

## הגדלות והקטנות

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

**תחום תוכן מתמטי** (בהתאמה לסילבוס) - חזרות והרחבות מושג האחוז.  
**רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות** - הכמות השלמה, תמורת האחוז, הגדלות והקטנות.

**קישור לנושאים**: שטחים, דיאגרמות וגרפים, ייצוג אלגברי – תבנית פסוק ותבנית מספר.  
**זמן משוער לפעילות**: 90 דקות.

### נושאים:

הפעלת תמורת האחוז במצבים הדורשים הגדלה או הקטנה של הכמות השלמה:

- הנחות והתייקרויות,
- הגדלות והקטנות של תמונות במכונת צילום.

### מטרות המפגש:

- ניתוח ייצוגים שונים של תמורת האחוז,
- יישום,
- חקר הקשר בין שינוי מידת האורך ושינוי מידת השטח,
- התמקדות בייצוג האלגברי של תמורת האחוז,
- חקר מצבים המבוססים על הפעלה חוזרת של תמורת האחוז (אחוז של אחוז).

### חומרים ועזרים דרושים:

- אחוזים - משימה 1 (נספח 1)
- אחוזים – משימה 2 (נספח 2)
- אחוזים – משימה 3 (נספח 3)
- מחשב עם תוכנת Excel

### מבנה המפגש:

1. שיגור
2. עבודה על משימה 1 – הנחות והתייקרויות (נספח מס' 1)
3. דיון
4. עבודה על משימה 2 – הגדלות והקטנות (נספח מס' 2)  
(מתוך לומדים מתמטיקה: אלגברה ועוד I, עמ' 354-355, הוצאת מכון ויצמן.)
5. דיון
6. עבודה על משימה 3 – עוד על הגדלות והקטנות (נספח מס' 3)
7. דיון

**מהלך המפגש:****1. שיגור**

מבקשים הצעות שונות לייצוג הנחה של 20%.  
משך שלב זה 5 דקות.

**2. עבודה על משימה 1 – הנחות והתייקריות**

משך שלב זה 10 דקות.

**3. דיון**

מתייחסים לנקודות הבאות:

- מהם המאפיינים המשותפים לכל ההנחות / התייקריות בכל אחד מן הייצוגים.
- מהם היתרונות והחסרונות של כל ייצוג (למשל, מבחינת מציאת גודל האחוז, רמת הכלליות המוצגת, תפיסת העיקרון, מציאת מקרים פרטיים, קלות שימוש).
- מתמקדים בייצוג האלגברי – כלומר, התבניות השונות.
- אפשר להדגים על מצגת את השימוש בתבניות שבנינו בגיליון Excel (למשל, בניית טבלה של הנחה של 30% המופעלת על מחירים שונים).

מציגים את הסיטואציה הבאה - הגדלה או הקטנה של תמונה במכונת שכפול:

- לאילו מידות מתייחסים כשמבטאים את מידת ההגדלה או ההקטנה?
  - אם מקטינים תמונה שאורכה 10 ס"מ לתמונה באורך 7 ס"מ, כיצד מבטאים את מידת ההקטנה (הקטנה ב- 30% או הקטנה של 70%)?
  - אותה השאלה לגבי הגדלה מ- 10 ס"מ ל- 13 ס"מ.
  - העלו השערות (ללא חישובים) מה יקרה לשטח התמונות בהקטנה ובהגדלה הנ"ל? (למשל, האם השטח יקטן / יגדל ביותר, בפחות או בדיוק ב- 30%)
- משך שלב זה 10 דקות.

