

מצאו את הפשלה!

Get the GOOF!

מאת: Michelle H. Pace and Enrique Ortiz

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, Vol. 23, No. 3, October 2016

נסו להציג אסטרטגיה זו, הקלה ליישום, המפעילה את התלמידים
כבלשים בניתוח שגיאות ובשיח מתמטי.

בזמן שתלמידי כיתה ב' שלי התקשו בהבנת האלגוריתמים של חיבור וחיסור מספרים רב-ספרתיים, היחס שלהם ומצב הרוח היו גרועים והשיח המתמטי כמעט ולא התקיים. כששיעור המתמטיקה היומי החל, שמעתי אנחה מהכיתה כולה. הייתי חייבת לשנות זאת, למצוא דרך לעזור לתלמידי להתלהב ולעורר בהם מוטיבציה, ובו בזמן להעמיק את הבנתם בתוכן המתמטי הקשה הזה. מטרת מאמר זה היא לשתף באסטרטגיה שעזרה לי להחזיר את כיתת המתמטיקה שלי בחזרה למסלול. בכיתה שלי אנו קוראים לאסטרטגיה זו **מצאו את הפשלה** (Get the Goof). זו אסטרטגיה פשוטה אך אפקטיבית שבה המורה מציגה פתרון שגוי לבעיה מתמטית ותלמידים עובדים יחד כדי לזהות את השגיאה ולתקן אותה.

מדוע כדאי שתלמידים ידונו בשגיאות?

הדרישות להוראת מתמטיקה לתלמידינו גבוהות עכשיו יותר מתמיד. עם הסטנדרטים הנוקשים להוראת מתמטיקה (CCSSM) (CCSSI 2010b), מורים רבים מחפשים דרכים כדי לעזור לתלמידים להעמיק את הבנתם על ידי פעילויות של חשיבה ביקורתית. כפי שטוענים Bresser, Melanese ו-Sphar, "כל אחד משתמש בשפה כדי ללמוד מתמטיקה" (2009, עמ' 171). תלמידים צריכים לדון וליצור משמעות משלהם למתמטיקה. בעשותם זאת, הם לא רק הופכים את החשיבה המתמטית האישית שלהם להגיונית, אלא הם גם לומדים להקשיב לחבריהם ולתקשר איתם. הסטנדרט השלישי מתוך שמונת הסטנדרטים לפרקטיקה מתמטית, **בניית טיעונים תקפים והעברת בקורת על החשיבה של אחרים** (SMP3), הוא מוקד הלמידה של אסטרטגיה זו. הקשבה להסברי החברים אודות החשיבה המתמטית שלהם והעברת בקורת עליהם, יכולים להוביל ליצירת קשרים חדשים בין מושגים,

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2016
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

ותלמידים יכולים ללמוד אסטרטגיות שונות לפתרון אותה הבעיה (Rawding and Wills 2012). המחקר הקיים מציע שהתמקדות התלמידים בניחוח של שגיאות מתמטיות ודין בהן, יכולה להדגיש שיח כיתתי שנבנה על חשיבת התלמידים, מקדמת הבנה מושגית, ויוצרת מהתלמידים קהילה של לומדים (Bray 2011).

ההתחלה

לפני שמתחילים להשתמש באסטרטגיה זו, צריך למסד סביבה כיתתית המעודדת דיאלוג, כבוד, אמון והעלאת טיעונים (argumentation), המערבת את כל התלמידים ואת המורה (בתפקיד של מקשיבה ומנחה). כתוצאה מתצפיות שלי בכיתה, מובאות להלן חלק מהאמונות שתלמידים צריכים לפתח כחלק מסביבה לימודית זו:

