פעילות 2: משפטי חפיפה

הפעילות משלבת עבודה באחת משתי התוכנות "המשער הגיאומטרי" או *Geometry Inventor*". אם אין באפשרותכם לעבוד במחשב, בצעו את תרגילים 1 ו- 2 "ללא מחשב". במקרה זה הצטיידו בסרגל ובמד זווית. (מד זווית על דף שקוף, מצורף בסוף החוברת.).

בפעילות הקודמת חקרתם ומצאתם כי שוויון של שלוש צלעות של משולש אחד לשלוש צלעות של משולש אחר הוא תנאי מספיק לחפיפה של שני המשולשים.

> משפט חפיפה: אם שלוש הצלעות של משולש אחד שוות בהתאמה לשלוש הצלעות של משולש אחר, אז המשולשים חופפים.

כמו כן, מצאתם כי שוויון של שלוש הזוויות של שני משולשים, אינו תנאי מספיק לחפיפתם.

באשר למרובעים, מצאתם כי שוויון של ארבע צלעות של שני מרובעים, או שוויון של ארבע הזוויות של שני מרובעים, אינם תנאים מספיקים לחפיפת המרובעים.

בפעילות זו נלמד להכיר שני משפטי חפיפה נוספים למשולשים.

לעבודה במשער הגיאומטרי

1. *משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן.*

בתרגיל זה תבחרו משולש אקראי הניתן לשינוי בגרירה, תבנו משולש השווה לו בשתי צלעות והזווית שביניהן, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף את המשולש שבחרתם והאם החפיפה הזו מתקיימת גם לאחר שינוי המשולש האקראי שנבחר.

שרטטו משושלש ABC אקראי.

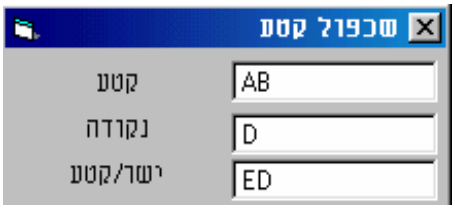
← הביאו את הסמן למסך והקישו

שרטטו ישר.

צורות ← ישר ← קו ישר

שרטטו קטע השווה באורכו ל-AB.

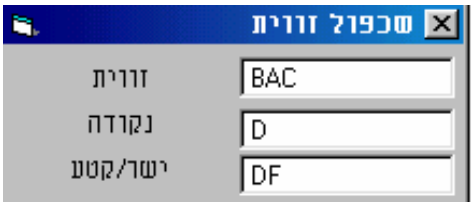
בניות ← שכפול קטע ←



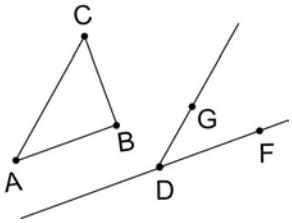
← בצע

העתיקו את זווית BAC על הישר בנקודה D.

בניות ← שכפול זווית ←

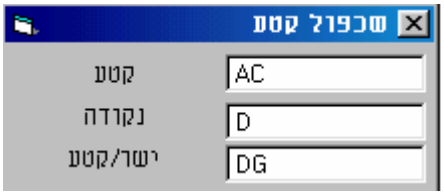


← בצע



שרטטו על השוק DG צלע שווה באורכה ל-AC.

בניות ← שכפול קטע ←



← בצע

חברו את המשולש שנוצר.

בניות ← קטע/מצולע מנקודות ←

נסו לגרור את קודקודי המשולש **שבניתם**. האם הוא חופף למשולש ABC שבחרתם?

← הזיזו את הסמן לקודקודים של משולש DHF ונסו לגרור.

גררו את קודקודי משולש ABC, ותארו כיצד משתנה המשולש שבניתם.

← הזיזו את הסמן לקודקודים של משולש ABC וגררו.

האם שוויון של שתי צלעות והזווית שביניהן הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

נסחו משפט חפיפה:

2. *משולשים השווים בצלע ובשתי זוויות שלידה.*

בתרגיל זה תבחרו משולש אקראי הניתן לשינוי בגרירה, תבנו משולש השווה לו בצלע ובשתי הזוויות שלידה, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף למשולש שבחרתם והאם החפיפה הזו מתקיימת גם לאחר שינוי המשולש האקראי שנבחר.

מחקו את הצלע DH (בבנייה הקודמת).

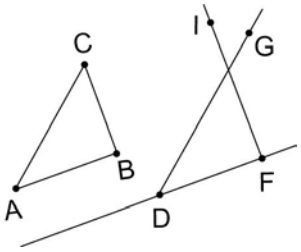
צורות ובניות ← DH: שכפול הקטע AC

← הקישו Delete

שכפלו את זווית ABC (בנקודה F על הקטע DF).