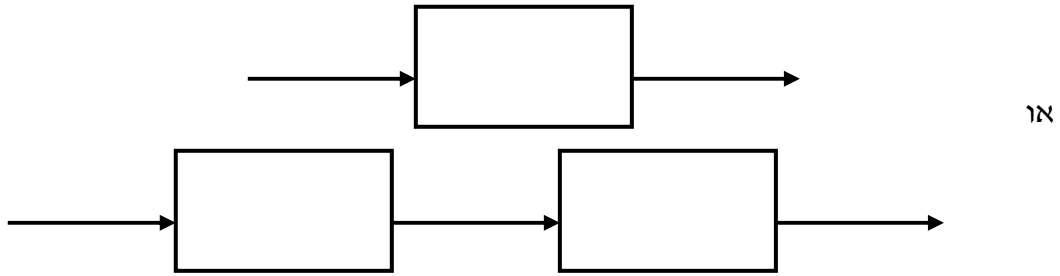
**4. עבודה על משימה 2 – הגדלות והקטנות**

לא כולם חייבים לסיים את כל המקרים.

משך שלב זה 15 דקות.

**5. דיון**

כדאי לנהל את כל הדיונים על המודל של "מכונת צילום", גם אם הסיטואציות הן מתמטיות או קשורות להנחות והתייקרויות. הכוונה לשיבוץ התבניות או המספרים והתיאור המילולי של הפעולה בדיאגרמות מן הסוגים הבאים:



מתייחסים לנקודות הבאות:

- בוחרים מקרה מספרי של הקטנה / הגדלה ומרכזים תבניות אלגבריות שונות המייצגות מקרה זה.
- דנים ביתרונות וחסרונות של התבניות השונות.
- דנים בחישוב בכיוון ההפוך - מן המידה החדשה אל המידה המקורית.
- דנים במצבים של הפעלה חוזרת של תמורת האחוז - למשל, האחוזים אינם "מתחברים" זה לזה במקרה של שני שינויים מאותו סוג, וגם אינם "מבטלים" זה את זה במקרה של שני שינויים מנוגדים (ראה התרגיל האחרון בדף). בנוסף להסתכלות על היבטים חישוביים, כדאי להתייחס גם להסברים אינטואיטיביים לתופעות האלה (למשל, במקרה של שתי הקטנות רצופות ב- 20%, השינוי השני באותו אחוז מופעל על כמות קטנה יותר, ולא על הכמות המקורית).
- מנהלים חלק מן הדיונים על סיטואציות אחרות - למשל, הנחה והתייקרות ב- 20% או הנחה של 20% ומס ערך מוסף של 17%. משך שלב זה 25 דקות.

**6. עבודה על משימה 3 – עוד על הגדלות והקטנות**

ייתכן והזמן לא יספיק לחלק הזה של הפעילות. מכיוון שהמספרים אינם מורכבים במיוחד, הבדיקה בעזרת המחשב היא רשות – בייחוד אם מסגרת הזמן אינה מאפשרת זאת. משך שלב זה 15 דקות.

**7. דיון**

מתייחסים לנקודות הבאות:

- הליכה בכיוון ההפוך – כלומר, מציאת הכמות השלמה על סמך תמורת האחוז. במקרה שלנו, עלינו למצוא את המידות המקוריות על סמך המידות של התמונה המוגדלת או המוקטנת.
- שינוי השטח כתוצאה משינוי מידות האורך פי אחוז מסוים. משווים את התוצאות שהתקבלו עם ההשערות שהועלו בתחילת השיעור.
- יתרונות וחסרונות של בניית טבלאות של הגדלות או הקטנות בגיליון Excel. משך שלב זה 15 דקות.



המחלקה להוראת המדעים  
מכון ויצמן למדע



נספח מס' 1

## אחוזים – משימה 1 הנחות והתייקרויות

לפניכם הנחות והתייקרויות בייצוגים שונים.

