

שלחו להדפסה

חיינו עם פיי



פיי. היקף המעגל, לחלק לקוטרו

לחצו כאן להגדיל הטקסט

## הקבוע המפורסם מכולם: פיי

אין לו סוף ואין לו ערך מספרי אמיתי, אבל אם תרצו לחשב את היקפו של עיגול המקיף את היקום כולו, הוא יכול לעזור לכם. מה סוד קסמו של פיי, שגורם למדענים כה רבים להרהר בו?  
רן לוי, אודיאה

אלכסנדר הנרי רינד לא היה מתמטיקאי. הוא היה עורך-דין סקוטי, גברבר צעיר וטיפוסי של אמצע המאה ה-19, בעל חיבה מיוחדת לתרבות מצרים העתיקה. רינד סבל ממחלת ריאות קשה, ורופאיו המליצו לו לשהות באקלים יבש. עבור רינד, זו הייתה סיבה מצוינת לחצות את הים התיכון דרומה. באחד משיטוטיו בשווקים הסוואנים של העיר לוקסור, הזדמן רינד לדון עתיקות והבחין ביריעת פפירוס גדולה ברוחב של כשישה מטרים. פפירוסים כאלה, שלרוב נגנבו מאתרים ארכיאולוגים, צצו מדי פעם בשווקים. רינד בחן את הפפירוס בקפידה והחליט לרכוש אותו. בלא יודעין, רכש עורך-הדין הצעיר באותו רגע כרטיס כניסה לדפי היסטוריה. "פפירוס רינד" מכיל, כך נתגלה מאוחר יותר, את הערך המוקדם ביותר הידוע של הקבוע המתמטי המפורסם מכל: פיי.

רינד לא זכה ליהנות מתהילתו כיוון שמחלתו הכריעה אותו כשהיה כבן 30 בלבד, אך הפפירוס שרכש נחקר ביסודיות רבה לאורך השנים. הממצאים מעידים ש"פפירוס רינד" נכתב כ-1,700 שנים לפני הספירה, והוא עצמו העתק של פפירוס עתיק יותר, שנכתב כנראה 300 שנים קודם לכן. ערכו של פיי כפי שנקבע במסמך העתיק, הוא 3.16, רחוק רק באחוז אחד מערכו האמיתי הידוע לנו היום. כפי שמעיד "פפירוס רינד" המצרים הקדמונים, וגם הבבלים לפניהם, הבחינו בתכונה משונה ומרתקת של מעגלים: אם מודדים את היקף המעגל ומחלקים אותו בקוטרו, יתקבל מספר קבוע. לא משנה אם העיגול קטן כמו בייגלה, או גדול כמו חומת העיר: תוצאת חילוק היקף בקוטרו, תהיה תמיד אותו מספר, פיי.

## מה סוד המשיכה של פיי?

ארכימדס מסירקיוז היה הראשון שהצליח ליישם את העקרונות הגיאומטריים לצורך חישובו של פיי. הוא שרטט עיגול, וסביבו שני מצולעים שווי צלעות: אחד בתוך העיגול והשני מחוצה לו. את היקפם וקוטרים של המצולעים קל היה לחשב באמצעות גיאומטריה פשוטה, וארכימדס הוכיח שהשניים מהווים חסם תחתון וחסם עליון להיקפו של העיגול, הכלוא ביניהם. באופן זה הגיע ארכימדס למסקנה כי פיי הוא בערך 3.14, אם כי גם ארכימדס ידע שאין זה ערכו האמיתי או הסופי של קבוע זה.

עדות לחשיבות פריצת הדרך של ארכימדס ניתן למצוא בעובדה שבמשך יותר מ-1,500 שנים איש לא הצליח לחשב את פיי בדיוק גבוה יותר. 1,500 שנה החזיק שיאו של ארכימדס, ואז בתוך 200 שנה בלבד הצליחו המדענים לחשב את פיי עד לספרה ה-100 אחרי הנקודה. אך בל נטעה לחשוב שהמשימה הפכה לקלה. עדיין נדרשו תעצומות נפש אדירות מצד המתמטיקאי, שהחליט לקחת על עצמו את המשא הכבד של חישוב פיי.

לודולף ואן-קולן השקיע את מרבית חייו בחישוב פיי עד הספרה ה-35 אחרי הנקודה. הוא היה כל כך גאה בהישגו, שהיה הטוב ביותר במאה ה-17, עד שביקש שיחרט את הערך של פיי על מצבתו. מדוע התאמצו המתמטיקאים לחשב את פיי? איזו תכלית יש למרדף אחר מספר שנדמה שאין לו סוף? הרי אין שימוש מעשי לידיעת ערכו של פיי עד לספרה ה-100 אחרי הנקודה ומעבר לה.

למתמטיקאים הראשונים הייתה סיבה טובה לנסות לחשב את פיי בדיוק רב ככל הניתן. הכלכלה הקדומה הייתה מושתתת ברובה על חקלאות, וחישוב שטחי הגידול (שגבולותיהם לא תמיד היו ישרים כסרגל) ואורכן של תעלות ההשקיה הפתלתלות, היו בעלי חשיבות מכרעת עבור החקלאים. אך החישוב המדויק של פיי היווה בעיה קשה עבור המצרים וקודמיהם, שכן שהוא אינו מספר שלם, אלא שבר: שלוש וקצת. בהיעדר הידע המתמטי הדרוש, הם היו יכולים להיעזר רק במדידות שנעשו בפועל לצורך העניין, מדידות שמטבע הדברים היו גסות ולא מדויקות.

גם ליורשיהם האינטלקטואלים של המצרים, היוונים, היו סיבות טובות לחשב את פיי. פיתגורס, אוקלידס וחבריהם עסקו בפותרונה של חידה עתיקת יומין, ששורשיה לוטים בערפל ההיסטוריה: חידת "ריבוע המעגל". השאלה שהציקה לפילוסופים היוונים הייתה: האם ניתן לצייר ריבוע, אשר שטחו שווה לשטח של מעגל? הבעיה היא שכדי לצייר ריבוע ששטחו זהה לשטח מעגל, צריך לדעת במדויק את שטחו של המעגל. שטח זה נתון לפי הנוסחה "פיי כפול ריבוע הרדיוס", משמע, חובה עלינו לגלות את ערכו של פיי.

לצורך הדגמה, אם היינו רוצים לחשב את היקפו של עיגול, שמקיף את היקום כולו, די היה בדיוק של פיי עד הספרה ה-39 אחרי הנקודה. מרכזיותו של פיי הפכה אותו למושג מיתי וחלק מהמתמטיקאים רצו לגלות אם חביה חוקיות מסוימת בספרות האקראיות לכאורה של פיי. חוקיות כזו, אם ישנה, עשויה להתגלות כרמז לתובנות מעמיקות יותר על היקום שסביבנו.

## פשוט, פשוט מדי

אך היו גם כאלה שחיפשו דרך עוקפת. בשנת 1897 פנה רופא מקומי, שהיה גם מתמטיקאי חובב, אדווין

גודווין, לחברי האסיפה הכללית של מדינת אינדיאנה שבארה"ב. הוא דיווח להם שהצליח לפתור את חידת "ריבוע המעגל" המפורסמת. הפתרון של גודווין היה פשוט למדי: הוא החליט שערכו של פיי הוא 3.2 זהו. כשערכו של פיי ברור וידוע, אין כל בעיה לשרטט ריבוע בעל שטח זהה לזה של מעגל: מחשבים את ריבוע הרדיוס של המעגל ומכפילים ב-3.2.

גודווין הציע לעגן בחוקי מדינה את הפתרון שלו. חברי האסיפה הכללית של אינדיאנה העבירו את הצעת החוק לוועדה לתכנון תעלות השקיה (בחירה ברורה והגיונית), שלחבריה היה מספיק שכל בקודקודיהם כדי להעביר את העניין אל ועדת החינוך. הוועדה לא מצאה כל סיבה להתנגד לקביעת ערכו של פיי, שכן "ערכו הנוכחי הוא כה מסובך ונפתל, עד שאינו שימושי כלל וכלל". משם עלתה הצעת החוק אל האסיפה הכללית של המדינה, ועברה פה אחד באפס מתנגדים. או אז הועברה הצעת החוק מעלה, לסנאט של אינדיאנה, לאישור סופי לפני הכנסתה לספר החוקים של המדינה.

בליל ההצבעה על אישור החוק, הזדמן לבניין הסנאט פרופסור קלארנס וואלדו, מתמטיקאי מקצועי מהאוניברסיטה המקומית, שהגיע כדי להשגיח באופן אישי על תקציב המוסד שלו. מישהו תחב לידיו את הצעת החוק והציע לו לגשת ולברך את הממציא בר המזל. וואלדו קרא את הצעת החוק, הבין כי מדובר בשטות גמורה וברגע האחרון הצליח לשכנע את חברי הסנאט לגנוז את הרעיון המטופש.

## אי-רציונלי וטרנסנדנטי

המסמר הראשון בארון המתים של חידת ריבוע המעגל ננעץ בשנת 1761 כאשר יוהאן למברט - מתמטיקאי שוויצרי פורה, שתרם רבות לתחומי האסטרונומיה והאופטיקה - הצליח להוכיח כי פיי אינו מספר רציונלי. מספר רציונלי הוא מספר, שניתן לייצג כשבר. למשל, חמש שמיניות או רבע. אם לא ניתן לכתוב את פיי כשבר, כפי שהוכיח למברט, אזי הוא אינסופי: הספרות אחרי הנקודה ממשיכות וממשיכות עד לאין קץ.

תעודת הפטירה לחידת ריבוע המעגל הגיעה כמאה שנים מאוחר יותר, בשנת 1882, כשהמתמטיקאי הגרמני פרדיננד פון-לינדמן הוכיח כי פיי הוא מספר טרנסצנדנטי. מספר טרנסצנדנטי הוא מספר שאי אפשר להגיע אליו בשיטות המקובלות של חיבור, חיסור, כפל או חילוק. משמע, אי אפשר לקחת מספר כלשהו וממנו להגיע באמצעות חישוב, לערכו האמיתי של פיי. המשמעות העמוקה יותר היא שלא ניתן להגדיר את ערכו האמיתי של פיי. נתאמץ ככל שנרצה, נזיע על המחברות ונגלה נוסחאות חדשות - לעולם לא נגיע לערכו המספרי האמיתי של פיי, פשוט מכיוון שאין אנו יכולים להגדיר כזה.

אבל יש עוד סוג של חוקרי פיי, שלוקחים אותו למקום אחר. הם נקראים "פייפולוגים" והם מתחרים זה בזה בשינון ערכו של פיי עד למספר הספרות המרבי. השיא העולמי, נכון להיום, שייך ליפאני, אשר זוכר בעל פה את ערכו של פיי עד 100 אלף ספרות אחרי הנקודה. הפיזיקאי היהודי האמריקני הנודע, ריצ'רד פיינמן, הבחין בעובדה, שאי שם במקום ה-762 אחרי הנקודה נמצא רצף של שש תשיעיות בזו אחר זו. באחת מהרצאות שלו, סיפר פיינמן שהוא מעוניין ללמוד בעל פה את כל הספרות, עד למקום ה-762, רק כדי שיוכל לקרוא אותן בקול ואז לסיים ב"תשע-תשע-תשע-תשע-תשע-תשע-תשע-תשע". הומור מיוחד יש להם, לפיזיקאים.

**הכתבה המלאה התפרסמה בגיליון נובמבר של "אודיסאה - מסע בין רעיונות"**

[חזרה](#)