- אנו יכולים לעשות שגיאות וללמוד מהן מבלי שילעגו לנו.
 - שגיאות יכולות להיות טובות ללמידה אם משתמשים בהן בצורה נכונה.
 - צריך שתהיה לנו נכונות לעשות שגיאות והתמדה בהתגברות עליהן.
 - תהליך פתרון הבעיות חשוב לא פחות מאשר קבלת התשובה הנכונה בסוף.
- עצם הכותרת של האסטרטגיה תומכת במיסוד סוג זה של סביבת למידה כיתתית. שימוש במילה פשלה (goof) עוזר לאווירה קלה ופחות מאיימת עבור התלמידים. צריך גם לפתח נורמות כיתתיות מראש על סמך הציפיות מהאסטרטגיה. להלן הנורמות שעזרו לי בשעה שתלמידים עזרו זה לזה, התמידו במציאת הפתרון לבעיה, בנו טיעונים תקפים והעבירו בקורת על החשיבה של אחרים (CCSSI 2010b עמוד 6):

- אם אינכם מבינים, שאלו שאלה.
- הקשיבו בתשומת לב לאחרים.
- אם אינכם מסכימים, נמקו זאת.
- העריכו את החשיבה של כל אחד.

אחד התפקידים החשובים של המורה הוא הנחייה בצורת משוב. תנו לתלמידים לראות דוגמאות ואי-דוגמאות קונקרטיות של הנורמות במיטבן. ללא נורמות ואמונות אלה של הכיתה, האסטרטגיה של מצאו את הפשלה לא תהיה אפקטיבית. למורה ולתלמידים חייבת להיות רמה מסוימת של מודעות לגבי הופעתן של אמונות ונורמות אלה. אני מצאתי שהופעתן, במיוחד בשלבים הראשונים של התהליך, חייבת להיות מתוכננת ומבוצעת בכוונה.

האסטרטגיה

"מצאו את הפשלה" היא אסטרטגיית למידה רב-גונית ואפקטיבית שיכולה לעזור לתלמידים להעמיק את הבנתם המתמטית, לחזור על מושגים ואלגוריתמים שלמדו בעבר, ולעסוק בבעיות מילוליות משמעותיות. ראשית, המורה מזמינה תלמידים לכתוב עבודה שיש בה שגיאה על הלוח כך שכולם יוכלו לראות. תלמידים יכולים להתבסס בעבודתם על בעיה מילולית או אלגוריתם. לאחר מכן תלמידים מתבקשים לעבוד יחד בזוגות או עם הכיתה כולה כדי למצוא שגיאות בעבודת התלמיד ולהסביר כיצד הם יודעים שמצאו את השגיאה.

תלמידי כיתה ב מוצאים את הפשלה!

לאחר מספר שבועות של חקירת אסטרטגיות שונות לפתרון חיבור וחסור של מספרים רב-ספרתיים, מטרת ההוראה שלי עבור התלמידים היתה ליצור קשרים בין התהליכים הפרוצדורליים של האלגוריתמים הסטנדרטיים ובין מושגי המבנה העשרוני העומדים מאחוריהם. למדנו שיעורים כפולים בהם השתמשנו בלבני עשר, ורציתי שתלמידי יעשו את הקשר בין האלגוריתמים הסטנדרטיים ולבני עשר תוך שימוש בשפה של הלבנים, כשהם מזהים ודנים בשגיאות שנמצאו בעבודתם. יום אחד התחלתי את שיעור המתמטיקה בבקשה מתלמידי לשבת על השטיח לפעילות חימום. כתבתי על הלוח ארבעה תרגילי חיבור וחסור במספרים רב-ספרתיים – שנבחרו בכוונה להציף את התפיסות השגויות של התלמידים - וביקשתי שיפתרו אותם. ראשית, התלמידים התבקשו לעבוד באופן עצמאי ולפתור את התרגילים. לאחר מכן הכיתה התאספה שוב על השטיח כדי לבדוק את התשובות. תלמידים עם תשובות שגויות הוזמנו לבוא ולכתוב את עבודתם על הלוח. אמרתי לתלמידים אלה שנעזרו להם למצוא את ה"פשלות" (goofs), נשחק ב"מצאו את הפשלה!" הכותרת הקליטה האירה את עיני הילדים, ואני ידעתי שהם היו מוכנים לאתגר. לאחר שכתבתי את התרגיל הראשון, ביקשתי מהתלמידים לעבוד עם בן הזוג שליידם ולדון במה שנעשה נכון בעבודת התלמיד. כשעברתי לידם, עצרתי כדי להקשיב לשיחה אודות התרגיל

$$367 + 156 \text{ (ראו איור 1):}$$

ניקול: אני חושבת שריצ'רד לפחות עשה את ההמרות נכון.