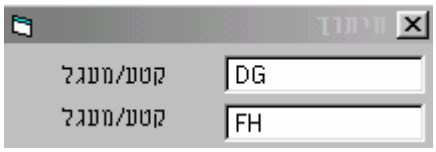
בניות ← שכפול זוויות ←

← בצע ←



סמנו את נקודת החיתוך של השוק השנייה עם שוק הזווית הראשונה ששכפלתם, וחברו את המשולש שנוצר.

בניות ← נקודת חיתוך ←



← בצע ←

נסו לגרור את קודקודי המשולש **שבניתם**. האם הוא חופף למשולש ABC שבחרתם?

← הביאו את הסמן לקודקודים של משולש DIF ונסו לגרור.

שנו את משולש ABC, ותארו כיצד משתנה המשולש שבניתם.

← הביאו את הסמן לקודקודים של משולש ABC וגררו.

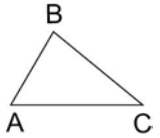
האם שוויון של צלע ושתי זוויות לידה, הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

נסחו משפט חפיפה:

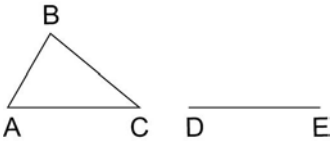
1. *משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן.*

בתרגיל זה תבחרו משולש אקראי הניתן לשינוי בגרירה, תבנו משולש השווה לו בשתי צלעות והזווית שביניהן, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף את המשולש שבחרתם והאם החפיפה הזו מתקיימת גם לאחר שינוי המשולש האקראי שנבחר.

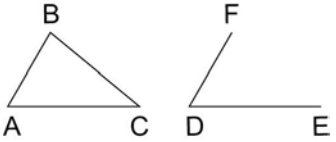
שרטטו משולש ABC אקראי.



שרטטו קטע השווה באורכו ל- AB.



העתיקו את הזווית BAC על DE בנקודה D, כך שאורך השוק השנייה של הזווית ישווה ל-AB.



נסו לגרור את קודקודי המשולש **שבניתם**. האם הוא חופף למשולש ABC שבחרתם?

גררו את קודקודי משולש ABC ותארו כיצד משתנה המשולש שבניתם.

בנה

הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה (D). רשמו במסגרת: ישר מ- D באורך AC, והקישו

רשמו במסגרת: מישר DE בנקודה D בזווית BAC, באורך AB. לחצו על בנה עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים

חברו את E עם F.

הביאו את הסמן לקודקודים של משולש DEF ונסו לגרור.

הביאו את הסמן לקודקודים של משולש ABC וגררו.

האם שוויון של שתי צלעות והזווית שביניהן הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

נסחו משפט חפיפה:

2. *משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה.*

בתרגיל זה תבחרו משולש אקראי הניתן לשינוי בגרירה, תבנו משולש השווה לו בצלע ובשתי הזוויות שלידה, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף למשולש שבחרתם והאם החפיפה הזו מתקיימת גם לאחר שינוי המשולש האקראי שנבחר.

מחקו את הצלע DF ואת הנקודה F (בבנייה הקודמת).

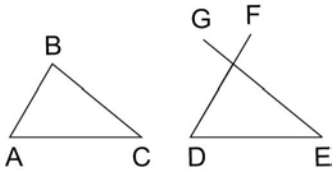
← הביאו את הסמן לנקודה F, הקישו לסימון הנקודה ולחצו על Delete.

שכפלו מחדש את זווית ABC (בנקודה D של הקטע DE).

← ← רשמו במסגרת: מישר DE בנקודה D בזווית BAC, לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.

שכפלו גם את הזווית BCA על DE בנקודה E:

← ← רשמו במסגרת: מישר DE בנקודה E בזווית ACB, לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.



סמנו את נקודת החיתוך של השוק השנייה של שתי הזוויות ששכפלתם.

← ← חיתוך של DF ו- EG.

נסו לגרור את קודקודי המשולש **שבניתם**. האם הוא חופף את המשולש ABC שבחרתם?

← הביאו את הסמן לקודקודים של משולש DEH ונסו לגרור.

גררו את קודקודי משולש ABC ותארו כיצד משתנה המשולש שבניתם.

← הביאו את הסמן לקודקודים של משולש ABC וגררו.

