

**הגדרות**

**מספר רציאני** הוא מספר שאפשר לכתוב אותו כמנה  $(\frac{a}{b})$  של שני מספרים שלמים, שבה המכנה שונה מzero ( $0 \neq b$ ).

**מספר אירציאני** הוא מספר שאי אפשר לכתוב אותו כמנה  $(\frac{a}{b})$  של שני מספרים שלמים.

לקבוצת המספרים המכילים את כל המספרים הרציונליים ואת כל המספרים האירציאניים קוראים:  
**קבוצת המספרים ממשיים**.

טענה:  $\sqrt{2}$  הוא מספר אירציאני.

לצורך הבנת ההוכחה של הטענה נפתחו תחילת את שני התרגילים הבאים.

1. א. פרקו לגורמים ראשוניים את המספרים הבאים:

$$924, \quad 392, \quad 324, \quad 144, \quad 36, \quad 27$$

ב. מי בין המספרים שפרקתם הוא ריבוע של מספרשלם? נמקו.

ג. מצאו  $\sqrt{15876}$  ללא מחשבון.

2. העלו בריבוע:  $8, \sqrt{16}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{2}$ .

**הוכחת הטענה**

נניח שאפשר לכתוב את  $\sqrt{2}$  כמנה של שני מספרים שלמים.

$$\text{נכתב: } \sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad (0 \neq b)$$

$$\text{נעלם בריבוע: } 2 = \frac{a^2}{b^2}$$

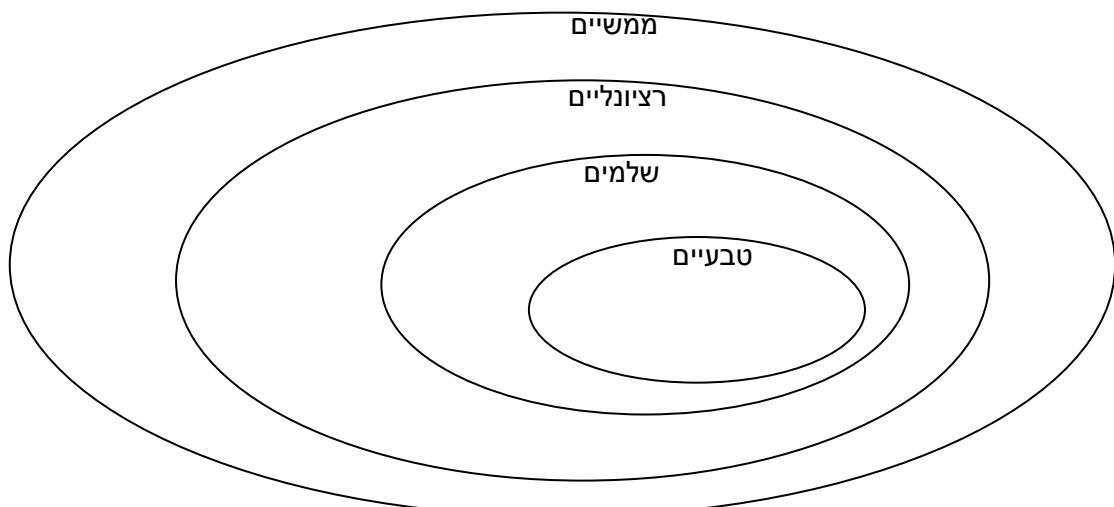
$$\text{נכפול ב- } b^2 \text{ ונקבל: } 2b^2 = a^2$$

א Gef ימין הוא ריבוע של מספרשלם, لكن בפירוק לגורמים שלו מופיעים גורמים ראשוניים שווים בזוגות (ראו תרגיל 1).

בפירוק לגורמים של Gef שמאל, ל- 2 אין בן זוג. אך לא יתכן שבשני האגפים יש מספרים שווים, כי כל מספר מתפרק לגורמים ראשוניים באופן ייחיד. אך אי אפשר לכתוב את  $\sqrt{2}$  כמנה של שני מספרים שלמים.

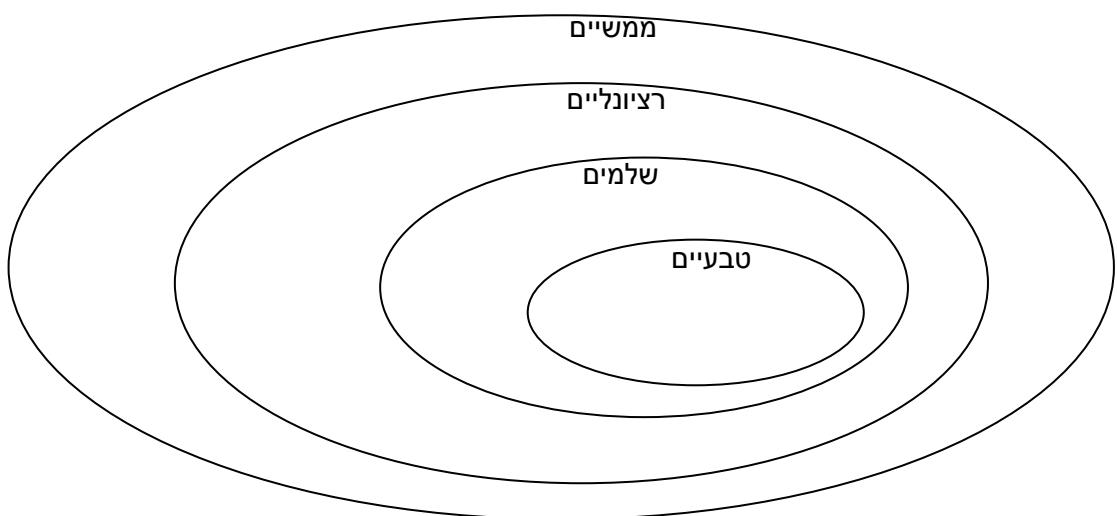
להוכחה שבה מניחים הנחה ובהתאם לכך עליה מגיעים לסתירה, קוראים: **הוכחה בדרך השילילה**.

3. א. מה ערכו, בקירוב, של  $\sqrt{2}$ ?
- ב. כמה ספורות, לדעתכם, יש ל- $\sqrt{2}$  אחרי הקודה העשרונית? נמקו.
- ג. מצאו, ללא מחשבון, את  $\sqrt{2}$  בדיק של שתי ספורות אחרי הקודה העשרונית.
- ד. עד לאיזו ספירה בחישוב  $\sqrt{2}$  אפשר למצוא בעזרתו מחשבון? האם, לדעתכם, אפשר למצוא ספורות נוספות? אם כן, איך אפשר למצוא אותן?
4. א. הוכיחו את הטענה:  $\sqrt{3}$  הוא מספר אירציונלי.
- ב. מה ערכו, בקירוב, של  $\sqrt{3}$ ?
- ג. מצאו, ללא מחשבון, את  $\sqrt{3}$  בדיק של שתי ספורות אחרי הקודה העשרונית.
5. א. נסו להוכיח את הטענה:  $\sqrt{9}$  הוא מספר אירציונלי? מה דעתכם?
- ב. מצאו בקירוב:
- $$\sqrt{80}, \quad \sqrt{50}, \quad \sqrt{30}, \quad \sqrt{10}$$
6. שבעו בדיאגרמת ון את המספרים הבאים.
- $$1; 0; -7; 2\frac{3}{4}; \frac{10}{2}; \sqrt{2}; \frac{10}{4}; -\frac{10}{2}; 0.5; -\frac{100}{25}; \pi; 0.72; \sqrt{9}; -0.3; \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}; \frac{25}{100}; \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}}; \frac{100}{25}; -\frac{1}{7}; \frac{\sqrt{16}}{2}; \frac{\pi}{3}; \sqrt{\frac{9}{10}}; 0.333\dots$$



7. סמןו בדיאגרמה, במקומות המתאים, את תוצאות התרגילים הבאים.

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$	$\sqrt{2} + \sqrt{2}$	$6 + 1\frac{1}{2}$	ה.	$-\frac{9}{10} + \frac{1}{10}$
$\sqrt{2} - \sqrt{3}$	$\sqrt{2} - \sqrt{2}$	$6 - 1\frac{1}{2}$	ו.	$-\frac{9}{10} - \frac{1}{10}$
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$	$6 \cdot 1\frac{1}{2}$	ז.	$-\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}$
$\sqrt{2} : \sqrt{3}$	$\sqrt{2} : \sqrt{2}$	$6 : 1\frac{1}{2}$	ח.	$-\frac{9}{10} : \frac{1}{10}$



8. נתוניים המספרים:  $6$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $2$ .

השתמשו בכל המספרים, ארבע פעולות חשבון ובסוגרים (לפי הצורך), כדי לקבל, **אם אפשר:**

א. מספר טבעי.

ב. מספר שלם שאינו טבעי.

ג. מספר רציונלי חיובי, שאינושלם.

ד. מספר רציונלי שלילי, שאינושלם.

ה. מספר אירציונלי.

9. השלימו מספרים מתאימים, אם אפשר.