- מצאו בכל מקרה את אחוז ההנחה או ההתייקרות.
- מצאו בכל מקרה את המחיר החדש של מוצר, שמחירו המקורי הוא 160 שקלים.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>מחיר מקורי</th> <th>מחיר חדש</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>81</td> </tr> </tbody> </table>	מחיר מקורי	מחיר חדש	20	18	40	36	50	45	90	81	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>מחיר מקורי</th> <th>מחיר חדש</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>62.50</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>112.50</td> </tr> </tbody> </table>	מחיר מקורי	מחיר חדש	20	25	40	50	50	62.50	90	112.50	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>מחיר מקורי</th> <th>מחיר חדש</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>37.50</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>67.50</td> </tr> </tbody> </table>	מחיר מקורי	מחיר חדש	20	15	40	30	50	37.50	90	67.50
מחיר מקורי	מחיר חדש																															
20	18																															
40	36																															
50	45																															
90	81																															
מחיר מקורי	מחיר חדש																															
20	25																															
40	50																															
50	62.50																															
90	112.50																															
מחיר מקורי	מחיר חדש																															
20	15																															
40	30																															
50	37.50																															
90	67.50																															

**המשך נספח מס' 1**

<p>x מייצג מחיר מקורי של מוצר.  <math>0.4x</math> מייצג את מחירו החדש.</p>	<p>x מייצג מחיר מקורי של מוצר.  <math>1.4x</math> מייצג את מחירו החדש.</p>	<p>x מייצג מחיר מקורי של מוצר.  <math>\frac{115}{100}x</math> מייצג את מחירו החדש.</p>																																																						
<table border="1" data-bbox="236 757 603 1077"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>מחיר מקורי</td> <td>מחיר חדש</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> <td><math>=135 \cdot A2/100</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td><math>=135 \cdot A3/100</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>60</td> <td><math>=135 \cdot A4/100</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>90</td> <td><math>=135 \cdot A5/100</math></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	1	מחיר מקורי	מחיר חדש	2	20	$=135 \cdot A2/100$	3	40	$=135 \cdot A3/100$	4	60	$=135 \cdot A4/100$	5	90	$=135 \cdot A5/100$	<table border="1" data-bbox="627 757 962 1077"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>מחיר מקורי</td> <td>מחיר חדש</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> <td><math>=0.6 \cdot A2</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td><math>=0.6 \cdot A3</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>60</td> <td><math>=0.6 \cdot A4</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>90</td> <td><math>=0.6 \cdot A5</math></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	1	מחיר מקורי	מחיר חדש	2	20	$=0.6 \cdot A2$	3	40	$=0.6 \cdot A3$	4	60	$=0.6 \cdot A4$	5	90	$=0.6 \cdot A5$	<table border="1" data-bbox="994 757 1345 1077"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>מחיר מקורי</td> <td>מחיר חדש</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> <td><math>=A2+0.3 \cdot A2</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td><math>=A3+0.3 \cdot A3</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>60</td> <td><math>=A4+0.3 \cdot A4</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>90</td> <td><math>=A5+0.3 \cdot A5</math></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	1	מחיר מקורי	מחיר חדש	2	20	$=A2+0.3 \cdot A2$	3	40	$=A3+0.3 \cdot A3$	4	60	$=A4+0.3 \cdot A4$	5	90	$=A5+0.3 \cdot A5$
	A	B																																																						
1	מחיר מקורי	מחיר חדש																																																						
2	20	$=135 \cdot A2/100$																																																						
3	40	$=135 \cdot A3/100$																																																						
4	60	$=135 \cdot A4/100$																																																						
5	90	$=135 \cdot A5/100$																																																						
	A	B																																																						
1	מחיר מקורי	מחיר חדש																																																						
2	20	$=0.6 \cdot A2$																																																						
3	40	$=0.6 \cdot A3$																																																						
4	60	$=0.6 \cdot A4$																																																						
5	90	$=0.6 \cdot A5$																																																						
	A	B																																																						
1	מחיר מקורי	מחיר חדש																																																						
2	20	$=A2+0.3 \cdot A2$																																																						
3	40	$=A3+0.3 \cdot A3$																																																						
4	60	$=A4+0.3 \cdot A4$																																																						
5	90	$=A5+0.3 \cdot A5$																																																						

