

מספר רצינוני הוא מספר שניית להציגו כמנה של שני מספרים שלמים.

מספרים רצינוניים סופיים

1. נתון מספר עשרוני בעל 100 ספרות אחרי הנקודה. האם הוא רצינוני או אירצינוני? הסבירו.

2. א. רשמו חמישה שברים עשרוניים (גונו במספר הספורות אחרי הנקודה)

- הפכו כל מספר עשרוני לשבר פשוט שמכנהו 10, 100, 1000 וכו'.
- צמצמו, אם אפשר, כל שבר "עד הסוף", ורשמו באיזה מספר צמצמתם.

ב. פרקו לגורמים ראשוניים את המכנים של כל השברים המצוימים. מה משותף למכנים אלו?

ג. מה משותף לכל המספרים שבהם צמצמתם? מדוע?

3. א. רשמו חמישה שברים פשוטים.

- הרחיבו, אם אפשר, לשבר שמכנהו 10, 100, 1000 וכו'. רשמו בכמה הרחבותם.
- הפכו, אם אפשר, כל שבר למספר עשרוני.

ב. מה משותף לכל המספרים שבהם הרחבתם? האם יתכן שהרחבתם ב- 3?

ג. מה משותף לכל המכנים של השברים שהצלחתם להרחב?

ד. מה משותף לכל המכנים של השברים שלא הצליחתם להרחב?

4. נתון שבר שאי אפשר להרחב אותו לשבר שמכנהו 10, 100, 1000 וכו'.

האם יתכן שניית לכתוב אותו כשבר עשרוני סופי? הסבירו.

5. יונתן הציג כל אחד מהশברים הבאים כמספר עשרוני.

$$\frac{1}{12}, \frac{3}{48}, \frac{7}{125}, \frac{11}{16}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}, \frac{2}{25}, \frac{13}{30}, \frac{17}{20}, \frac{3}{5}$$

א. שערו, הציגתם של אילו מהשברים העשרוניים היא סופית? הסבירו את השערתכם.

ב. האם, בעזרה מחשבון, ניתן לבדוקות להבחן בין שברים שביצוגם העשרוני הם סופיים, לאלו שביצוג זה הם אינסופיים? הסבירו.

חילוק ארוך

$$1125 : 3 = ? . 6$$

א. הצעו דרכים שונות לחישוב החילוק.

ב. בסעיף הבא נציג את הרעיון העומד מאחורי האלגוריתם של החילוק הארוך צעד צעד, על-ידי פירוק המחלוקת למחוברים. ליד כל פעולה מופיע ההסבר שלה במילים.
קראו שורה מימין ותסבירו משמאל.

<p>אין אלפים בתוצאה החלוקה של 2000 ב- 6 לכן הפקנו את 2000 ל- 20 מאות, וקיבנו 22 מאות. פירקנו את 22 המאות לסכום של 18 מאות + 4 מאות, כדי לקבל בחלוקת ב- 6 את המספר המירבי של מאות. קיבלונו כתוצאה החלוקה 3 מאות, ואת שארית החלוקה (4 מאות) הפקנו לאربעים עשרות. קיבצמו יחד את העשרות, וקיבנו 41 עשרות. עתה נשאר לנו לחלק 414 ב- 6 פירקנו את 41 העשרות לסכום של 36 עשרות + 5 עשרות, כדי לקבל בחלוקת ב- 6 את המספר המירבי של עשרות. קיבלונו כתוצאה החלוקה 6 עשרות, ואת שארית החלוקה (5 עשרות) הפקנו לחמשים אחדות. קיבצמו יחד את האחדות, וקיבנו 54 אחדות. עתה נשאר לנו לחלק 54 ב- 6 קיבלונו כתוצאה החלוקה 9 עשרות, ולא נשארה שארית.</p>	$(2 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $(22 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $(18 \cdot 100 + 4 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + (40 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + (41 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + (36 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + (50 \cdot 1 + 4 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + (54 \cdot 1) : 6 =$ $3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 9 = 369$
---	--

ג. לפניכם שתי דרכים לרשום את האלגוריתם של החילוק הארוך.

$\begin{array}{r} 2214 : 6 = 369 \\ \underline{18} \\ \quad 41 \\ \quad \underline{36} \\ \quad \quad 54 \\ \quad \quad \underline{54} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2214 : 6 = 300 \\ \underline{1800} \\ \quad 414 \\ \quad \underline{360} \\ \quad \quad 54 \\ \quad \quad \underline{54} \end{array}$
---	---

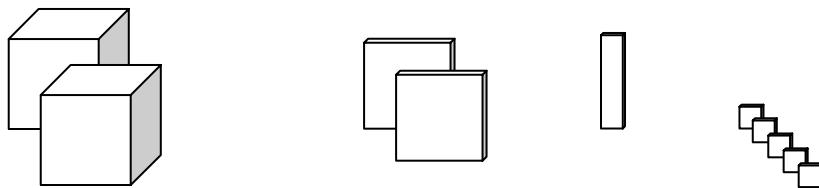
ה. הסבירו לעצמכם את האלגוריתם של חילוק ארוך. איך דרך אתם מעדיפים? נמקו.