אקנזי: נכון!

אורנה: ניקול, איך את יודעת שהתלמיד עשה נכון את ההמרות?

ניקול: למרות שריצ'רד חיבר את המקום של היחידות בצורה שגויה, אני רואה שהיו לו יותר מתשע יחידות במקום של היחידות, אז הוא לקח את הקבוצה של עשר ועשה המרה במקום של העשרות.

אורכה: מקנזי, האם אתה מבין מה ניקול אומרת?

אקנזי: כן! את רואה את הקבוצה של עשר מעל החמש במקום של העשרות? זה אומר

שריצ'רד עשה המרה מהמקום של היחידות.

תלמידים עבדו יחד עם בן זוג כדי לדון במה שנעשה נכון בעבודת התלמיד ואחר כך מוצאים את השגיאה.

איור 1

$$156 + 367$$

11
156
+ 367

526

לאחר שהקשבתי לכמה קבוצות, שאלתי את השאלה הבאה: "האם תוכלו למצוא את הפשלה שלו?" תלמידים הסתובבו והחלו לדבר על מה היתה השגיאה. החלטתי לעצור ולהצטרף לשיחה שכללה תלמידה שלומדת אנגלית:

א'נקה: אני חושבת שהשגיאה היא בחיבור שלו.

אורכה: מדוע את חושבת כך?

א'נקה: כי כשאני מחברת שש ועוד שבע, אני מקבלת שלוש עשרה, לא שש עשרה.

פטמה (בת ז'וליה): כן, אני מסכימה.

אורכה: ג'נבה, באיזו אסטרטגיה השתמשת?

א'נקה: ידעתי ששש ועוד שש זה שתיים עשרה, ועוד אחד עבור שבע זה שלוש עשרה.

פטמה: קוראים לזה תאומים ועוד אחד.

השיח שפעילות זו יצרה היה עשיר ביותר. כל תלמידי עסקו בשיחות שיש בהן אוצר מילים עשיר. היה עליהם להשתמש בשפה מדויקת כדי למצוא את השגיאה ולהסביר לכיתה כיצד מצאו אותה. לאחר מספר דקות של דיון כיתתי, הסתכלנו שוב על עבודת התלמיד. ביקשתי מהתלמידים לשתף את האחרים במחשבותיהם על דבר אחד שהם חשבו שריצ'רד עשה נכון במאמציו לפתור את התרגיל. שיטה זו נתנה לכיתה הזדמנות נוספת **לבנות טיעונים תקפים ולבקר את החשיבה של אחרים (SMP3)**. התלמידים היו מאד נלהבים לשתף, הם ביטאו את מחשבותיהם ונראה שעבדו קשה כדי לנתח לעומק את התרגיל ולמצוא את השגיאה. בזמן שהתלמידים הגיעו למסקנה שלפתרון היתה שגיאת חיבור, הם שיתפו את האחרים באסטרטגיות שעזרו להם להגיע למסקנה זו:

סנדרה: אני ידעתי שהשגיאה היתה בחיבור שלו כי שש ושבע זה לא שש עשרה; זה שלוש עשרה.

אורנה: באיזו אסטרטגיה השתמשת כדי לפתור שש ועוד שבע?

סנדרה: ספרתי החל משבע כדי למצוא את התשובה.

איה: אני גם קיבלתי שלוש עשרה, אבל השתמשתי בתאומים פחות אחד. ידעתי ששבע ועוד שבע זה ארבע עשרה, אז אחד פחות חייב להיות שלוש עשרה.

אורנה: ריצ'רד, מה אתה חושב על מציאת השגיאה של הכיתה?

ריצ'רד: הם צודקים; אני חשבתי על תאומים כשחיברתי שש ועוד שש. שכחתי להוסיף עוד אחד לשבע. זה צריך להיות שלוש עשרה יחידות, לא שש עשרה.

שגיאה שנייה

תרגיל נוסף שביקשתי מתלמידי לפתור באופן עצמאי היה 245 – 500. הזמנתי שני תלמידים לשתף את הכיתה בשגיאותיהם. ראשית, ביקשתי משאר הכיתה למצוא משהו בעבודת התלמידים האלה, שהם עשו נכון (ראו איור 2):

סויר: אוקיי. אני רואה שאיבי עשתה את הדבר הנכון כשעברה כדי לעשות המרה. היא צדקה כשהיתה צריכה לעשות המרה מהמקום של העשרות, כי אי אפשר לקחת חמש יחידות מאפס.

ריצ'רד: אבל רגע, האם חמש יחידות פחות אפס יחידות לא שווה חמש? אני חושב שמצאתי את השגיאה שלה!

סויר: כן, אבל זה לא מה שכתוב (בתרגיל). כתוב 500 פחות 245. אנחנו צריכים לחסר 245

מ-500.

ריצ'רד: אה, אתה צודק. אם כך, אז אני מסכים עם מה שאתה אומר [משתמש באצבעות שלו כדי לאמת את תגובתו של סויר על ידי התחלה באפס אצבעות ואחר כך ניסיון להוציא חמש].

אור 2

בשני המקרים של "מצאו את השגיאה", תלמידים השתמשו בשפה מדויקת הקשורה ללבני עשר, עזרו זה לזה למצוא שגיאות והשתמשו בשיח כדי לגלות תשובות נכונות.

500 - 245

$$\begin{array}{r} 5\overset{9}{\cancel{0}}0 \\ - 245 \\ \hline 255 \end{array}$$

תלמידים התחילו לגלות את השגיאה בזמן שדנו במה שנעשה נכון: **איתן:** אייבי צריכה לעשות המרה מעבר לאפסים כי אין מספיק יחידות או עשרות כדי לעזור לה לחסר נכון את המקום של היחידות. **איזבלה:** אני לא בטוחה שאני מבינה זאת. **איתן:** טוב, תסתכלי על המקום של היחידות: אי אפשר לחסר חמש מאפס, אז אייבי צריכה לעשות המרה של עשר. אבל אין עשרות, אז היא צריכה ללכת למקום של המאות, להמיר מאה אחת כדי לקבל עשר קבוצות של עשר. אחר כך היא יכולה להמיר אחת מהקבוצות של עשר לעשר יחידות. **איזבלה:** אוקיי, אני חושבת שאני מבינה עכשיו. בגלל שיש אפסים במקום של היחידות **וגם** במקום של העשרות, אייבי צריכה לעשות קודם המרה מהמקום של המאות.

אייבי הרימה את ידה ושאלה אם היא יכולה לבוא ולשנות את עבודתה. מהדיון עם חבריה, היא היתה מסוגלת לעשות זאת תוך הבנה.

לגרום לשינוי

שימו לב שבשתי האפיזודות של "מצאו את הפשלה", התלמידים עסקו במציאת טעויות. הם השתמשו בשפה מדויקת הקשורה ללבני עשר. אחד ההיבטים המשמעותיים ביותר הוא שתלמידים היו מסוגלים לעזור זה לזה למצוא שגיאות ולגלות תשובות נכונות על ידי שיח ותקשורת; אני שימתי רק כמנחה.

אחד היתרונות של המשחק "מצאו את הפשלה" הוא האופן שבו הוא יכול להגביר את ההבנה המתמטית של התלמידים, את השיח ואת המוכנות שלהם לשתף ולהסביר את עבודתם. בפעילויות כיתתיות ובפעילויות הערכה רגילות, הם הראו הבנה מושגית הרבה יותר עמוקה של חיבור וחיסור מספרים תלת-ספרתיים עם המרה. עדות לכך הופיעה בדיונים הכיתתיים ובחלקים הכתובים של המשימות שלהם. יתרון שני לשימוש באסטרטגיה זו הוא הדרך שבה הוא משפיע על סך כל העמדות של תלמידיכם. שימוש במושג "פשלה" גורם לשגיאות להיות יותר מקובלות בכיתה. שמת לב לשינוי חיובי בעמדות התלמידים. הם לא סרבו יותר לשתף בתשובותיהם מהפחד שמא הם טועים. תלמידים עברו משיפוטיות של תשובות שגויות לעזרה בתיקון שלהן. לא זו בלבד שתלמידים היו נלהבים למצוא את ה"פשלות" בתרגילים, אלא הם גם עזרו זה לזה ללמוד מהשגיאות שלהם. למרות שלוקח זמן למסד סביבה לימודית התומכת ב"מצאו את הפשלה", התוצאה הסופית שווה את המאמץ. השינויים בסביבה הלימודית אפשרו השתתפות פתוחה עבור התלמידים, ותפקידי כמנחה היה מתגמל. תהליך הלמידה התמקד מחדש במעורבות ובהשתתפות של התלמידים.

מציאת הפשלה בכיתותיכם

רפלקציה על ההטמעה המוצלחת של אסטרטגיית "מצאו את הפשלה" הובילו אותי להכיר בשני גורמים חשובים:

1. סוג הסביבה הכיתתית שמוסדה
2. היכולת של המורה לחזות מראש את השגיאות והתפיסות השגויות של התלמידים.

סביבה כיתתית

סוג השיח הדרוש לפעילות זו דורש שינוי בסביבה הלימודית של המתמטיקה. עלינו לכוון מחדש את תהליך הלמידה מהתמקדות בהצגת תוכן על ידי הרצאות והדגמות להתמקדות במעורבות של התלמידים. סוג למידה כזה דורש פיתוח של כבוד, אמון ונכונות ללמוד משגיאות הנעשות במשך תהליך הלמידה. התלמידים צריכים להרגיש מועצמים על ידי הסביבה הכיתתית כך שיוכלו לשגות וללמוד משגיאותיהם, כמו גם לתבוע בעלות על הלמידה שלהם בכיתה. תהליך זה מתמסד על ידי שימוש עקבי במיומנויות של כבוד והקשבה. תלמידים חייבים להסכים עם סביבה לימודית זו ולראות את היתרונות של הלמידה מכל אחד בכיתה.

תפקיד המורה משתנה ממישהי ש"מעבירה" או "מכסה" את החומר, למישהי שמאפשרת את הבניית וההתפתחות הלמידה. המורה צריכה ליצור סביבת למידה המאפשרת לתלמידים לתקשר באופן מכבד, פתוח ונותן אמון. יש לתכנן את הפעילות באופן מכוון, בצורה שתאפשר לתלמידים לחקור את השגיאות החישוביות ולהסתמך על ההבנה המושגית שלהם אודות ערך המקום ומשמעות הפעולות, כדי לתמוך בהבנה הפרוצדורלית שלהם אודות האלגוריתם החישובי. במקרים רבים המורה צריכה לעזור **פחות** ולאפשר לתלמידים לנווט את תהליך הלמידה. העלאת שאלות כמו **למה? איך? או האם תוכלו להראות לי?** עדיפה על פני מתן תשובה בלבד. קיים פיתוי לומר להם מה לעשות כי זה מהיר יותר ואז אפשר "לכסות" יותר חומר, אך האם למידה באמת מתרחשת? כתוצאה מהלמידה בסביבה שתוארה קודם, תלמידים יתחילו לצפות לסוג התנהגות כזה בכיתה, במקום לצפות שהמורה תאמר להם את התשובה או הפרוצדורה "הנכונה".