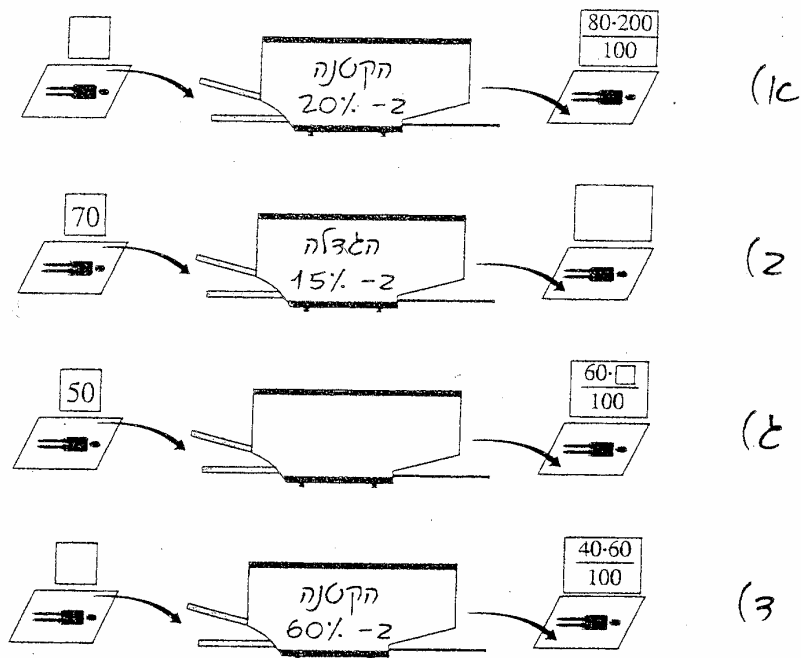
© מכון ויצמן

נספח מס' 2

## אחוזים – משימה 2

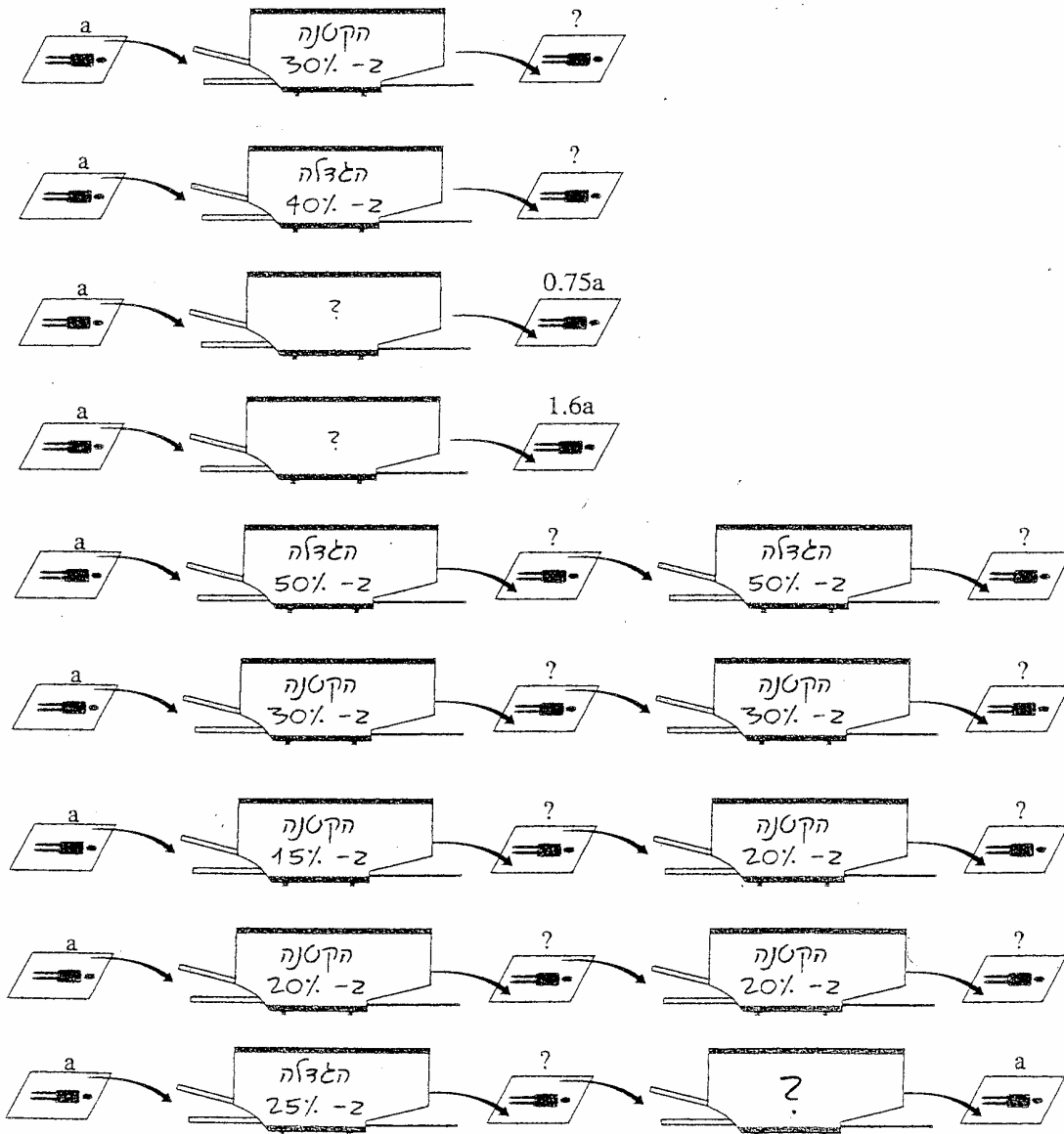
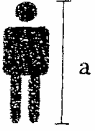
(מתוך לומדים מתמטיקה: אלגברה ועוד I, עמ' 354-355, הוצאת מכון ויצמן).