ו. נסו למצוא בדרכים אלו עקבות של מהלך שנעשה והסבירו בסעיף ב.

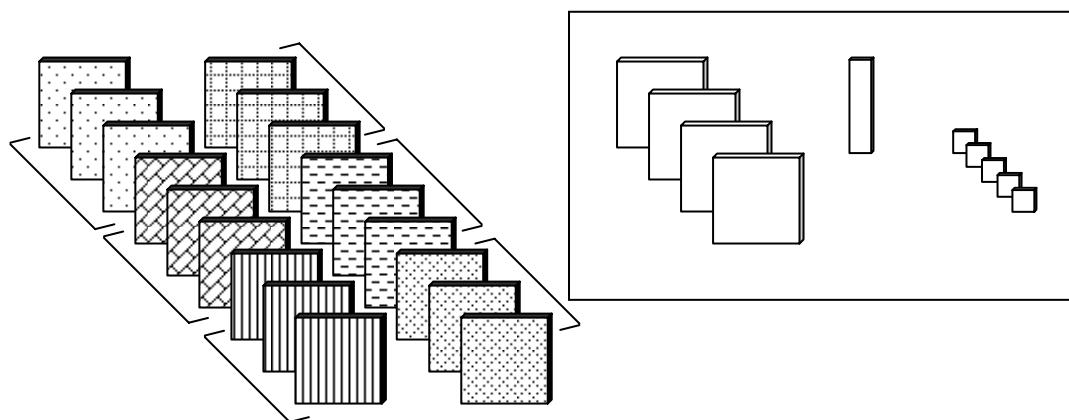
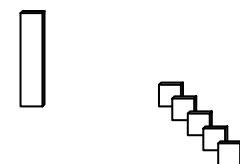
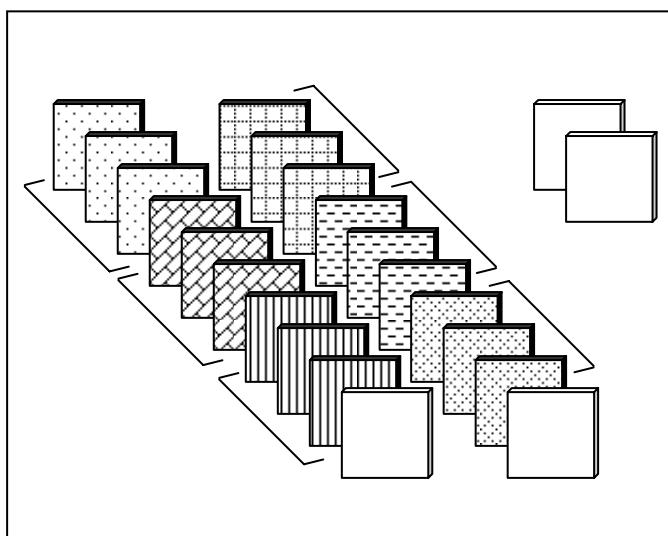
ד. לפניכם התחליה של ייצוג ויזואלי לחילוק של 2214 ב- 6 המוסבר בסעיף ב.

המשךו את ההסבר.

אין אלפיים בתוצאות החלוקה של 2000 ב- 6



בחילוקה של 22 מאות ל- 6 קבוצות יש 3 מאות בכל קבוצה, וארבע מאות שארית.



.7. א. חשבו ללא מחשבון $5 : 6 =$

ב. נסו להסביר לעצמכם את האלגוריתם, בעזרת הרעיון הבא.

$$5 : 6 =$$

$$\frac{50}{10} \div 6 =$$

$$5 : 6 = 0.$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\frac{50}{10} \div 6 =$$

$$5 : 6 = 0.8$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 50 \\ 48 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\left(\frac{48}{10} + \frac{2}{10}\right) : 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \frac{20}{100} \div 6 =$$

$$\frac{50}{10} \div 6 =$$

$$5 : 6 = 0.83$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 50 \\ 48 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\left(\frac{48}{10} + \frac{2}{10}\right) : 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \frac{20}{100} \div 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \left(\frac{18}{100} + \frac{2}{100}\right) \div 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{20}{1000} \div 6 =$$

$$\frac{50}{10} \div 6 =$$

$$5 : 6 = 0.833$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 50 \\ 48 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\left(\frac{48}{10} + \frac{2}{10}\right) : 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \frac{20}{100} \div 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \left(\frac{18}{100} + \frac{2}{100}\right) \div 6 =$$

$$\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{20}{1000} \div 6 =$$

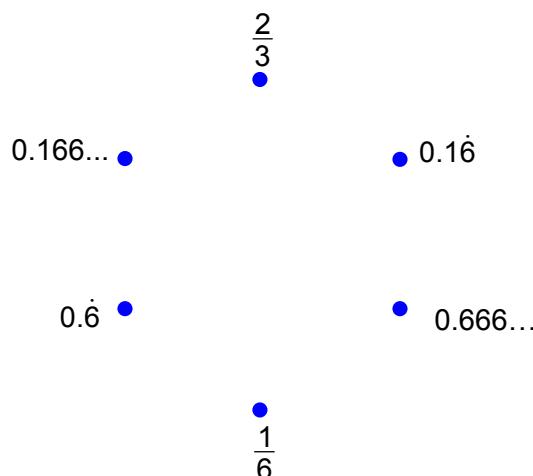
$$\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{20}{10,000} \div 6 =$$

0.833 ...