האם שוויון של צלע ושתי הזוויות לידה, הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

נסחו משפט חפיפה:

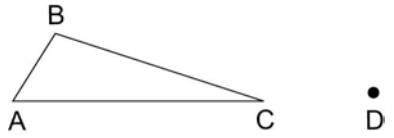
עבודה ללא מחשב

העיזרו ב"מד הזווית" שבדף השקוף שבסוף החוברת.

1. *המשולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן.*

בתרגיל זה תבנו משולש השווה למשולש ABC בשתי צלעות ובזווית שביניהן, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף את המשולש ABC הנתון.

א) סרטטו מהנקודה D, קטע DE השווה באורכו ל- AB. (השתמשו בסרגל.)
מדדו במד זווית את זווית BAC, וסרטטו זווית שווה לה על DE בנקודה D.



ב) סמנו נקודה **כלשהי** על השוק השנייה של הזווית והשלימו למשולש. כמה משולשים כאלה ניתן ליצור?
האם שוויון של צלע וזווית מספיקים לחפיפה?

ג) מדדו את AC והעתיקו אותו על השוק השנייה של הזווית, השלימו למשולש, וצבעו את המשולש שנוצר.

ד) האם שוויון של שתי צלעות והזווית שביניהן הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

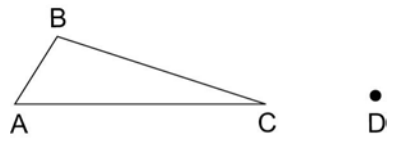
נסחו משפט חפיפה:

2. *משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה.*

בתרגיל זה תבנו משולש השווה למשולש ABC בצלע ובשתי הזוויות שליד הצלע, ותבדקו האם המשולש שבניתם חופף את המשולש ABC הנתון.

א) סרטטו מהנקודה D, קטע DE השווה באורכו ל- AB. (השתמשו בסרגל.)

ב) מדדו במד זווית את זווית BAC, וסרטטו זווית שווה לה על DE בנקודה D.



ג) מדדו במד זווית, את זווית ABC, וסרטטו זווית שווה לה על DE בנקודה E.

ד) סמנו את נקודת החיתוך של שתי שוקי הזוויות שהעתקתם.

ה) האם שוויון של צלע ושתי הזוויות שלידה הוא תנאי מספיק לחפיפה של המשולשים?

נסחו משפט חפיפה:

דיון

לביצוע באמצעות מחשב ומצגת. המנחה בונה את הבניות הנדרשות על פי הוראות הלומדים.

3. א) נתונים שני משולשים השווים בצלע, בזווית **ליד** הצלע ובזווית **מול** הצלע הזו.
האם המשולשים בהכרח חופפים? הסבירו.

ב) האם ייתכן?
האם ניתן לבנות משולש שיש בו צלע ושתי זוויות, השוות לצלע ושתי זוויות במשולש ABC, כך שהמשולש שייווצר **לא** יהיה חופף למשולש ABC?
אם לא, הסבירו.
אם כן, נסו לבנות באמצעות המחשב.

4. אם בניתם משולש השווה למשולש נתון בצלע ושתי זוויות ואינו חופף למשולש הנתון, המשיכו בחקירה:

א) כמה גדלים שווים (צלעות וזוויות) יש בשני המשולשים **שאינם חופפים** שבניתם בתרגיל 3 סעיף ב' ?

ב) מידדו והסבירו.

*מדידה בעזרת **המשער הגיאומטרי**:*

צורות ובניות ← משולש ABC ←

מדידות ← כל האורכים כל הזוויות

גררו את קודקודי משולש ABC ובדקו אם שוויון הצלעות והזוויות נשמר.

חזרו על הפעולות עבור המשולש שבניתם.

מדידה בעזרת **"Geometry Inventor":**

← הביאו את המסגרת למסך ורשמו את אחת הצלעות שברצונכם למדוד. הביאו מסגרות נוספות ומדדו צלעות נוספות.

גררו את קודקודי משולש ABC ותארו כיצד משתנה המשולש שבניתם.

← הביאו את המסגרת למסך ורשמו את אחת הזוויות שברצונכם למדוד. הביאו מסגרות נוספות ומדדו זוויות נוספות.

ג) שערו האם ייתכן שבשני משולשים יהיו חמישה, ואולי שישה גדלים שווים של צלעות וזוויות והמשולשים לא יהיו חופפים? הסבירו.

אם אתם עובדים במחשב, המשיכו את הבנייה הקודמת בה מצאתם 4 גדלים שווים: נסו לגרור את משולש ABC, כך שלשני המשולשים תהיה עוד צלע שווה. האם הצלחתם? הסבירו.