4. צילמו שרטוטים במכונת צילום. גודל השרטוטים רשום במ"מ. האחוז בו הגדילו או הקטינו מסומן על המכונה. השלימו נתונים חסרים.



נספח מס' 2 - המשך

2. על דף נייר משורטטת דמות של אדם.  
 $a$  מייצג את אורך הדמות בשרטוט.  
 קשמו תבניות מספר מתאימות לאורך הדמות בשרטוט המצולם.  
 השלימו את האחוז בו שונה הגודל.







המחלקה להוראת המדעים  
מכון ויצמן למדע



### נספח מס' 3

## אחוזים – משימה 3 עוד הגדלות והקטנות

בכל אחת משלוש הטבלאות הבאות, רשומים נתונים על הגדלה או הקטנה של ארבע תמונות מלבניות, לפי אותו אחוז.

- קבעו בכל מקרה בכמה אחוזים הוגדלו או הוקטנו התמונות.
- השלימו את המידות החסרות.
- בנו טבלאות דומות ב-Excel; השתמשו בתבניות ובדקו תשובותיכם.
- מצאו קשר בין שטח התמונה המקורית ושטח התמונה החדשה.
- (אפשר לבנות טור חדש בטבלאות הגיליון לצורך השוואה בין השטחים).
- הסבירו את משמעות הקשר שמצאתם.

א.

	F	E	D	C	B	A	
1	מידות חדשות			מידות מקוריות			
2	שטח	רוחב	אורך	שטח	רוחב	אורך	
3		6	10		3	5	
4		8	12		4	6	
5					3	2	
6		6	9				

נספח מס' 3 - המשך

ב.

F	E	D	C	B	A	
מידות חדשות			מידות מקוריות			1
שטח	רוחב	אורך	שטח	רוחב	אורך	2
	4	5		8	10	3
	3	7				4
			60			5
24						6

ג.

F	E	D	C	B	A	
מידות חדשות			מידות מקוריות			1
שטח	רוחב	אורך	שטח	רוחב	אורך	2
	12	15		8	10	3
				6	7	4
	6				6	5
90						6

© מכון ויצמן