- |                         |                        |               |              |
|-------------------------|------------------------|---------------|--------------|
| הוא מספר שלם.           | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | a. הסכום של  |
| הוא מספר שלם.           | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | b. הסכום של  |
| הוא מספר רצינלי לא שלם. | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | c. הסכום של  |
| הוא מספר רצינלי לא שלם. | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | d. הסכום של  |
| הוא מספר ארכינוני.      | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | e. הסכום של  |
| הוא מספר ארכינוני.      | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | f. המכפלה של |
| היא מספר שלם.           | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | g. המכפלה של |
| היא מספר שלם.           | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | h. המכפלה של |
| היא מספר רצינלי לא שלם. | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | i. המכפלה של |
| היא מספר רצינלי לא שלם. | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | j. המכפלה של |
| היא מספר ארכינוני.      | <input type="text"/> - | $\frac{5}{6}$ | k. המכפלה של |
| היא מספר ארכינוני.      | <input type="text"/> - | $\sqrt{3}$    | l. המכפלה של |

10. חשבו בדיק, או בקירוב, וסמן = או ≠.

a.  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{9 \cdot 4}$

$\sqrt{9} + \sqrt{4} \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{9 + 4}$

b.  $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{\frac{9}{4}}$

$\sqrt{9 - 4} \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{9} - \sqrt{4}$

נסו להקליל, והסבירו.

11. נתונם המספרים  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , 2.

השתמשו בכל המספרים, ארבע פעולות חשבון ובסוגרים (לפי הצורך), כדי לקבל, אם אפשר:

a. מספר טבעי.

b. מספר שלם שאינו טבעי.

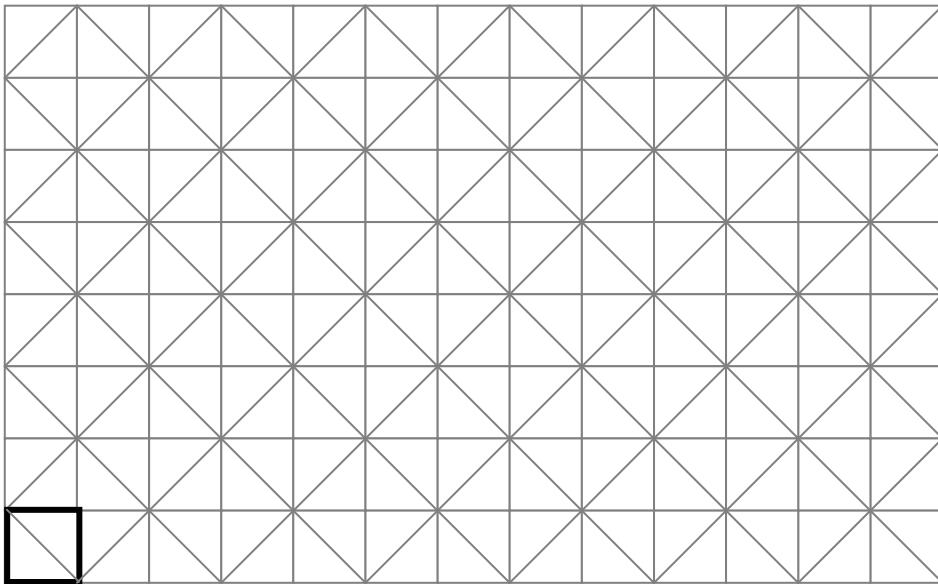
c. מספר רצינלי חיובי, שאינו שלם.

d. מספר רצינלי שלילי, שאינו שלם.

e. מספר ארכינוני.

12. לפניכם רשתת. אורך הצלע של הריבוע המודגש הוא ייחידה אחת.

- כמה ריבועים שונים יש ברשתת?
- מה אורך הצלע של כל ריבוע שמצאתם?
- היכן, בדיאגרמת זו, נמצא כל אורך צזה?



13. שחקו במשחק "משימות אירציאנליים" (הוראות בהמשך, קלפים בנספח).

### משימות – אירציאנליים – משחק לשני משתתפים

#### השחקן מכיל:

- שלוש קוביות. על כל קובייה כתובים המספרים $\sqrt{2}$ , 3, 4,  $\sqrt{2}$ , 2 $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ .
- 9 קלפי משימה מסוורים בקופפה (בעמוד הבא).

#### הוראות:

- כל משתתף מטיל בתורו את שלוש הקוביות, ומושך מן הקופה משימה.
- על המשתתף לכתוב תרגיל בעזרת שניים או שלושת המספרים שעל הקוביות ובעזרת פועלות או שתיים מאربع פועלות החשבון (אפשר להשתמש בסוגרים).  
תוצאת התרגיל צריכה להתאים למשימה שעל הרטיטס.
- אם המשתתף הצליח במשימה, הקლף עובר לרשותו; אם הוא לא הצליח, מניחים את הקלף בתחתית הקופה, והטור עבר למשתתף הבא.
- המשחק מסתיים, כשმართვებהן הקופה.

#### מנצח במשחק: