تلخيص مقالات عن تنمية التفكير في عملية الضرب لدى الطلاب الصغار

إعداد وتلخيص: براخا سجليس

مقدمة

يتم عرض التفكير في عملية الضرب عند الأطفال في المقالات الموجودة في هذا التلخيص كتمييز مبانٍ لمجموعات متساوية واحصاء (عدّ) وحدات مركّبة. في التفكير في عملية الجمع يعمل الطلاب مع وحدات منفردة، كل منها تمثل مجموعة من عنصر واحد. في التفكير في عملية الضرب يعمل الطلاب بوحدات مركّبة كل منها تحتوي على مجموعة من عدة عناصر [3].

يُتيح التفكير في عملية الضرب العمل بمرونة مع مصطلحات، استراتيجيات وتمثيلات الضرب والقسمة، كما تظهر في مجموعة متنوعة من السياقات. في منهج الرياضيات للمدرسة الابتدائية التابع لوزارة التربية والتعليم [7] هناك العديد من الموضوعات التي تتطلب التفكير في عملية الضرب. فيما يلي تفصيل حسب الصفوف:

الصف الأول (ص 37): الضرب والقسمة حتى 20.

الصف الثاني (ص 59): الضرب والقسمة؛ دلالات قابلية القسمة، قياس مساحة مستطيل.

الصف الثالث (ص 77): المبنى العشري (يتناول وحدات مركّبة - مضاعفات 10)؛ تكبير وتصغير 10أضعاف و 100 ضعف؛ عمليات الضرب والقسمة، دلالات قابلية القسمة، الكسر الأساسي.

الصف الرابع (ص 109): التعرُّف على الكسر البسيط والعمليات مع الكسور؛ عمليات الضرب والقسمة. الأعداد الأولية والأعداد القابلة للتحليل، دلالات قابلية القسمة، القوى، حساب المساحة والحجم.

الصف الخامس (ص 138): معاني الكسر البسيط؛ التوسيع والاختزال، عمليات مع الكسور البسيطة؛ معنى الكسر العشري. الانتقال من كسر بسيط إلى كسر عشري؛ عمليات الضرب والقسمة. قياس المساحة.

الصف السادس (ص 165): كسر كخارج قسمة؛ عمليات مع الكسور البسيطة والعشرية؛ النسب المئوية؛ النسبة؛ وحدات قياس عشرية، مقياس الرسم؛ حساب الحجم.

يمكن الافتراض أن تنمية القدرة على التفكير في عملية الضرب، في الصفوف الأولى من المدرسة الابتدائية، يمكن أن تكون عاملًا هامًا في نجاح الطلاب في تعلمهم لاحقًا في العديد من المواضيع التي تعتمد على هذه القدرة.

فحص المقالان في هذا التلخيص قدرة الطلاب، في بداية الصف الأول، على التعامل مع المهام التي تتطلب تفكيرًا في عملية، وأوضحت أن ذلك ممكن تمامًا. وهم يقترحون أنشطة متنوعة قد تطور هذه القدرة أيضًا. تناول المقال الثالث طلاب الصف الثاني، وهو يقترح تقوية التفكير في عملية الضرب من خلال عرض مصفوفات غير نمطية.

تلخيص مقال (3) - لقاء مع التفكير في عملية الضرب من خلال المهام محفزة للتفكير –

Cheeseman et. al. (2022)

عندما نفهم تصورات ورؤى "الطلاب الصغار" يمكن تحديهم وتطوير أفكارهم. غالبًا يُفترض أن الطلاب الذين تتراوح أعمارهم بين 5 - 6 سنوات غير قادرين على التفكير في عملية الضرب. قرر هذا البحث فحص هذا الافتراض من خلال تجارب من شأنها إشراكهم جسديًّا وفكريًّا حول أفكار المجموعات المتساوية.

أراد الباحثون فحص مصطلح مركزي في التفكير في عملية الضرب المبكرة، وهو القدرة على التنسيق العقلي لوحدتين مركّبتين في نفس الوقت (كبر المجموعة وعدد المجموعات). لفهم ما يتخيله الطلاب، طلبوا منهم إنشاء نماذج ورسم ما يفكرون به، والتحدث عن تجاربهم.

هناك أبحاث تدعي أن الطريقة البديهية لجعل الطلاب يفهمون الضرب هي من خلال الجمع المتكرر. هذه هي الطريقة التي يتم بها تقديم وتعليم عملية الضرب (انظروا إلى المنهج التعليمي الإسرائيلي) [7].

لهذا السبب، تمّ التطرق إلى العد بقفزات كشرط أساسي للقدرة على تحديد مجموعات متساوية. ومع ذلك، لاحظ بعض الباحثين أن الانتقال من استخدام استراتيجيات العد إلى التفكير في عملية الضرب المجرد يمكن أن يكون قفزة كبيرة لبعض الطلاب. في هذا البحث، أراد الباحثون معرفة ما يراه الطلاب ويتخيلونه عندما يواجهون مبانٍ لعملية الضرب لأول مرة في المدرسة.

كان سؤال البحث ما يلي: ما الذي يمكن اكتشافه من استجابة الطلاب الصغار لمهام تتعلق بتفكيرهم المبكر حول عملية الضرب؟

في البحث المذكور استند الباحثون إلى الرؤى والتأكيدات التي ظهرت في الأبحاث السابقة وهي:

- تُعتبر القدرة على التنسيق العقلي لوحدتين مركّبتين في وقت واحد عنصرًا أساسيًا في التفكير في عملية الضرب لدى الطلاب. على سبيل المثال: لحساب أربع مرات ثلاثة، يجب إجراء ملاءمة أحادية-متعددة التناظر بين ثلاث وحدات من 1 ووحدة واحدة من 3، وتكرار ذلك 4 مرات، أي إجراء التعميم على أكثر من مستوى.
  يتطلب هذا الأمر الانتقال من التفكير في عملية الجمع إلى التفكير في عملية الضرب عندما يتوجب على الطلاب فَهْم مجموعة جديدة من معاني الأعداد المتعلقة بالضرب والقسمة. يجب أن يستخدموا الأعداد لتمثيل القيمة النهائية لمجموعة واحدة، وأن يجدوا العلاقة بين مجموعتين.
- يستخدم الطلاب الصغار استراتيجيات متنوعة لحل مسائل في الضرب والقسمة: الدمج بين العرض المباشر والاحصاء (العدّ) وتشكيل مجموعات. الجمع المتكرر (للضرب) والطرح المتكرر (للقسمة)؛ استخدام أشياء ملموسة، أو أصابع، أو رسومات؛ العدّ بالوحدات، العد بقفزات والعدّ المضاعف (على سبيل المثال: العدّ إلى الأمام، حيث يُشير بالأصابع إلى عدد مرات التي عدّ فيها 3 وحدات)؛ الضرب وتنصيف الكميات (4 مرات 3 يساوي مرتين 3 زائد مرتين 3)، والاعتماد على الحقائق المشتقة (إذا كانت 4 مرات 3 تساوي 12 فإن 3 مرات 3 أقل 3، أي 9). للحصول على شرح حول تطور استراتيجيات الحساب لدى الطلاب الصغار، انظروا إلى المقال [4].

- القدرة على تكوين صور ذهنية لمبنى وحدات مركّبة في حالات الضرب هي الأساس لفهم الضرب والقسمة. إنّ مطالبة الأطفال برسم ما تخيلوه يكشف عن المباني التي بنوها، وهو بديل لمطالبتهم ببناء مبانٍ بطريقة ملموسة. لذلك، في هذا البحث، استُخدم الرسم وطلب توضيح ما رسموه كأداة لمعرفة ما يتخيله الأطفال ويفكرون فيه.
- يتمّ تحديد طبيعة تعلّم الطلاب من خلال نوع المهمة والطريقة التي يتمّ تنفيذها. بيّنت النتائج أن المهام غير الروتينية توفر الظروف المثلى للتطور الذهني.

يجب أن يكون لدى الطلاب سبب واضح وشخصي للمشاركة في المهمة؛ يجب أن يكون تحدي في المهمة بشكل صحيح، ومن المهم أن يكون هناك تنوع فيها. بالإضافة إلى ذلك، من المهم أن يكون في المهمة تعلّم تعاوني يعتمد على قدرات متنوعة وأن تكون تجريبية. لهذا البحث تمّ اختيار مهام تعزز التفكير، تشجع على الحوار الرياضي، تُركّز على التعليل الرياضي، تتسم بالتحدي والمشاركة وممتعة.

- عنصر آخر مهم لجودة التعلُّم هو طموح المعلم الذي يعلم الموضوع. يسعى المعلم إلى جعل الطلاب يطورون القدرة على ادعاء ادعاءات رياضية، والتعبير عن تعليلهم الرياضي من خلال استخدام تمثيلات متنوعة، وإنشاء روابط بين تمثيلات رياضية مختلفة. يعرض المعلم للطلاب مهامًا فيها تحدي ذهني تتطلب منهم شرح طريقة تفكيرهم. يوفر لهم أولًا وقتًا للعمل بشكل فردي أو في مجموعات صغيرة، ثم يعقد نقاش مع الصف بأكمله، حيث يشرح الطلاب حلولهم ويبررونها. أثناء النقاش، يختار المعلم تسلسل تقديم الحلول للتأكد من أن النقاش يركّز على الأفكار الرياضية الرئيسية للموضوع التعليمي. يشجع المعلم الطلاب على الربط بين الحلول المختلفة، ويركّز على أن يفهم الطلاب الشرح الذي يقدمه زملائهم. لهذا السبب من المهم أن تكون في الصف معايير سلوكية ومعايير رياضية واضحة تتطلب من الطلاب ليس فقط شرح كيفية توصلهم إلى الحل، ولكن أيضًا لماذا استخدموا طريقة معينة، وكيف يختلف حلهم عن حل زملائهم.
- بناءً على ما سبق، اعتمد هذا البحث على المنهج البنائي[1] وفحص الطريقة التي يبني بها الطلاب المصطلحات لأنفسهم من حالات عملية الضرب. لهذا السبب، تمّ إجراء البحث داخل الصف ضمن عملية تعلّم الطلاب، واعتمد على التفاعل معهم ومراقبة أعمالهم وحوارهم الرياضي ورسوماتهم. اعتمد تفسير النتائج على تفكير الطلاب، كما انعكس في أعمالهم ورسوماتهم وشرحهم.

[1] **بنائية (نظرية تعليمية في التربية) البنائية** (المنهج البنائي) هي نظرية توضح كيفية بناء المعلومات في الكائن البشري عندما تأتي إليه المعلومات بمعرفة قائمة طورها بالخبرة والتجارب. (من: ويكيبيديا).

سير البحث

تمّ تنفيذ بحث تدريس يشمل 4 مكوّنات: معلم (باحث)؛ طلاب؛ مشاهد ووسيلة لتوثيق ما يحدث أثناء الدرس. وظيفة المشاهد هو التركيز على عمل الطلاب وشروحهم.

تمّ التعلُّم خلال 5 أيام متتالية في صف أول واحد مع 21 طالبًا في بلدة ريفية في أستراليا. كان متوسط أعمارهم خمس سنوات ونصف. بالإضافة إلى المعلم / الباحث، كان هناك 3 مشاهدين، وتم توثيق الدروس بالفيديو. لم يحصل طلاب هذا الصف على أي مقدمة في موضوع التفكير في عملية الضرب قبل هذا التعلم. حصل الطلاب في كل درس على مهمة جديدة دفعتهم إلى تفعيل التفكير في عملية الضرب.

صفات المهمة الجيدة:

- تُحفّز تفكير الطلاب.
- تهدف إلى نواتج التعلم المرجوة.
- تستخدم محتوى مفيد للطلاب.
- تدمج القدرة على الخيال ووسائل ملموسة.
- تُتيح الاختيار من بين أجزاء المهمة.
- تدعو الطلاب ليكونوا نشطين.
- تنمي حوار رياضي.
- تدمج حل مشكلات وتؤدي إلى التعميم.
- تستخدم نماذج رياضية تخدم الطلاب.

تضمنت المهام التي تناولها الطلاب معظم هذه الصفات.

بالإضافة إلى ذلك، تناولت المهام المعطاة للطلاب، في معظمها، المضامين الرياضية التالية:

- البناء والتفكير في مجموعات متساوية.
- إدراك كمية بدون احصاء (Subitising).
- بناء مجموعات في الضرب من وحدات منفردة.
- التقسيم إلى مجموعات مناسبة لعملية الضرب.
- الامتناع عن استراتيجيات العد.

يعرض الجدول 1 نظرة عامة على المهام التي أُعطيت في الدروس الخمسة من البحث.

جدول 1: وصف المهام

اسم ورقم الدرس	محتوى المهمة	التركيز الرياضي
1. مجموعات موسيقية	عند عزف الموسيقى، يرقص الطلاب، وعندما تتوقف الموسيقى يتجمعون في مجموعات حسب العدد المعروض أمام الصف. رسم مجموعات.	تكوين مجموعات متساوية لعدد معين والتطرق إلى عدد الأطفال المتبقيين.
لعبة تجميع مجموعات	العمل في مجموعة: بناء مجموعات متساوية من مكعبات ترتبط ببعضها حسب عدد معين.	تكوين مجموعات والتطرق إلى الكمية في كل مجموعة.
2. طباعة كفة اليد بالألوان على بريستول	طباعة كفة اليد على بريستول (خماسيات)، وكتابة عدد كفات اليدين.	استخدام وحدات مركّبة وتحديد عدد الخمسات.
3. رؤية نقاط وتجميع بطاقات نقاط	ملاءمة بطاقات مع نفس عدد النقاط (لكن في ترتيب مختلف على البطاقة) وتقديم شرح لكل مجموعة مرّت بالملاءمة. بناء ذاتي لبطاقات نقاط. لعبة ملاءمة بطاقات نقاط.	ادراك كمية حتى 5، وملاءمة ترتيبات مختلفة لنفس الكمية.
4. توزيع اثنا عشر فراخ بط	توزيع 12 فراخ بط إلى مجموعات متساوية. نتخيل ونرسم ما تخيلناه.	تمييز بصري (خيال) حول التفكير في عملية الضرب والتقسيم إلى مجموعات متساوية.
5. أشياء في عُلب	تحديد مجموع أرجل السلاحف عندما تكون سلحفاتين في كل صندوقين.	تمييز بصري (خيال) حول التفكير في عملية الضرب لمسألة في الضرب.

كما ذكرنا سابقًا، علّمت المعلمة وفقًا للنهج البنائي. كانت طريقة تطبيق المهام كالتالي:

بدء النشاط، إجراء بحث وتلخيص. خلال مرحلة الافتتاحية، حرصت المعلمة على عدم تقديم استراتيجيات حل للطلاب وسمحت لهم بإيجادها بأنفسهم. طرحت أسئلة تحث على التفكير، وسمعت الأطفال بتعاطف، وطلبت منهم شرح طريقة تفكيرهم. المعلم والباحثون الآخرون الذين راقبوا الطلاب أثناء عملهم، سألوا الطلاب أسئلة مثل: هل يمكنك أن تقول لنا ماذا فعلت؟ ماذا رسمت؟ لماذا تعتقد أن...؟

تمّ جمع معطيات البحث بمساعدة ثلاث كاميرات محمولة قامت بتصوير طلاب منفردين، وكاميرتان صورت الصف كله، وصور، وعمل الطلاب، والملاحظات أثناء المشاهدة، ومن تقارير المعلمة ومن اجتماعات فريق البحث بَعد كل درس.

حلّل فريق البحث المعطيات على ثلاث مراحل: في المرحلة الأولى - بَعد كل درس؛ في المرحلة الثانية، تمّ التحقق من صحة المعطيات من خلال مشاهدة تسجيلات كاميرات الفيديو؛ في المرحلة الثالثة، في نهاية عملية التدريس، تمّ إجراء مراجعة شاملة لجميع النتائج، وتمّ اختيار "الأحداث ذات الأهمية" التي برز فيها تفكير الطلاب في عملية الضرب.

فيما يلي مسار التعلّم وتفصيل النتائج وفقًا لترتيب الدروس:

الدرس رقم 1: مجموعات موسيقية

عرض المهمة:

تشرح المعلمة للطلاب أنها ستعزف موسيقى، وسوف يرقصون في الصف. بمجرد توقف الموسيقى، تقول المعلم عددًا، ويجب على الطلاب الانتظام في مجموعات حسب العدد (شكل 1).

هدف المهمة: إنشاء مجموعات متساوية من الأعداد من 2-10.

الرسمة 1: مجموعات موسيقية

في ذلك اليوم، كان هناك 20 طالبًا في الصف، وقد طلب المعلم أولًا مجموعات من 2.

قال أحد الطلاب: اليوم يمكن، لكن ماذا لو لم ينجح ذلك؟

قالت المعلمة: من لم يدخل المجموعة يأتي ويقف بجواري ويختار العدد التالي.

أظهر تعليق هذا الطالب أنه فهم بديهيًا أن التقسيم يمكن أن يؤدي إلى نتيجة مع باقي.
في نهاية كل خطوة من الرقص والتنظيم في مجموعات، طُلب من كل طالب أن يرسم المجموعات التي نتجت. (الرسمة 2).

الرسمة 2: رسم المجموعات الناتجة

أثناء إنشاء مجموعات من ثلاثة، خمسة، أربعة واثنين، استطاع بعض الطلاب أن يتخيلوا أعدادًا يمكن تقسيمها بالتساوي وتلك التي تنتج باقي. عندما حان دور أحد الطلاب لاقتراح عدد، قال إنه يريد عددًا "لا يعمل"، واقترح العدد 7. تناول الأطفال المهمة فترة من الوقت للتأكد من أن كل مجموعة فيها 7، وبقيت مجموعة من 6. ابتسم هذا الطالب وقال: اعتقدت أن 7 لا ينجح. وفكر الباحثين أن الطالب حسب ذهنيًّا مجموعات من 7، وهذه القدرة مناسبة لطالب في الصف الثاني.

العدد الأخير الذي اقترحته إحدى الطالبات هو 10. عندما سُئلت عن سبب اختيارها هذا العدد ، واجهت صعوبة في الإجابة، لكن طالبة أخرى قالت أنه كان اختيارًا جيدًا، لأن 10 زائد 10 يساوي 20. قالت طالبة أُخرى: عند العد حسب عشرات فهذا مناسب: عشرة، عشرين ... هكذا نعرف أنها 2 عشرات. أضاف الطالب الأول: نصف واحد هو 10، وآخر 10 يساوي 20.

في هذا النشاط الطلاب:

- فكروا في علاقات عددية بين 10 إلى 20.
- جمع مجموعتين متساويتين من 10 للحصول على مجموع 20؛
- تطرقوا إلى العد بالعشرات وفكروا في العلاقات جزء – صحيح،
- نفذوا حسابات ذهنية، وأظهروا القدرة على التفكير الرياضي والحس العددي.

استمتع الطلاب في هذا النشاط لدرجة أنهم طلبوا تكراره في الدروس التالية أيضًا. في الدرس الأخير، كررت المعلمة النشاط (كان هناك 17 طالبًا في الصف في ذلك الوقت). عندما طُلب من إحدى الطالبات اختيار عدد لتشكيل مجموعات، ابتسمت وقالت: مجموعات من 0.

بدأ الطلاب يتفرقون، وسألتها المعلم: ما رأيك سيحدث؟ أجابت الطالبة: الجميع يختبئون. عند اختيار العدد التالي، قالت إحدى الطالبات: لم يبقى أحد في خارج المجموعة. كررت المعلمة التعليمات وسألت عن عدد الطلاب في الصف الآن. أجاب الطلاب: 17. سألت المعلمة: ما هو العدد الذي يمكن اختياره كي لا يكون أحد خارج المجموعة؟ اقترح الطلاب: 2 وَ 3 وَ 6. قالت المعلمة: لنجرب 2.

حاولوا، وبقي واحد بلا مجموعة. عادت المعلمة على السؤال، ثم قال أحد الطلاب: 17. اجتمع الطلاب في مجموعة واحدة مستمتعين. المعلم: هل هناك طريقة أخرى للقيام بذلك؟ قال الطالب الذي أجاب في وقت سابق: يمكن أيضًا في مجموعات من 1.

عند تكرار هذه الفعالية، أظهر طلاب القدرة على:

- التركيز على مجموعات مركبة.
- الانتقال من عدّ الأشخاص في مجموعة إلى عدّ مجموعات.
- شرح مجموعات من 0؛
- اكتشاف أنه يمكن تقسيم 17 بالتساوي دون باق بطريقتين مختلفتين.

الدرس رقم 1 الجزء الثاني: لعبة تجميع مجموعات

عرض المهمة:

يجلس الطلاب في مجموعات حول طاولات، وتُعطى كل مجموعة مكعبات ترتبط ببعضها ومكعب حجر النرد. يقوم الطلاب بتشكيل مجموعات من المكعبات المرتبطة وفقًا للعدد الذي تمّ الحصول عليه من خلال رمي حجر النرد، ووضعها في وسط الطاولة. يُسجل الباحث المُراقب على لوح ورقي عدد المجموعات وكبر المجموعة (الشكل 3).

الهدف من المهمة: بناء مجموعات من مكعبات. تصنيف حسب اللون وترتيب المكعبات حسب كبر المجموعة. أثناء اللعبة قال قسم من الطلاب: "ستة هي اثنان ثلاثة"، "حضّرت ثلاثة ستات" "بُنيت خمس ثلاثيات". أُعجبت إحدى الطالبات بتكوين خمس خمسات، وطلبت من المشاهد كيفية كتابتها على اللافتة. أثناء اللعبة، سأل المشاهد الطلاب: ما هي الأعداد الموجودة في المكعب والتي يجب الحصول عليها؟

الرسمة 3: تجميع مجموعات

في هذا النشاط الطلاب:

- فهموا الأعداد والكلمات التي استخدموها لوصف نتائجهم.
- عرفوا أن رمي حجر النرد يحدد كبر المجموعة.
- حددوا عدد المجموعات لعدد معين ظهر على حجر النرد.
- فهموا أن اللعبة تتناول تحديد مجموعات متساوية.

الدرس رقم 2: طباعة كفة اليد بالألوان

عرض المهمة:

في بداية الدرس، أوضحت المعلمة كيف تقوم بتجميع خُماسيات (كفوف الأيدي). اقتربت من الطلاب وربّتت على كفيهم وقالت: خمسة وخمسة ... ثم طلبت من الطلاب جمع الخمسات وتذكر عدد الخمسات التي جمعوها.

طُلب من الطلاب تحديد عدد الخمسات التي جمعها كل واحد منهم، وكانت المعلمة تُكرر إجابته وتؤكد كبر المجموعة. على سبيل المثال: سبعة **خمسة** (الشكل 4).

هدف المهمة:

بناء وحدات معقدة من خمسة (كفة يد واحدة 1 = 5 أصابع) وتمييز كمية الخمسات.

الرسمة 4: تجميع خمسات

بعد ذلك، طُلب من الطلاب طباعة كفوف أيديهم لتسجيل عدد الخمسات (الشكل 5).

الرسمة 5: طباعة كفوف اليدين (خمسة)

في صباح اليوم، بدأ الدرس بمطالبة الطلاب بإضافة "أعداد على البرستول بحيث تساعدنا على رؤية ما فعلته" (بناء على النهج البنائي الذي لا يقول فيه المعلم بوضوح للطالب ما يفعله ولكنه يُخرج المعلومات منه).

بعد أن قام الطلاب بذلك، جمعتهم المعلمة وطلبت منهم تحديد الأعداد التي اختاروها ولماذا. كتب بعض الطلاب الأعداد 1 ، 2 ، 3 باستخدام الوحدات المركّبة. قام طلاب آخرون بتسجيل عدد الأصابع في كل مجموعة، مثلًا هكذا: 5،5،5. وآخرون سجلوا مجموع خُمَسيات الأصابع التي كانت على برستولتهم. سجّل الطلاب أعدادًا تُشير إلى كبر المجموعة (الرسمة 6) أو عدد المجموعات (الرسمة 7).

الرسمة 6: تسجيل كبر المجموعة

الرسمة 7: تسجيل عدد المجموعات

أصغت المعلمة إلى شروح الطلاب وسألت: من يوجد لديه بريستول مثل هذا؟ لماذا هو نفسه؟ من خلال هذه الأسئلة، طُلب من الأطفال التطرق إلى حالات تشابه واختلاف رياضية فيما يتعلق بمعنى الأعداد التي كتبوها. على سبيل

المثال ، قالت إحدى الطالبات إن ملصقها "به تسع خمسات". أخيرًا، طُلب من الطلاب ترتيب برستولاتهم بترتيب تصاعدي وفقًا لعدد الأيدي التي تظهر عليها. هنا، أيضًا، كان التركيز على حساب الوحدات المركّبة.

في هذا الدرس، كان من الواضح أن العديد من الطلاب يمكنهم التفكير في كل من الأصابع وكفة اليد كوحدة مركّبة طبيعية للأصابع. تُعتبر القدرة على رؤية الوحدة المنفردة والوحدة المركّبة في وقت واحد قفزة نوعية في اكتساب المصطلحات.

في هذا النشاط الطلاب:

- اكتسبوا مصطلح وحدة منفردة ووحدة مركّبة في نفس الوقت،
- استخدموا لغة الرياضيات (مثلًا: "ثلاث خمسات") حول الضرب.

الدرس رقم 3: رؤية النقاط وجمع بطاقات النقاط

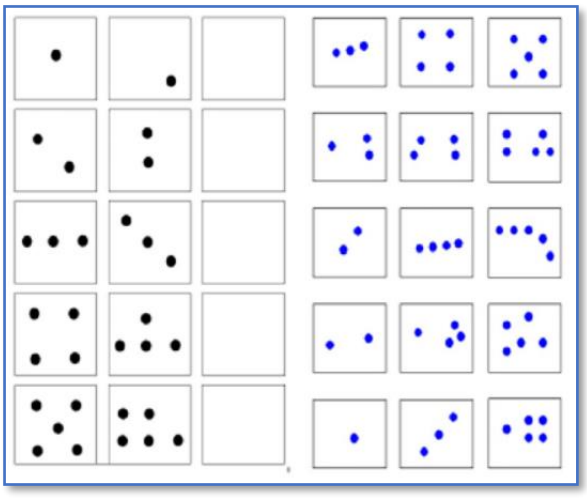
عرض المهمة:

يحصل كل طالب على كيس فيه بطاقات. تحتوي بعض البطاقات على 1-5 نقاط في الترتيب التقليدي (مثل المكعب)، وبعضها يحتوي على 1-5 نقاط بترتيب غير تقليدي، وكانت هناك أيضًا بطاقات فارغة كي يتمكن الأطفال من رسم النقاط كما يرغبون. طُلب من الطلاب بحث رزمة البطاقات التي حصلوا عليها وتصنيفها. بَعد ذلك، قام كل طالب بقلب أوراقه، وَلَعِب لعبة الذاكرة بمفرده لبناء أزواجًا من البطاقات بعدد متساوٍ من النقاط.

أهداف المهمة:

إدراك كمية حتى العدد 5، ملاءمة ترتيبات مختلفة من نفس الكمية، تجميع مجموعات من بطاقات النقاط وعدّ (إحصاء) النقاط في كل مجموعة، في نفس الوقت تمييز النقاط كوحدات منفردة وبطاقات كوحدات مركّبة (الرسمة 8).

الرسمة 8: بطاقات النقاط

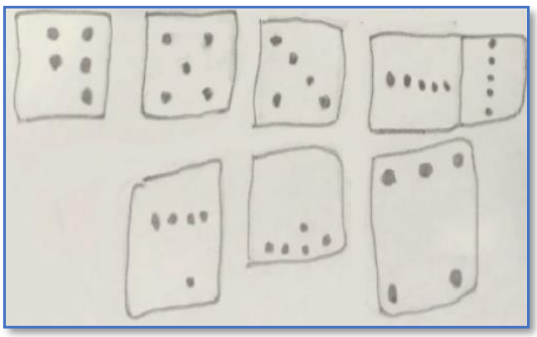


كان هناك اختلاف في قدرة الطلاب على استيعاب كمية مناسبة مع ما قيل في البحث. في الأعداد الأصغر من 5، يدرك الأطفال الكمية على الفور، ولكن طريقة ترتيب النقاط لها تأثير أيضًا. بشكل عام، الصعوبة من الأسهل إلى الأكثر تعقيدًا هي: الترتيب في خط مستقيم (كمية قليلة)، ترتيب في مستطيل ، ترتيب في مكعب ، ترتيبات أخرى وأعداد كبيرة.

أشار الباحثون إلى أن الأطفال في البداية "يرون" الكمية ، وبعد ذلك "يعرفون" أنها الكمية ، مما يعني أن لديهم إدراكًا لمصلح الكمية. عندما تابع المراقبون عمل الطلاب، كان بإمكانهم معرفة متى استوعبوا الكمية على الفور، ومتى توقفوا وقاموا بعدّ عدد النقاط بصمت.

في محادثة التلخيص، ركّزت المعلمة على طريقة رسم الطلاب للنقاط على البطاقات الفارغة التي حصلوا عليها. في الوقت الذي وصف فيه كل طفل ما رسمه، سجّل المعلم الترتيبات المختلفة وسأل الطلاب عما رأوه (الرسمة 9).

الرسمة 9: توثيق أوصاف الطلاب



ثم سألت ما إذا كانت هناك بطاقات متشابهة. وصف الطلاب الأشياء المتشابهة التي وجدوها. على سبيل المثال، قالت إحدى الطالبات إنّ البطاقة الأولى والبطاقة الأخيرة متشابهتين، لأنها رأت "ثلاثة واثنان" وَ "اثنان وثلاثة".

في هذا النشاط الطلاب:

- ميّزوا في الوقت نفسه النقاط كوحدات منفردة والبطاقات كوحدات مركّبة.
- لائموا وصنفوا بطاقات بواسطة إدراك كميات أو احصاء ترتيبات غير تقليدية للنقاط؛
- بنوا مجموعات بعدد متساوٍ من النقاط؛
- عدوا مجموعات البطاقات المصنفة.
- تطرقوا إلى عدد الطرق المختلفة التي يمكن من خلالها رسم بطاقات ذات خمس نقاط.

الدرس رقم 4: اثنا عشر بطة صغيرة

عرض المهمة:

روت المعلم للأطفال قصة عن البطة التي لديها 12 فراخًا. "كي لا يضيع أي واحد من فراخها، وضعتها الأم في مجموعات متساوية. وبهذه الطريقة يمكنها بسهولة أن ترى أن جميع فراخ البط الـ 12 موجودة.

هل يمكنكم رسم صورة لفراخ البط الصغيرة في رأسكم بحيث تكون في مجموعات وفي كل مجموعة نفس عدد فراخ البط؟ حسب رأيكم، في أي مجموعات وضعتهم. ارسموا صورة لما ترون في خيالكم. نريد أن نعرف كيف تفكرون عن المجموعات المتساوية، وسيساعدنا رسمكم في فهم ومعرفة تفكيركم عن المجموعات ".

هدف المهمة:

التفكير في عملية الضرب والرؤية في الخيال كمية مقدارها 12 في مجموعات متساوية.

لم تعرض المعلمة، في البداية، عن قصد صورة بط، ولم تجسد المشكلة بمساعدة أشياء. أرادت أن تفحص ما إذا كان الطلاب يمكنهم تخيل موقف يكون فيه المحتوى قابلاً للفهم وفيه تحدي. كانت هذه هي المرة الأولى التي يستخدم فيها المعلم مصطلح: "مجموعات متساوية".

حتى ذلك الحين كانت تقول دائمًا: نفس العدد في كل مجموعة ولم تشرح ما تعنيه. أرادت المعلم أن ترى كيف يواجه الطلاب اللغة الرياضية.

تصرف معظم الطلاب من خلال التفكير في مخيلتهم حول القصة. احتاج خمسة طلاب إلى وسائل تجسيد، وتمكن اثنان منهم من حل المشكلة.

حوالي 44% (8 طلاب) كانوا قادرين على تحديد كمية الأشياء في وقت واحد في مجموعات، والتطرق إلى عدد المجموعات كوحدة جديدة ، مما يدل ذلك إلى القدرة على التفكير في عملية الضرب. أظهر حوالي 39% (7 طلاب) أظهروا تفكيرًا جزئيًا في عملية الضرب عندما استطاعوا أن يذكروا عدد الأشياء في كل مجموعة، ولكن لم يستطيعوا أن يذكروا عدد المجموعات. حوالي 17% (3 طلاب) لم يتمكنوا من تكوين مجموعات متساوية.

لاحظ عدد قليل من الطلاب إلى العلاقات العددية أثناء حل المشكلة. رسم أحد الأطفال 3 مجموعات من 4 وَ 4 مجموعات من 3 ، وكان راضيًا من النمط الذي اكتشفه.

خطط قسم من الطلاب مسبقًا كيفية تنظيم المجموعات، وأحاطوا كل مجموعة رسموها حتى قبل أن يرسموا المجموعة التالية، مما يشير إلى أن التقسيم قد تم بالفعل في الخيال. يتوافق ذلك مع نتائج أبحاث بيّنت أن الصور الذهنية تُتيح تحويل أفكار مجردة إلى ملموسة، والتي يمكن معالجتها تقريبًا مثل الأشياء الحقيقية. قام الطلاب الآخرون في البداية برسم 12 بطة ثم أحاطوا في مجموعات.

في هذا النشاط الطلاب:

- استخدموا مبنى مجموعة متساوية (وحدة مركَّبة)؛
- لاحظوا وجود نمط لمبنى عملية الضرب.
- عملوا على أشياء في خيالهم أو في الرسم الذي قاموا به للوصول إلى حل.

الدرس رقم 5: أشياء في مربعات

عرض مهمة:

أظهرت المعلمة للطلاب دمية كبيرة على شكل سلحفاة (الصورة 10). مررت الدمية بين الطلاب وطلبت منهم أن ينظروا إليها بعناية ويلاحظوا عدد أرجل السلحفاة.

الصورة 10: دُمية سلحفاة

بعد ذلك، عرضت المعلمة على الطلاب صندوق، وقالت إنها احتفظت في داخله على ألعاب سلحفاة صغيرة. "يوجد داخل هذا الصندوق صندوقان صغيران، وفي كل صندوق يوجد سلحفاتان صغيرتان. أريد أن أعرف عدد أرجل السلاحف الموجودة في هذا الصندوق. أريدك أن ترسموا صورة لما تفكرون فيه في خيالكم ".

هدف المهمة:

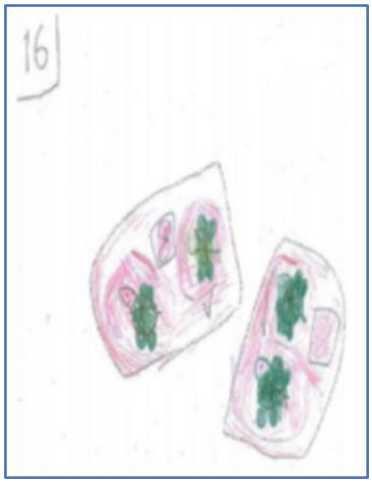
تُتيح للطلاب أن يتخيلوا مجموعات متساوية مخفية كمسألة في الضرب، حيث يكون لكل سلحفاة أربع أرجل.

هذه مشكلة من خطوتين تتطلب من الطلاب أن يتخيلوا صندوقين وسلحفاتين في كل صندوق، وَ 4 أرجل لكل سلحفاة، وإيجاد الكمية الكلية. لم نجد أبحاث سابقة فحصت مشكلة بهذا التعقيد لدى الأطفال الصغار.

رسم 15 طالبًا (حوالي 80%) حلًا للمشكلة التي تحتوي على 4 سلاحف مع أربعة أرجل لكل سلحفاة، وكتبوا جميعًا العدد 16 على الورقة. تنوعت طرق الوصول إلى الحلّ. قام بعض الطلاب برسم سلاحف وإحصاء أرجلها. كتبت إحدى الطالبات أولًا العدد 16 (لكنها عكست ترتيب الأرقام) قبل رسم السلاحف (الصورة 11). على ما يبدو أنها حلت المشكلة بشكل ذهني. استخدمت طالبة أخرى أصابعها كي تبيّن أن هناك مجموعتين في كل واحدة 8 (الصورة 12).

الصورة 11: حل واحد للمشكلة

الصورة 12: حل آخر للمشكلة



في وقت لاحق، أعطت المعلم للطلاب مشكلة توسع وقالت: إنّ هناك أربعة ألعاب من السلاحف في كل صندوق. تمكّن نِصف الطلاب من رسم مشكلة التوسع، لكن ثلثهم فقط توصل إلى الحل الصحيح 2 X 4 X 4. قد تكون الإجابة 32 خارج مجال الأعداد المعروف لدى الطلاب.

في هذا النشاط الطلاب:

- نفذوا فكرة مجردة عن حالة فيها عملية ضرب تتناول مقدار بسيط (simple rate)؛
- حلوا مشكلة من خطوتين تتطلب خيالًا رياضيًّا.

تلخيص واستنتاجات البحث في المقال (3)

- عندما يحصل الأطفال على محتوى يفهمونه ونماذج مفيدة لهم، يمكنهم فَهْم أفكار أساسية حول عملية الضرب والتعبير عن التفكير في عملية الضرب.
- يبدو أن الأطفال يتمتعون بفهم حدسي لمبنى مجموعات متساوية بناءً على خبرتهم السابقة، حتى بدون التدريس الرسمي للموضوع.
- عبّر الطلاب عن طريقة تفكيرهم في حالات فيها مجموعات متساوية من خلال رسوماتهم، ووسّعوا معنى ما رسموه من خلال الأوصاف وحركات الجسم.
- بيّنت نتائج البحث أن الأطفال الذين تتراوح أعمارهم بين 5-6 سنوات يمكنهم أن يتخيلوا مباني مجموعات متساوية، وبالتالي تحديد الوحدات المركّبة.
- أظهر بعض الطلاب قدرة على التنسيق الذهني بين وحدتين مركّبتين، وهو مصطلح مركزي في التفكير في عملية الضرب، والذي يُعتبر حسب رأي الباحثين أنه أساس التفكير في عملية الضرب الأكثر تقدمًا، والمطلوبة لاحقًا في العملية التعليمية.

- تُوسّع نتائج البحث على الأطفال الذين تتراوح أعمارهم بين 5-6 سنوات ما هو معروف حتى الآن في الأبحاث الخاصة بالأطفال من سن 6 سنوات فما فوق.

- النتائج التي تُعبر عن قدرة الأطفال على تمثيل تفكيرهم المجرد من خلال الرسم تُثير سؤالًا حول الرأي المقبول بأن الأطفال ينتقلون من الاعتماد على العرض التوضيحي الكامل إلى حل مشكلة في عملية الضرب بواسطة العرض الجزئي، ومن ثم تطوير التفكير في عملية الضرب الذي يعمل فيه على حل المشكلة بشكل تجريدي. يدعي الباحثون إنه قد يكون أكثر نجاعة أن نطلب من الأطفال الصغار أن يتخيلوا المشكلات في مرحلة مبكرة.

  إنهم يعتقدون أن نطلب من الطلاب أن يتخيلوا ويرسموا هو نهج بديل للعرض المباشر. ولكن هناك حاجة إلى المزيد من البحث لهذا الغرض.
- الأسئلة الإضافية التي تُطرح هي: هل الوسائل التوضيحية المستخدمة في تدريس بداية الضرب، والتي تشجع الطلاب على استخدام استراتيجيات العدّ، لا تعيق الانتقال إلى التفكير في عملية الضرب الأكثر تعقيدًا؟ وما هو دور subitising في الإنشاء الأولي للوحدات المركّبة؟
- كان مفتاح تحسين قدرة الأطفال على تمثيل حالات في عملية الضرب في تفكيرهم هو توفير الأنشطة المناسبة في جو رياضي فيه مرح، ويشجع الطلاب على التخيل والتفكير.

تنفيذ هذه الاستنتاجات من قبل المعلمين يتطلب منهم:

- خلق تجارب وممارسة تعليمية محفزة ومثيرة تكشف عن أفكار الطلاب الأولية حول عملية الضرب.
- تشجيع استخدام التخيل والتجريد لدى الطلاب.
- تشجيع الطلاب على رسم ما يتخيلونه وما يفكرون به.
- استخدام مهام تُثير التفكير وتكشف عن طرق تفكير الطلاب.
- مشاهدة عمليات الطلاب والاستماع إلى شرحهم حول تفكيرهم، ويفضل أن يكون ذلك باستخدام الأفكار التي تنبثق من رسوماتهم.

تلخيص مقال (2) - بحث تصميم أُعد لتنمية فهم الأطفال الصغار عمليتيْ الضرب والقسمة

Bicknell et. Al. (2016) –

كان الهدف من البحث المعروض في المقال (2) هو بحث كيفية استخدام محتوى مسائل الضرب والقسمة للمساعدة في تنمية التفكير في عملية الضرب لدى الأطفال الصغار. يوضح المقال كيف استخدمت معلمة واحدة وفريق من الباحثين منهجية بحث التصميم في صف أطفال يبلغون من العمر خمس سنوات. بنوا لهم مسائل كلامية، ودعموهم في عملية حل المسائل، وجعلوهم يطورون فهمًا مبكرًا للضرب والقسمة.

اعتمد الباحثون على الرؤى والتشديدات التي ظهرت في الأبحاث السابقة وهي:

- تعتمد فكرة البحث على استخدام مسارات تعليم تنمي التفكير الرياضي لدى الأطفال. تشمل مكونات مهمة مسار التعلُّم ما يلي: هدف التعلُّم، التقدُّم التطوري للتفكير والتعلم وسلسلة من مهام التدريس.

  في مسار التعلم في هذا البحث، كان الهدف هو تطوير فهم الطلاب للأعداد والعمليات، وخاصة العلاقة بين الأجزاء والصحيح، مع التركيز على مسائل الضرب والقسمة. التقدُّم التطوري في هذا السياق هو الانتقال من استراتيجيات العدّ إلى استراتيجيات الحقائق المشتقة على أساس التفكير الذي يعتمد على الكامل – الأجزاء عند حل المشكلات. تضمنت سلسلة مهام التدريس: تخطيط وإعداد تسلسل المهام الرئيسية، وظيفة التمثيلات وطريقة إدارة الحوار الرياضي.

- يبدأ التقدُّم التطوري في التفكير والتعليل المنطقي في موضوع الأعداد والعمليات بحل المشكلات وباستخدام استراتيجيات العد. عندما يبدأ الطلاب في إدراك العلاقة بين الأجزاء والصحيح (التي تنتج عن حالات جمع) يبدأون في استخدام استراتيجيات الحقائق المشتقة، والتي تتضمن تقسيم إلى كميات وإعادة تنظيمها، وهذا هو تفكير من نوع الصحيح - الأجزاء (للحصول على شرح لتنمية استراتيجيات الحساب لدى الأطفال الصغار، انظروا إلى المقال [4]). مع الأطفال الصغار، من المعتاد عادة البدء في تعلُّم عمليتَيْ الجمع والطرح قبل تعلُّم عمليتَيْ الضرب والقسمة.
- عند تعليم عمليات الضرب والقسمة، يمكن التشديد على فهم المصطلحات لمعنى العمليات التي تتحدى المعلمين. هناك نهج آخر يقترح التشديد على الإجراء الخاص بمعرفة حقائق الضرب والقسمة الذي يعتمد على عدّ الحقائق أو حفظها. هذا النهج مقيد، خاصة عند الانتقال للعمل بكميات متعددة الأرقام. يدعي الباحثون أن تعلُّم المصطلحات والتعلُّم الإجرائي يحدثان ويتطوران طوال الوقت من خلال الانتقال من حالة إلى أخرى، وفي نفس الوقت يدعم نوعا التعلم بعضهما ويعززان بعضهما البعض. وقد وُجد أيضًا أن التمثيل الصحيح للمشكلات أدى إلى تحسين المعرفة الإجرائية (للمزيد من المعلومات حول موضوع الدمج بين تعلُّم المصطلحات والتعلُّم الإجرائي لعملية الضرب، انظروا إلى المقال [5]).
- من أجل تطوير فهم الطلاب للأعداد والعمليات، يجب تزويدهم بمهام مرتّبة جيدًا في التسلسل الصحيح. يمكن أن تكون هذه المهام مسائل كلامية لفظية تسمح بتطوير معرفة الطلاب من مرحلة إلى أخرى.

عند التخطيط لحل مسائل كلامية يجب أن نأخذ بالحسبان مكونات كثيرة، مثل: الهدف الرياضي، اللغة والمحتوى. عادة تتضمن مسائل الضرب والقسمة تكوين مجموعات وتقسيمها. المسائل الأولى المعروضة للتلاميذ في هذا الموضوع عادة تتناول وحدات منفردة وليس صيغًا، مثلًا: أربعة مرات خمسة.

إنها توفر محتوى يعرض كبر المجموعة وعدد المجموعات بشكل صريح. يمكن أن تكون مسائل القسمة الأولى قسمة إلى أجزاء أو قسمة احتواء. تُحلّ مسائل القسمة إلى أقسام بعمليات القسمة المتساوية، بينما تُحلّ مسائل قسمة الاحتواء بالطرح المتكرر إلى مجموعات متساوية الكبر. من المهم أيضًا أن نعرض مسائل قسمة مع باقٍ كي يأخذ الطالب بالاعتبار العلاقة بين الباقي والمسألة.

- طريقة عرض المسألة الكلامية مهمة جدًا لخلق دافع للطالب لإيجاد حل لها. يمكن أن يكون لمحتوى المسألة الكلامية عدة وظائف:

1) تحفيز الطالب على بحث معرفة رياضية جديدة؛
2) إتاحة الفرصة للطالب تطبيق الرياضيات؛
3) تكون بمثابة مصدر للمعرفة الرياضية الجديدة؛
4) تُستخدم كمصدر لاستراتيجيات الحل؛
5) تكون مرساة للفهم الرياضي.

يمكن أن يحتوي محتوى معين على واحد أو أكثر من هذه الوظائف. يمكن تمثيل المحتوى في نص أو عرض مرئي أو نشاط يُثير فضول الطالب ويشجعه على بحث الحالة الرياضية.

- وظيفة المعلم هو إنشاء تمثيل دقيق للمسألة، كي يحسن المعرفة بحل المسألة. يجب التمييز بين تمثيلات داخلية وتمثيلات خارجية. التمثيلات الداخلية هي الصور التي نشكّلها في أذهاننا للأشياء والعمليات الرياضية، بما في ذلك الصور المرئية للمعلومات البصرية أو المكانية واستراتيجيات حل المشكلات.

يتمّ التعبير عن التمثيلات الخارجية بالرسومات، والتمارين الكتابية واستخدام الوسائل التوضيحية. يعتبر التأثير المتبادل بين هذين التمثيلين عنصرًا أساسيًا في التفكير الرياضي. عندما يبني الطلاب تمثيلات خارجية، فإنهم يقومون ببناء تمثيلاتهم الداخلية الشخصية.

- يجب أن تُتيح للطلاب فُرص يختبرون فيها الدعم لتعلمهم من خلال استخدام مجموعة متنوعة من التمثيلات الخارجية. في الصفوف الدنيا، هناك الكثير من التركيز على استخدام وسائل توضيح بنيوية (مثل: العيدان المنفردة وإطارات عشرة - إطارات كل منها عبارة عن عشر دوائر مرتبة في صفين) وليست بنيوية (مثل: المكعبات والأقراص).

تُستخدم الوسائل الملموسة في الغالب وفقًا لتعليمات المعلم، ويمكن أن تكون مفيدة ولكنها محدودة في بعض الأحيان. يُعتبر عمل المعلم ضروري لنجاعة الوسائل المرئية في دعم التعلم، ويمكن أن تعيق التعلم في بعض الأحيان. المهم هو العلاقة بين هدف التعلُّم والمحتوى المقدّم، وقرارات المعلم حول الطرق التي يجب أن تستخدم بها وسائل التوضيح لضمان فهم الطلاب معنى التمثيلات أمامهم.

- يصاحب تدريس الرياضيات وتعلمها في الصفوف الدنيا تحديات لغوية. بالإضافة إلى اكتساب اللغة التي يدرس بها الطلاب، يحتاجون أيضًا إلى اكتساب مفردات ذات صلة بموضوع الرياضيات. يجب أن يكون

الطلاب قادرين على فهم واستخدام اللغة التي تُتيح لهم المشاركة في تمرُّس تعلُّم الرياضيات، وبناء المعرفة ومعنى المحتوى الرياضي.

تساعد معرفة اللغة الرياضية في القراءة، والفهم والتواصل. يتعلّم الطلاب التمييز بين المعاني المزدوجة لكلمات معينة والاختلافات بينها. عندما يستخدم الطالب اللغة الرياضية بشكل غير صحيح، قد تعتقد المعلمة أنه يجد صعوبة في فهم المصطلح الرياضي. ومع ذلك، يستطيع الطلاب أيضًا تقديم معنى للمصطلحات الرياضية من خلال حركات الجسم، والرسومات والتمثيلات الأخرى.

- الحوار الرياضي هو الأداة التي تسرع التعلم من الفهم عند تناول المهمة. وهذا يشمل التواصل بين المعلم والطالب، والتواصل بين الطالب والطالب وطرح الأسئلة. إحدى وظائف المعلم هي تنمية مهارات الطالب في استخدام اللغة كأداة للتفكير والتعليل. يُعتبر الحوار في مجموعة مهم جدًّا أيضًا، ويجب على المعلم أن يضع قواعد لتعزيز هذا النقاش وتنفيذه.

سؤال البحث

كيف يمكن استخدام مسائل الضرب والقسمة لتشجيع الأطفال على فهم العمليات الحسابية؟ كان التركيز على جوانب التدريس التي تشمل تخطيط المهام ومحتواها والتمثيلات والحوار.

كانت منهجية البحث عبارة عن تصميم بحث توجد فيه شراكة بين الباحثين والمبحوثين. عمل الباحثون بالتعاون مع معلم الصف لفحص عمليات تعلُّم الطلاب. قد تعزز نتائج البحث طرق التدريس التي تهدف إلى تعزيز التفكير الرياضي وفهم الأعداد والعمليات لدى الطلاب.

سير البحث

أجري البحث في الصف الأول في مدرسة ريفية في نيوزيلندا حيث درس فيها 15 طالبًا في سن الخامسة. شاركت معلمة الصف في برنامج تدريبي للمعلمين تناول طرق تفكير الأطفال حول مصطلح الكل والأجزاء، مع استخدامها في حل مسائل كلامية في الضرب والقسمة.

أجري هذا البحث لأول مرة عندما دمجت المعلمة مسائل الضرب والقسمة في صفها. من أجل بناء موقف إيجابي تجاه تعلم الرياضيات، اعتادت المعلمة أن تخبر طلابها أنها تريدهم أن يعملوا "مثل علماء رياضيات صغار"، وبالتالي دمجت الكتابة الرياضية في تعلمهم.

تم جمع المعطيات بعدة طرق: مقابلات شبه منظمة مع المعلمة؛ مقابلات شخصية مع الطلاب التي أجريت قبل وبعد التدريس في الصف؛ تسجيل الدروس بالفيديو، دفاتر الطلاب، دفتر العرض في الصف ويوميات توثيق المعلم.

تم إجراء البحث خلال مجموعتين من الدروس في أشهر يونيو وأكتوبر-نوفمبر. في كل مجموعة تمّ تنفيذ 4 مجموعات أسبوعية. ركّز تحليل المعطيات على ثلاثة أبعاد: مهام، بيئة التعلم والحوار. في المهام، تمّ التركيز على استراتيجيات لتحفيز الطلاب، تسلسل ومستويات الصعوبة والتمثيلات. في بيئة التعلُّم، تمّ التركيز على المناخ الاجتماعي والفكري، وطرق التدريس ووتيرة التقدم والروتين الإداري. في الحوار، تمّ التركيز على التأثير المتبادل بين المعلم – الطالب، الطالب – الطالب وطرح الأسئلة.

كان مبنى الدروس موحدًا:

1. نشاط قصير يتناول الأعداد.
2. عرض المسألة الكلامية وتسجيلها في دفتر العرض للصف.
3. عمل ذاتي بوسائل ملموسة (5-10 دقائق عندما يتنقل المعلم بين الطلاب).
4. تطلب المعلمة من الطلاب أن يشاركوا الصف باستراتيجياتهم، وتكتب في دفتر العرض التوضيحي للصف مع التركيز على الأفكار الرياضية؛
5. عمل ذاتي حول مسائل مماثلة باستخدام وسائل ملموسة ورسومات أو تمارين. كانت المشكلة بأعداد كبيرة أو بأعداد يختارها الطالب. في هذه المرحلة كان من المتوقع أن يستخدم الطلاب تمثيلات عملية الضرب التي شملت وسائل ملموسة، رسومات وتمارين.

فيما يلي تفصيل نتائج البحث مع التركيز على ثلاثة أبعاد: المهام، التمثيلات والحوار.

مهام التدريس

من ناحية تسلسل المهام، تناولت المجموعة الأولى من الدروس مسائل كلامية مع مجموعات مكونة من 2 وَ 5 في عمليات الضرب والقسمة. في المجموعة الثانية من الدروس، أوّلًا ، تمّ إعطاء مسائل قسمة مع عملية احتواء مجموعات مكونة من 2 مع باقٍ، والقسمة مع عملية احتواء مجموعات مكونة من 10. لاحقًا، تم تقديم مسائل قسمة مع احتواء وباقٍ لمجموعات مكونة من 5 وَ 10.

فيما يلي أمثلة لمسائل كلامية في الضرب وقسمة الاحتواء:

(X2) حصل كل طفل من خمسة أطفال على زوج من الجوارب من السلة. كم عدد الجوارب التي يمتلكونها معًا؟

(:2) يوجد 14 جوربًا في السلة. كم عدد أزواج الجوارب التي يمكن أن نكونها منها؟

(X5) يوجد أربع قطوف موز. يحتوي كل قطف على 5 موزات. ما هو مجموع حبات الموز؟

(:5) لدينا 15 حبة من الحلوى. نضع 5 حبات حلوى في كل كيس. كم كيسًا من حبات الحلوى نتج؟

(x10) يوجد مع يوسف 4 كراتين من البيض. في كل كرتونة 10 بيضات. كم عدد البيضات في كراتين يوسف؟

(x10) يوجد 20 بيضة. يمكن أن نضع 10 بيضات في كل كرتون. كم عدد الكراتين الممتلئة؟

عندما أعطيت مسائل القسمة والاحتواء في مجموعات مكوّنة من 2، فقد تضمنت أيضًا مسائل مع باقٍ والتي تعرّف فيها الطلاب إلى أعداد زوجية وفردية، عندما لاحظوا "باقي واحد".

في مسائل قسمة الاحتواء لأعداد مكونة من رقمين إلى مجموعات من 10 مع باقٍ، يفهم الطلاب قيمة المنزلة مبكرًا، حيث يمثل رقم العشرات عدد المجموعات المكوّنة من 10، ويمثل رقم الآحاد "ما تبقى". تمّ الانتقال إلى أعداد كبيرة مكوّنة من رقمين في المسائل الصفية بشكل مقصود، لتشجيع الطلاب على الانتقال من العدّ في الوحدات إلى العد بقفزات.

فيما يلي توثيق لهذه المشكلة:

المعلمة: يوجد 63 بيضة. يمكن أن نضع 10 بيضات في كل كرتونة. كم عدد الكراتين الممتلئة؟ نحن بحاجة إلى التفكير بحكمة. ثلاثة وستون عدد كبير ومن الصعب عده بالوحدات.

الطلاب: نعدّ باثنين.

المعلم: حتى لو عدنا باثنين.

الطلاب: في خمسات.

المعلم: حتى لو عدنا ...

الطلاب: في عشرات.

أعطت المعلمة للطلاب كراتين بيض وسلة من المكعبات، واقترحت على الأطفال تكوين مجموعات من 10. دعمت المعلمة الأطفال أثناء عدّ المكعبات. بعد أن ملأ الأطفال بعض الكراتين، قامت المعلمة وكل الصف بالعد بعشرات: 10 ، 20 ، 30 ، 40 ، 50 ، 60. بعد ذلك أرشدت المعلمة الأطفال بإحصاء كميات البيض: 61 ، 62 ، 63.

المعلمة: لدينا 63 بيضة. الآن يجب علينا الإجابة على السؤال. (تتوجه إلى أحد الطلاب وتسأل:) هل يمكن أن تقول من فضلك كم عدد الكراتين الممتلئة لدينا؟

الطالب: ستة.

المعلمة: كم بيضة بقيت؟

الطالب: ثلاثة.

المعلمة: إذن الجواب على سؤالنا هو كم عدد كراتين البيض الممتلئة لدينا؟

الطالب: ستة.

المعلمة: و-؟

الطالب: بقيت ثلاثة.

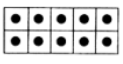
المعلم: حان الوقت لكتابة ذلك. كم عدد البيض الذي بدأنا به؟

تمثيلات:

استخدم الطلاب تمثيلات بوسائل ملموسة، رسومات وتمارين. الأغراض التي أعطيت للطلاب من أجل توضيح هذه المسائل: أزواج من الجوارب، قفازات، بطاقات تحتوي على رسومات مجموعات من اثنين ومن خمسة، كرتون بيض لتمثيل العشرات ومكعبات ترتبط ببعضها. بالإضافة إلى ذلك، كان لدى الطلاب إطارات لعشرات وأقراص للعمل المستقل بشكل ملموس. استخدم الطلاب أشياء ملموسة لتوضيح المشكلة التي عُرضت في بداية الدرس. بعد ذلك توقعوا منهم أن يرسموا صورًا في دفاترهم الشخصية لإظهار كيف جسدوا المشكلة. في البداية رسم الطلاب حلولهم بحرية، لكن المعلم وجهتهم وساعدتهم في رسم إطارات العشرة بشكل أكثر دقة.[2]

حاولت المعلمة تطوير تفكير الطلاب من استخدام استراتيجيات بسيطة لحل مسائل الضرب التي تركّز على عدّ وحدات منفردة إلى استراتيجيات أكثر تقدمًا للعد في قفزات، جمع متكرر وحقائق مشتقة.

---

[2] الإطار 10 له مبنى واضح مكوّن من سطرين، في كل سطر 5 دوائر كالتالي: 

أظهر توثيق المعلم تفكير يعتمد على الجمع، وبعد ذلك تم تسجيل تمرين ضرب. عند تسجيل تمارين القسمة، شجعت المعلمة الطلاب على كتابة تمرين الضرب العكسي لتقوية الصلة بين العمليات. شجعتهم المعلمة على أن يكونوا "رياضيين"، وبدلاً من كتابة "مجموعات الـ أو مرات"، اكتبوا إشارة "X"، لكن **لم** يتمكن جميع الطلاب من الانتقال.

في توثيق المعلمة بَعد الدرس، لاحظت المعلمة أن كتابة التمرين في الدفتر يُعتبر قفزة كبيرة جدًّا بالنسبة للطلاب. يجب عليهم أوّلًا أن يرسموا المعطيات. واستصعب الطلاب في رؤية أن الزوج عبارة عن مجموعة مكونة من اثنين. يؤدي هذا أحيانًا إلى كتابة التمرين على النحو التالي: 4 = 2 + 2 + 2 + 2.

فيما يلي توثيق مشكلة في مرحلة إدارة الحوار الصفي، بعد أن قام الطلاب بتمثيل المشكلة بالمكعبات:

المعلمة: لدى رائد (روبي) 23 قطعة حلوى. وضع 5 قِطع من الحلوى في كل كيس. كم كيسًا من الحلوى لديه؟ كم عدد الحلوى التي نبدأ بها؟

الطلاب: ثلاثة وعشرون (تكتب المعلمة 23 في دفتر العرض).

المعلمة: ماذا فعلنا؟ هل قمنا بجمعها، ضربها، قسمتها أو طرحها؟ ماذا فعلنا؟

المعلمة: قمنا بتقسيمها إلى مجموعات (المعلمة تُمثل إشارة عملية القسمة في الهواء).

الطلاب: قسّمنا (تكتب المعلمة إشارة التقسيم في الدفتر).

المعلمة: نقطتان (إشارة القسمة)، لأننا جعلنا منها مجموعات. كم في كل كيس؟

الطلاب: خمسة.

المعلمة: لكتابة التمرين نحتاج إلى...

الطلاب: يساوي (تكتب المعلمة = 5 : 23)

المعلمة: كم عدد الأكياس التي نحصل عليها؟

الطلاب: أربعة.

المعلم: بصوت عالٍ. كم كيسًا؟

الطلاب: أربعة (تكتب المعلمة 4).

المعلم: أربع مجموعات من...

الطلاب: خمسة.

المعلمة: لكن بقيت قِطع حلوى جانبًا (تُشير المعلمة إلى المكعبات الثلاثة).

الطلاب: ثلاثة (تكتب المعلم لاحقًا في التمرين "ويبقى ثلاثة").

حوار وتسجيل رياضي

تمّت صياغة المسائل الكلامية بحيث تكون اللغة مفهومة لجميع الطلاب. كانت هناك بعض الكلمات المتعلقة بالضرب والقسمة والتي أدت إلى صعوبة بسيطة بالنسبة لهم. في المسألة الأولى التي تناولت مجموعات من جوربين، تقرر إدخال كلمة "زوج" كاسم عام لمجموعة من اثنين.

استصعب قسم من الطلاب في فهم فكرة أن الزوج هو مجموعة من اثنين. تشجيع الطلاب على الرسم وإحاطة كل اثنين معًا ساعد الطلاب في الفهم. الكلمات الرياضية التي ركزت عليها المعلمة هي: لكل، في كل، المجموع، الباقي، الضرب والقسمة.

ركّزت المحادثة الصفية في بداية كل درس على الهدف الرياضي وعلى حل المسألة الكلامية التي تمّ عرضها. يدور الحوار بين استراتيجيات المشاركة وحوار أكثر تركيزًا على العملية المطلوبة وفقًا لمبنى المشكلة.

تمّ منح الطلاب فرصًا لمشاركة استراتيجيات عملهم لمساعدتهم على رؤية الروابط بينهم. دعمت المعلمة تفكير الأطفال من خلال تسجيل استراتيجياتهم في دفتر العرض التوضيحي كالرسومات والصور وإضافة التمارين المناسبة. (مثل: $6 - 2 - 2 - 2 = 0$;$6 : 2 = 3$). كانت أسئلة المعلمة موجهة للحصول على إجابات صحيحة من الطلاب أكثر مما كانت موجهة للحصول على شرح وتبريرات. على سبيل المثال، عندما عرضت المعلمة كراتين البيض لتمثيل مجموعات من 10، أجرت المحادثة التالية:

المعلمة: كم بيضة في كل كرتون؟
الطلاب: عشرة.
المعلمة: لكن يجب عليكم أن تثبتوا ذلك لي. لست مقتنعةً (تُعطي المعلمة إحدى الطالبات مجموعة من المكعبات وكرتونة من البيض، وتطلب منها إثبات عدد البيض الذي يمكن وضعه في الكرتون).
المعلمة: سأكون سعيدةً جدًا إذا تمكنت من إثبات ذلك لي (وضعت الطالبة "بيضة" في كل ثقب في قالب البيض حتى يمتلئ).
المعلمة: حسنًا. كم بيضة في الكرتونة؟
الطالبة: عشرة.

قادت المعلمة الحوار (وليس الطلاب)، لأنها أرادت أن تقود نوعًا معينًا من البحث. أرادت بناء مفهوم للضرب والقسمة واللغة الرياضية المناسبة لذلك. من ناحية، أدركت المعلمة صعوبة العمل مع مسائل كلامية، لذلك اهتمت أن يكون المحتوى من عالَم الطلاب كي يتمكنوا من تجسيدها بشكل ملموس، ومن ناحية أخرى، كان من المهم بالنسبة لها أن يعملوا كعلماء رياضيات وأن يستخدموا الرموز المناسبة. على الرغم من اعترافها بأنه في وقت لاحق من العام، تلخبط الأطفال أحيانًا بين إشارة الضرب وإشارة الجمع.

نتائج الامتحانات التي أُجريت للطلاب

تمّ فحص كل طالب شخصيًا مرتين خلال العام: قبل وبَعد برنامج التدخل. تمّ تقديم تمارين مصورة مع أشياء ملموسة أو رسومات للطلاب. كانت التمارين في جميع العمليات الحسابية الأربع. كانت هناك فجوة كبيرة بين نسبة نجاح الطلاب في الامتحان الأول ونسبة النجاح في الامتحان النهائي.

بالإضافة إلى ذلك، في الامتحان الأول، استخدم الطلاب استراتيجيات عد كل شيء كثيرًا، وفي الامتحان النهائي كان هناك استخدام أكبر لاستراتيجيات إكمال العد، العد بقفزات والعد التنازلي. لم يكن هناك تقريبًا أي استخدام لاستراتيجيات حقائق مشتقة أو استرجاع حقائق.

تلخيص واستنتاجات

- أُعِدّ البحث لتحدي التصور السائد في تدريس الصفوف الدنيا، وهو أن الضرب والقسمة لا يمكن تدريسهما إلّا بَعد تعلُّم عمليتيْ الجمع والطرح. بيّن البحث أنّه يمكن تعليم الضرب والقسمة قبل الجمع والطرح، وبيّن أيضًا أنه يقوي القدرة على حل تمارين الجمع والطرح باستراتيجيات أكثر تقدمًا.
- أدى عرض المسائل الكلامية إلى تحسين قدرة الأطفال على التفكير والتعليل ليس فقط في الضرب والقسمة، ولكن في الجمع والطرح أيضًا.
- كانت قوة التحسن في بعض التمارين تفوق التحسن الذي يظهر عادة بعد التعلُّم لمدة سنة، خاصة في تمارين القسمة والضرب.
- تم تصنيف المشكلات المعروضة خلال دروس البحث وفقًا لمبدأ مسارات التعلُّم، وأظهر الطلاب انتقالًا من الاستراتيجيات الأولية إلى الاستراتيجيات الأكثر تقدمًا. لكن المعلمة لم تستطع رفع الطلاب إلى مستوى استخدام استراتيجيات استرجاع الحقائق (الإجابة غيبًا) أو حقائق مشتقة.
- تمّ اختيار المسائل الكلامية المستخدمة في البحث ووسائل الإيضاح المناسبة لها بعناية كي يفهم الطلاب العلاقة بين التمثيل الرياضي والفكرة الرياضية. ومع ذلك، كانت محاولة المعلمة إضافة تمثيلات أخرى، مثل: الرسوم البيانية والتمارين المكتوبة تحديًا للطلاب.
- عملت المعلمة أيضًا على إنشاء روابط بين عملية الضرب والجمع المتكرر، وبين عملية القسمة والطرح المتكرر وعلى علاقة العكسية بين عمليتيْ الضرب والقسمة.
- شددت المعلمة على الربط بين المصطلحات الرياضية في الضرب والقسمة والتعابير المناسبة في لغة الحياة اليومية. على سبيل المثال: العلاقة بين "مجموعات الـ" وإشارة الضرب؛ بين "التقسيم إلى مجموعات" وإشارة القسمة؛ وبين "ما بقي في الخارج" وكلمة باقي.

تلخيص المقال (1) - استخدام مصفوفات غير نمطية لتشجيع التفكير في عملية الضرب –

Bajwa & Tobias (2020)

يقترح منهج الرياضيات البدء في تعليم الضرب باستراتيجيات الجمع المتكرر. يتطلب الانتقال من التفكير في عملية الجمع إلى التفكير في عملية الضرب الابتعاد عن الاعتماد على الجمع والنظر إلى الضرب على أنه حالة جديدة من الضرب بين عاملين.

إن عرض الضرب في مصفوفة من الأعمدة والصفوف يساعد الطلاب على رؤية العلاقة بين العاملين في أن عدد الصفوف وعدد الأعمدة يحددان نتائج الضرب بينهما. من المعتاد تقديم معنى الضرب كمصفوفة في الصف الثاني (للمزيد من المعرفة عن معاني الضرب المختلفة، انظروا المقال [5]).

وفقًا للمنهج التعليمي في البلاد [7] في الصف الأول، يتم تدريس عملية الضرب كجمع متكرر لمضافات متساوية. في الصف الثاني، عند التعرُّف على قياس المساحة نتطرّق إلى حساب مساحة المستطيل بواسطة ضرب عدد الصفوف في عدد الأعمدة.

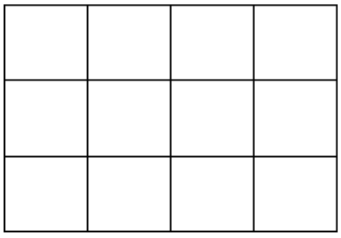
يقترح هذا المقال [1]، بَعد تقديم مصفوفات نموذجية (انظروا الرسمة 13)، تقديم مصفوفات غير نمطية تعتمد على إيجاد المساحة حسب استخدام استراتيجيات الحقائق المشتقة من معرفة حاصل ضرب مصفوفات الضرب النموذجية.

الشكل 13: أمثلة على مهام تعلم الضرب في تمثيل مصفوفة

(أ)

- ارسموا 3 مجموعات متساوية، 4 في كل مجموعة.
- اكتبوا وصفًا عدديًّا.
- كم عدد الأشياء التي رسمتموها؟

(ب)



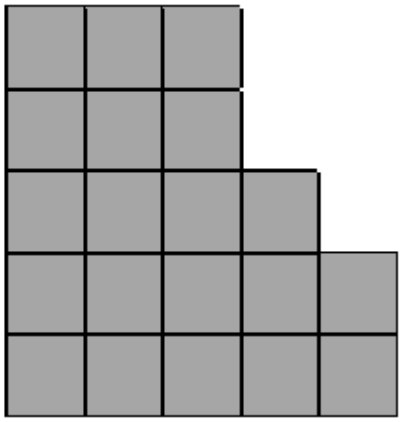
- يحتوي المستطيل على 3 صفوف من المربعات.
- كم عدد المربعات في كل صف؟
- كم عدد المربعات الكلي؟

يعرض المقال نوعين من هيئات الضرب غير النمطية: مركّبة ومخفية جزئيًا لتحفيز أفكار عملية الضرب لدى الطلاب، ولتطوير استراتيجيات حل بناءً على حقائق الضرب المعروفة. في مصفوفة مركّبة، لا يكون عدد المربعات في كل صف متساويًا بالضرورة، ولكن يمكن تقسيمه إلى عدة مصفوفات عادية (انظروا الرسمة 14).

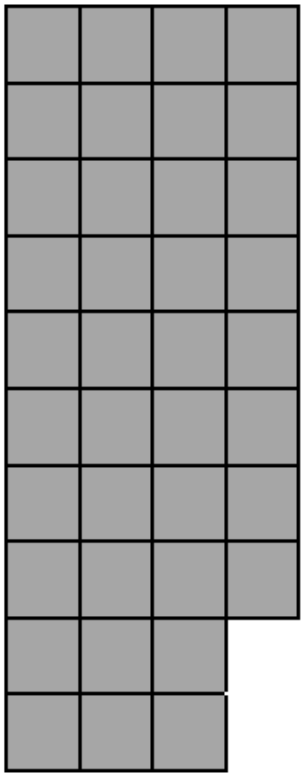
المصفوفة المخفية جزئيًا هي مصفوفة كاملة ولكن بعض مربعاتها مخفية (انظروا الرسمة 15).

الرسمة 14: أمثلة على مصفوفات غير نمطية مركّبة

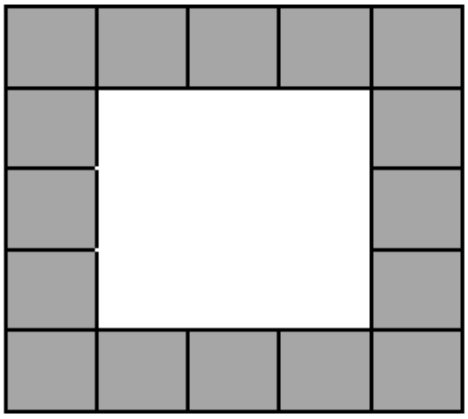
(أ)



(ب)



الرسمة 15: مثال لمصفوفة مخفية جزئيًا



تمّ تقديم المصفوفات المركّبة لطلاب الصف الثاني بَعد تعليم وحدة تعليمية على المصفوفات العادية. تعرّف الطلاب على مهام من النوع الموضح في الرسمة 1، وقاموا بتطوير استراتيجيات لعدّ الوحدات المنفردة أو جمع مجموعات متساوية للحصول على العدد الإجمالي.

تمّ تقديم المصفوفات المركّبة والمخفية جزئيًا للطلاب كصور بشكل سريع، مما يعني أنه تم عرض كل صورة لمدة 8-20 ثانية خلال وحدة تعليمية مدتها 25 دقيقة. تمّ عرض 3-4 صور في كل وحدة تعليمية.

تم إعطاء الطلاب التعليمات التالية:

"يتم عرض كل صورة أمامكم لبضع ثوان. يجب عليكم معرفة عدد المربعات في الصورة، بناءً على ما تعرفونه عن المصفوفات، لكن لا تذكروا العدد بصوت عالٍ. بعد ذلك، أطلب منكم مشاركة زميلكم بالطريقة التي وجدتم بها عدد المربعات في الصورة التي رأيتموها ".

في الوقت الذي تحدث فيه الطلاب فيما بينهم، أصغت المعلم وكتبت الاستراتيجيات التي توصلوا إليها. بعد ذلك، تمّ إجراء مناقشة صفية طلبت فيها المعلمة أوّلًا أن يذكروا العدد الذي حصلوا عليه، ثم مشاركة الطريقة التي وجدوها (وفقًا لاختيار المعلمة بناءً على ما سمعته من قبل وعند الكشف عن الصورة مرة أخرى). سجلت المعلمة حلول الطلاب على اللوح.

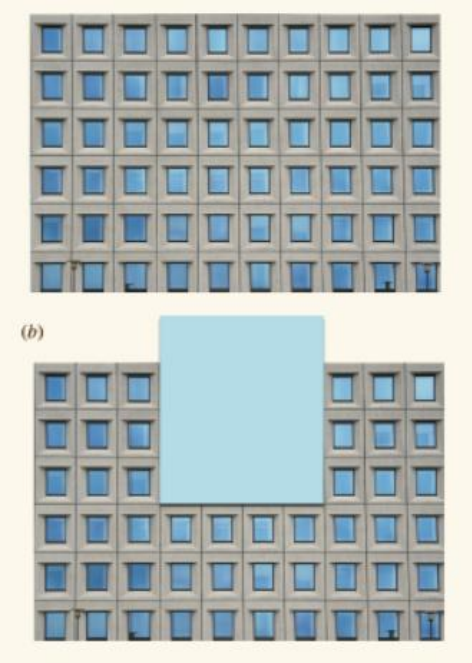
أمثلة على إجابات الطلاب:

- عندما تمّ تقديم المصفوفة المركّبة الموضحة في الرسمة 14 أ إلى الطلاب، حاولوا أوّلًا عد المربعات واحدة تلو الأخرى، أو حفظ عدد المربعات في كل سطر. عندما أدرك الطلاب أنهم يواجهون صعوبة في العمل بهذه الطرق، قرروا تجربة استراتيجيات أخرى تعتمد على معرفتهم السابقة حول المصفوفات.

قامت إحدى الطالبات بإنشاء مصفوفة كاملة في مخيلتها عن طريق تحريك المربعين في العمود الأول إلى العمود الثاني. بهذه الطريقة، تم الحصول على مجموعة من خمسة أسطر وأربعة أعمدة، مما سمح لها بالوصول إلى نتيجة 20 مربعًا.

- تظهر استراتيجية أخرى في حلّ الطالب للمصفوفة المركّبة الموضحة في الرسمة 14 ب. بعد أن تأكد الطالب من أن الأعمدة الكاملة تحتوي على 10 مربعات في كل عمود، قدّر أن العمود الأول يحتوي على 8 مربعات، لأن 2 كانت ناقصة، لذلك، قام بتقسيم المصفوفة المركبة إلى اثنين 1 × 8 وَ 3 × 10.
النقاش الذي جرى في الصف في أعقاب اقتراح طريقته أدى إلى الجميع تقريبًا أن يتبنوا استراتيجيته في المصفوفات التالية المقدمة لهم.
- في المصفوفات المخفي منه جزءًا، طُلب من الطلاب تخمين عدد المربعات الموجودة في المصفوفة بأكملها، بما في ذلك تلك المخفية. في المثال الذي يظهر في الرسمة 3، وجد معظم الطلاب الكمية عن طريق جمع متكرر للعدد 5. حدد أحد الطلاب عدد الأعمدة والسطور، وقال إنه ضرب وحصل على 25. عندما سأل المعلم كيف عرفت أن عملية الضرب هي المناسبة، أجاب إذا كان هناك خمسة أعمدة وخمسة أسطر يجب أن أجمع الأعمدة خمس مرات. أظهر هذا الطالب قدرة التفكير في عملية الضرب باستخدام كبر العمود (5) كوحدة مركّبة، وكبر السطر (5) كمضاعف لإيجاد المجموع.
المهمة الأخيرة التي عُرضت على الطلاب هي مهمة الشبابيك. بسبب عدد الشبابيك الكبير، تمّ عرض الصورة الكاملة لأوّل مرة لمدة 25 ثانية، ووجد الطلاب العدد الإجمالي للنوافذ 60 عن طريق جمع الأسطر أو الأعمدة بشكل متكرر. بعد ذلك، ألصقت المعلمة ورقة صغيرة على جزء من الصورة، وطلبت منهم إيجاد عدد النوافذ المخفية (انظروا الرسمة 16).

الصورة 16: مهمة الشبابيك المخفية



قال أحد الطلاب: 12، لأنني أرى أن هناك واحد، اثنان، ثلاثة، أربعة هنا، وواحد، اثنان، ثلاثة هناك. إذن هذا أربعة أعمدة من ثلاثة.

وجدت طالبة أخرى عدد الشبابيك المخفية في السطر الأول بواسطة طرح 3 وَ 3 من 10، وهو عدد النوافذ المرئية من عدد النوافذ في كل سطر. 4=6-10 أي أن هناك أربعة نوافذ مخفية في كل سطر. جمعت العدد 4 ثلاث مرات، وتوصلت إلى الاستنتاج أن عدد النوافذ المخفية هو 12.

تلخيص واستنتاجات (المقال 1)

- عملية التعلّم التي بدأت بعرض المصفوفات العادية واستمرت بعرض المصفوفات غير النمطية، سمحت للطلاب بالبحث عن استراتيجيات بديلة تعتمد على معرفة تمثيل الضرب كمصفوفة، بدلاً من العدّ واحدًا تلو الآخر أو تجميع مجموعات معًا . كانت الاستراتيجيات الجديدة: تحريك مربعات بشكل خيالي للحصول على مصفوفات كاملة؛ تفكيك مصفوفة مركّبة إلى مصفوفات كاملة أصغر؛ والتطرق إلى كبر العمود وكبر السطر.
- بدأ الطلاب في التنسيق بين الأعمدة والسطور لإيجاد المجموع.
- الحوار بين الطلاب لمشاركة استراتيجياتهم والنقاش الصفي الذي تمّ فيما بَعد، أتاح لهم التعلم والتعرف على استراتيجيات جديدة مع إظهار ملكية على استراتيجياتهم.
- كانت هذه الوحدة التعليمية في الواقع تمهيدًا لتعلُّم الضرب الذي تمّ إجراؤه في الصف الثالث. بَعد هذا التعلُّم، بدأ الطلاب في استخدام كلمتيْ "الضرب" و "المرات"، وتنسيق عدد الأعمدة وعدد الصفوف في تمثيل الضرب في مصفوفة.

تلخيص عام

ذُكر في المقدمة أنّ التفكير في عملية الضرب عند الأطفال تمّ عرضه في المقالات على أنه تحديد مبنى المجموعات المتساوية واحصاء (عدّ) الوحدات المركّبة. هناك تطرق واضح إلى ذلك في المقال (3) فقط، لكن المقالين (1) وَ (2) يعتمدان على رؤية الضرب كمجموعات متساوية أيضًا، وعلى القدرة على العمل مع الوحدات المركّبة وليس مع الوحدات المنفردة فقط. يهدف المقال 2 إلى تطوير استراتيجيات حسابية أكثر تقدمًا لحالات الضرب والقسمة، وينفّذ ذلك بمساعدة مسائل كلامية تعرض مبان من مجموعات متساوية.

وفقًا لنتائج البحث المعروضة في المقال (2)، تمكّن الطلاب من التقدّم من استراتيجية عدّ كل شيء إلى استراتيجية العدّ بقفزات بناءً على وحدات مركّبة. في المقال (1) تظهر الوحدات المركّبة من خلال التطرق إلى عدد الأعمدة

وعدد الأسطر، ويتم التركيز على القدرة على التنسيق بين هاتين الوحدتين، وهو مصطلح مركزي في التفكير في عملية الضرب.

في جميع المقالات، تمّ التركيز على استراتيجيات عمل الطلاب، ولكن في المقالات (1) وَ (3) تأتي الاستراتيجيات من الطلاب، في المقال (2) المعلمة هب التي توجه الطلاب نحو استخدام الاستراتيجية المرغوبة من منطلق الرغبة في قيادة الطلاب لتحقيق الأهداف التي حددتها. يظهر توجيه المعلم بشكل خاص في المقال (2)، أما في المقال (3) يتمّ التركيز بشكل كبير على التدريس بنهج بنائي، حيث ينبع التعلُّم فيه من الطالب فقط ، ويجب على المعلم ألّا يوجه بأي طريقة بتاتًا. يمكن إيجاد دلائل على ذلك في القطع التي تصف تدخلات المعلم وردود أفعال الطلاب. كما يشدد المقال (1) على أن تبقى للطلاب "ملكية لاستراتيجيتهم".

ومع ذلك، في جميع المقالات الثلاثة يحصل الطلاب على مهام، ويُطلب منهم أوّلًا محاولة التعامل معها بطريقتهم الخاصة، ثم مشاركة حلولهم مع بعضهم أو مع الصف بأكمله. في النقاش الصفي، نُعالج ما تمّ تعلمه أوّلًا بشكل مستقل. في بعض الحالات، يوجد طلب لتنفيذ مهام توسُّع أيضًا.

الحقيقة أن محاولة العمل مع الطلاب الذين تتراوح أعمارهم بين 5-6 سنوات في الضرب والقسمة تتمّ بشكل مختلف في المقال (2) والمقال (3) أمر مثير للاهتمام. من المهم الانتباه إلى نتائج هذين البحثين، ومراعاة ما هو مناسب حقًا عند العمل مع هؤلاء الطلاب الصغار.

מקורות:

1. Bajwa N.P. & Tobias J.M. (2020). Atypical Arrays to Stimulate Multiplicative Thinking. *Mathematics Teacher: Learning & Teaching PK-12, 113*(11), 931-934.
2. Bicknell B., Young-Loveridge J. & Nguyen N. (2016). A design study to develop young children's understanding of multiplication and division. *Mathematics Education Research Journal, 28*, 567-583.
3. Cheeseman J., Downton A., Ferguson S. & Roche A. (2022). Meeting multiplicative thinking through thought-provoking tasks. *Mathematics Education Research Journal*. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00413-1
4. Isaacs, A. C., & Carroll, W. M. (1999). Strategies for basic-facts instruction. *Teaching Children Mathematics, 5*(9), 508-515.

   המאמר תורגם לעברית עבור מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי ונמצא כאן.
5. Wallace, A. H., & Gurganus, S. P. (2005). Teaching for mastery of multiplication. *Teaching Children Mathematics, 12*(1), 26-33.

   המאמר תורגם לעברית עבור מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי ונמצא כאן.
6. Battista, M. T. (1999). The importance of spatial structuring in geometric reasoning. *Teaching children mathematics, 6*(3), 170-177.

   המאמר תורגם לעברית עבור מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי ונמצא כאן.

7. משרד החינוך – האגף לתוכניות לימודים (2006). תוכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים.

أنشطة لاستكمال المعلمين:

1. اختاروا إحدى المهام في المقال 3 وافحصوا ما هي ميزات المهمة الجيدة التي تظهر فيها، وما هو المحتوى الرياضي الذي تستهدفه؟ (حسب ما هو مكتوب في الصفحة 4 في التلخيص).
2. خططوا مهمة من نوع المهام الواردة في المقال 3 بروح الاستنتاجات الواردة في تلخيص المقال (ص 14).
3. ابنوا جدول مقارنة بين طرق تدريس المعلمتين الواردتين في المقالين 2 وَ 3. أحضروا اقتباسات مما هو مكتوب في تلخيص المقالات.
4. اكتبوا أمثلة عن كيفية حل تمارين ضرب وقسمة باستخدام الحقائق المشتقة (استعينوا بما هو مكتوب في المقال 4، يجب نقل ما هو مكتوب هناك حول الجمع والطرح إلى حلّ تمارين الضرب والقسمة).
5. اقرؤوا المقال 5 (تمّت ترجمة المقال إلى العبرية - הוראת הכפל לשם שליטה). عبروا عن رأيكم، هل يتوافق ما هو مقترح في المقالين 2 و 3 مع ما ورد في المقال 5 حول كيفية التوصية بتعليم الضرب والقسمة؟ تطرقوا إلى المحتوى التعليمي (معرفة المصطلحات مقابل المعرفة الإجرائية)، وتسلسل التدريس وعمر الطلاب. بناء على خبرتك في التدريس، ما هو رأيكم في هذا الموضوع؟ (يمكن الإجابة عن هذا السؤال في النقاش الصفي).
6. اقرؤوا مقال 6. يتناول هذا المقال الصعوبات التي يواجهها الطلاب عند تنظيم الفراغ وقياس مساحة المستطيلات (يمكنكم تخطي تسجيل إجابات الطلاب، مما يسهل ذلك على فهم تسلسل المحتوى). ابحثوا عن أفكار مماثلة في هذه المقال وفي المقال 1.
7. هل يمكن أن يساعد تعلُّم الضرب في مصفوفات عادية ومصفوفات غير نمطية الطلاب في تنظيم الفراغ وإيجاد مساحة مستطيلات؟ ماذا يأتي قبل ذلك؟ ولماذا حسب رأيكم