 : \frac{1}{4}$, $6 : \frac{1}{3}$. בכיתות מתקדמות אפשר גם לנסות להתמודד ביחד עם תרגיל, כמו: $4 : \frac{2}{3}$. בכל התרגילים הללו ממשיכים לבקש הסבר לפתרון וסיפור מתאים.
- בשלב זה, חשוב לעודד יצירת הקשרים ומשמעויות

בסיטואציות בעלות הקשר מעשי (למשל, "כמה מנות של $\frac{1}{4}$ פיצה אני יכול ליצור מ-4 פיצות?"); או סיטואציות בעלות הקשר מספרי (למשל, "איזה מספר כפול $\frac{1}{4}$ יתן לי 4?"; או "כמה רבעים אפשר ליצור מ-4 יחידות?"). חלק מן התלמידים יגלו את האלגוריתם של כפל במספר ההופכי, "לחלק במספר נתון זה כמו לכפול במספר ההופכי" (למשל, $4 \times \frac{1}{5} = 4 : 5$), אך אין זה הנושא החשוב בשלב זה של הלמידה.



1. לפניכם שתי כרטיסיות חילוק ריקות. מלאו בכל אחת מהן שלושה דברים: תרגיל חילוק והתוצאה שלו, דרך הפתרון של התרגיל, וסיפור המתאים לתרגיל שבחרתם.

כרטיסית חילוק	כרטיסית חילוק
א. תרגיל חילוק והתוצאה שלו:	א. תרגיל חילוק והתוצאה שלו:
ב. דרך הפתרון של התרגיל:	ב. דרך הפתרון של התרגיל:
ג. סיפור מתאים לתרגיל:	ג. סיפור מתאים לתרגיל:

2. בחרו את אחת הכרטיסיות שיצרתם.
העתיקו אותה על-גבי כרזה (פוסטר), כדי להציג אותה בפני הכיתה כולה.

3. רוני אמר: "בתרגילי חילוק התוצאה תהיה קטנה מן המספר שמחלקים אותו".
האם אתם מסכימים? הסבירו.

4. נסתכל על תרגיל החילוק הבא:

$$4 : \frac{1}{2} =$$

שערו מהי התוצאה של התרגיל הזה:

הסבירו:

5. השלימו כרטיסיית חילוק לתרגיל הבא :

$$4 : \frac{1}{2} =$$

דונו בשיטות של פתרון התרגיל.
גבשו שיטה אחת או שתיים המייצגת אתכם.
הכינו אותה להצגה בפני הכיתה על-גבי כרזה (או שקף).
מצאו שני סיפורים מתאימים לתרגיל.

כרטיסיית חילוק
א. תרגיל חילוק והתוצאה שלו: $4 : \frac{1}{2} =$
ב. דרך הפתרון של התרגיל:
ג. סיפור מתאים לתרגיל:

6. כזכור, רוני אמר: "בתרגיל חילוק התוצאה תהיה קטנה מן המספר שמחלקים אותו".
האם אתם מסכימים? הסבירו.

7. האם לדעתכם אפשר לחלק את 4 במספר, ולקבל תוצאה גדולה מ-100?
גדולה מ-1,000? הסבירו.

8. פתרו!

$$4 : \frac{1}{4} =$$

$$6 : \frac{1}{3} =$$

$$6 : \frac{1}{6} =$$

© מכון ויצמן