קיבלנו שבר עשרוני אינסופי. מסמנים אותו כך: $0.\overline{833}$

מספרים רצינוניים אינסופיים

8. חקרו בקו מספרים שווים.



9. הוסיפו את הסימן $>$, $<$, $=$, $,$.

- | | | |
|--------------------------------------|---|--------------------------------|
| א. $\frac{1}{3}$ _____ 0.3 .ג. | ב. $0.\dot{6}$ _____ $\frac{6}{10}$.ד. | ג. 0.6 _____ $0.\dot{6}$.ה. |
| $\frac{5}{6}$ _____ 0.8 .ח. | $0.\dot{6}$ _____ $\frac{2}{3}$.ו. | $\frac{1}{3}$ _____ 0.3 .ז. |
| $\frac{1}{6}$ _____ $0.1\dot{6}$.ט. | $0.\dot{6}$ _____ 0.64 .ו. | 0.6 _____ $\frac{2}{3}$.א. |

10. א. עבדו **ללא מחשבון** ורשמו את המספר $\frac{2}{11}$ כמספר עשרוני.

ב. מהי הספרה במקומות ה- 200 אחרי הקודה העשרונית בשבר הנתון? ובמקום ה- 255?

ג. נסו להסביר מה גורם למחזוריות של השבר העשרוני.

11. א. מצאו במחשבון ייצוג עשרוני עבור השבר $\frac{1}{7}$.

ב. האם הייצוג העשרוני של $\frac{1}{7}$ הוא סופי או אינסופי?

ג. האם, לדעתכם, הייצוג העשרוני של $\frac{1}{7}$ הוא מחזורי? נמקו.

ד. מחלקים מספר ל- 7, ומתקבלים כתוצאה מספר שלם עם שארית.

כמה אפשרויות יש לשארית? נמקו. מיהן אפשרויות אלו?

מה הקשר בין מספר האפשרויות של השארית ובין מחזוריות הייצוג העשרוני?

$$1 : 7 = 0.142857142857142857142857142857$$

ה. ספרו את מספר הספרות שבמחזור של 17 : 2.

$$2 : 17 = 0.117647058823529411764705882352941176470588235294$$

כמה ספרות לכל היותר יכולות להיות במחזור של תוצאה חילוק מספר ב- 17 ?

12. א. הוכיחו לשבר עשרוני באמצעות מחשבון.

$$\frac{3}{9} = \frac{2}{9} = \frac{1}{9} =$$

ב. שערו את הציגה העשרונית של $\frac{5}{9}$ ושל $\frac{11}{9}$ במחשבון, וסבירו את התופעה.

אנו

ג. מה צריכה להיות, על פי החוקיות המסתמנת, הציגה העשרונית של $\frac{9}{9}$? הסבירו.

ד. רשמו בעזרת קוו שבר את המספרים הבאים: 0.7, 1.4.
בדקו במחשבון.

ראינו כי **כל מספר רצינלי** בייצוג העשרוני שלו הוא:

סופי, אם המכנה הוא כפולה של הגורמים 5 / או 2 בלבד (כי אז אפשר להרchiיבו לשבר שמכנהו 10, 100 וכו'),

או

אין סוף, אם אחד הגורמים של המכנה שונה מ- 5 ומ- 2 (כי אז אי-אפשר להרchiיבו באופן זה) במקרה זה, הייצוג העשרוני הוא מוחזרי, כי מספר השאריות האפשרי בחלוקת המונה במכנה, קטן ב-1 מן המכנה, ולכן סופי. המוחזריות נוצרת מרגע הופעתה השנייה של אותה השארית. הופעת אותה השארית פעם שנייה, יוצרת חזרה בתהילך החילוק וכן בספורות שבתוצאה החילוק.

13. הטענה ההופוכה לטענה זאת היא: אם מספר המוצג עשרוני הוא סופי או אין סוף מוחזרי, הרי הוא רצינלי.

האם לדעתכם, טענה זו נכונה?

14. דוגמה למספר ארכיזונלי: ...0.101101110...

א. המשיכו חמש ספרות נוספות לפי החוקיות המסתמנת.

ב. האם מספר זה הוא מוחזרי?

ב. צרו שלושה מספרים ארכיזונליים נוספים.