לא כל הפשלות שוות

תפקיד המורה בתכנון "מצאו את הפשלה" הוא חיוני להצלחת התלמידים. על המורים להיות מסוגלים לבחור בצורה אסטרטגית את מטלות הלמידה שיצרו חוסר שווי משקל. מטלות אלה צריכות לחשוף תפיסות שגויות נפוצות שעשויות להיות לתלמידים. מטלות המתוכננות במכוון בהקשרים ובמספרים שמעוררים תפיסות שגויות נפוצות, טובות במיוחד לחשיפת אי הבנות (Bray 2013, p. 426). בזמן שהתלמידים מתקשרים זה עם זה כדי למצוא היגיון בפשלות, יתעורר שיח.

פשלול למחשבה

השימוש ב"מצאו את הפשלה" בכיתתי העשיר את הסביבה הלימודית. התלמידים נהנו לעבוד יחד כדי לגלות את הפשלול שלהם. הם עוסקים כעת בשיח משמעוטי המאפשר הבנה עמוקה יותר, בנייה נכונה של טיעונים תקפים, ובקורת מכבדת של החשיבה של אחרים. הרעיון החשוב ביותר העומד מאחורי שימוש אסטרטגיה זו, הוא יישום שלו בדגש על יצירת סביבה כיתתית שבה תלמידים מעריכים את הרעיונות של אחרים בין אם רעיונותיהם נכונים ובין אם שגויים. יתרה מזאת, טיפוח סביבה שבה תלמידים מסתמכים זה על זה כדי לבנות את החשיבה וההבנה המתמטיות שלהם הוא חשוב. "מצאו את הפשלה" יכולה לעזור להשיג זאת באווירה קלה ולא מאיימת.

האסטרטגיה של "מצאו את הפשלה" היא רב-גונית. מורים יכולים להשתמש בה כפעילות למידה כדי לגרום לחשיבת התלמידים ולאפשר התפתחות של סביבת למידה שיתופית. ניתן להשתמש בה גם כדי לעזור לחזרה על חומר ולהעמקת ההבנה של התלמידים. השתמשו בה בנושא של בעיות מילוליות חד-שלביות כמו גם עם בעיות מילוליות רב-שלביות. לדוגמה, הציגו בפני התלמידים שתיים או שלוש דוגמאות של עבודת תלמידים כדי שינתחו אותן. בניתוח של התשובות הפוטנציאליות, התלמידים יעבדו על הבעיות כדי לגלות פשלול ולמצוא את התשובה הנכונה. אסטרטגיה זו מתאימה מאד לעובדות עם מספרים חד ספרתיים ולמטלות של חיבור, חיסור, כפל וחילוק במספרים רב-ספרתיים. בכיתות הגבוהות יותר, היא יכולה לעבוד היטב עם מודלים של שברים, מספרים עשרוניים ויחס. בכל מקום בו יש פשלה, יש גם דרך.

- Bray, Wendy S. 2011. "A Collective Case Study of the Influence of Teachers' Beliefs and Knowledge on Error-Handling Practices during Class Discussion of Mathematics." *Journal for Research in Mathematics Education* 42 (January): 2–38.
- . 2013. "How to Leverage the Potential of Mathematical Errors." *Teaching Children Mathematics* 19 (March): 424–31.
- Bresser, Rusty, Kathy Melanese, and Christine Sphar. 2009. "Equity for Language Learners." *Teaching Children Mathematics* 16 (October): 171–77.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI). 2010a. *Common Core State Standards: English Language Arts (CCSELA)*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices. Retrieved January 24, 2013 from <http://www.corestandards.org/ELA-Literacy>
- . 2010b. *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf
- Rawding, Molly Rothermel, and Theresa Wills. 2012. "Discourse: Simple Moves That Work." *Mathematics Teaching in the Middle School* 18 (August): 46–51.



Michelle H. Pace, michelle_pace@scps.us, teaches a problem-solving math lab classroom at Goldsboro Elementary Magnet School in Sanford, Florida. She is interested in problem solving through project-based learning.



Enrique Ortiz, enrique.ortiz@ucf.edu, is an associate professor of mathematics education at the University of Central Florida in Orlando. His major areas of research interest and

curriculum development involve brain-based teaching strategies, teachers' development of teaching goals, and the use of manipulative materials to teach mathematics.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2016 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation