

# أبحاث على التفكير الهندسي عند الأولاد وأبعادها

## Implications of Research on Children's Understanding of Geometry

تأليف : Thomas B. Fox

ظهر في : Teaching Children Mathematics, May 2000

ترجمة : ابتسام عبد الخالق

طلبت من طلابي في أحد المساقات لتدريس الرياضيات في الكلية لإعداد المعلمين أن يقيّموا مستوى التفكير الهندسي لمجموعة من تلاميذ المدرسة الابتدائية. لتنفيذ ذلك استعملوا مهامًا تتمحور حول تقييم وتوسيع الفهم الهندسي عند التلاميذ. سيعرض في هذا المقال المهام المفتوحة وإطار العمل الذي طوّر عقب نتائج البحث الذي عالج التفكير الهندسي عند التلاميذ. أحد الجوانب المهمة لهذه المهام هو التركيز على طريقة تفكير التلاميذ والتعبير عنها، مما يساعد طلابي في بناء تخطيط دروس الهندسة التالية لهؤلاء التلاميذ. لقد أظهرت أحد الأبحاث التي فحصت التفكير الهندسي أن هناك علاقة حيوية بين مستوى تفكير التلاميذ والمهام التدريسية، وذلك إذا أردنا أن نحصل تدريسيًا ذا معنى للتلاميذ (Crowley 1987).

### آخر الأبحاث في التفكير الهندسي

إعتمدت أغلب الأبحاث الأخيرة في التفكير الهندسي على نموذج فان هيله (Van Hiele) (Crowley 1987). LEHRER وزملاؤه وسعوا أساس معرفة هذا النموذج كجزء من برنامج الأبحاث المستمرة في التدريس الذهني الموجه في الهندسة، وذلك عن طريق تدقيق وتوسيع المستويات الأولية للتفكير الهندسي والتي تظهر عند تلاميذ المدرسة الابتدائية؛ المستوى البصري والتحليلي والاستنتاج غير الرسمي. فحص طلابي نتائج هذه المهام مستعملين إطار العمل هذا.

### التفكير الهندسي عن طريق التشبيه

المرحلة الأولى لتفكير الأولاد بالأشكال هي مرحلة التشبيه (Resemblance). في هذه المرحلة يصنف الأولاد الأغراض بحسب تشبيههم إياها لأشكال أخرى وعادة تعتمد على خواص ليست لها صلة بالغرض نفسه. إن التفكير عن طريق التشبيه يمكن أن يكون **مباشرًا** أو **غير مباشر**. عند استعمال التشبيه المباشر، من الممكن أن يصنف التلاميذ الشكل الرباعي المقعر على أنه مثلث،

وذلك لأنه يشبه المثلث "المدفوع الى الداخل".



كذلك من الممكن أن يعتمدوا على الأشكال النمطية التي تظهر عادة في كتب التدريس. على سبيل المثال: المستطيل "النحيف" لا يصنف كمستطيل لأنه "نحيف جداً" نسبة للمستطيل النموذجي الذي يعرفه التلميذ والذي يشبه الباب. بطريقة التشبيه غير المباشر يمكن للتلميذ أن يعدّل الشكل ليشبه شكلاً آخر معروف له أكثر (Lehrer et al. 1994). مثال على ذلك: شكل رباعي مقعر يمكن اعتباره مثلثاً إذا "سحبنا إلى الخلف" ضلعين من أضلاعه إلى أن يظهر مثل المثلث.

### التفكير الهندسي بناءً على الصفات (Attributes)

في حين تفكير التلاميذ أخذ في النضوج، فهم يبدأون بأخذ الاعتبار لصفات مميزة للشكل أو لجزء منه، أحياناً عن طريق استعمال لغة غير رسمية لوصف ذلك. مع ذلك فالتلاميذ، ربما، غير مدركين العلاقات بين هذه الصفات. مثال على ذلك، التلاميذ الذين لا يفهمون العلاقة بين عدد الزوايا وعدد الأضلاع في شكل معين فهم يعدّون الزوايا في الشكل بالرغم من أنهم يعرفون عدد أضلاع هذا الشكل. إن التلاميذ الذين يفهمون هذا النوع من العلاقات، يكون مستوى تفكيرهم أعلى (Lehrer et al. 1994). في هذا المستوى يفهم التلاميذ أن الرباعي المقعر هو ليس مثلثاً بل هو شكل رباعي لأن له أربعة أضلاع.

### التفكير الهندسي بناءً على الخواص (Properties)

في المستوى التالي للتفكير، يحلل التلاميذ الشكل بمصطلحات خواص الشكل وبيرون العلاقات بين هذه الخواص. على سبيل المثال، يعرف التلاميذ، في هذا المستوى، أن المربع هو أيضاً متوازي أضلاع لأنه شكل رباعي له زوجان من الأضلاع المتقابلة والمتوازية. كذلك فهم يفهمون بأن تغيير خاصية "جوهرية" لشكل معطى، مثل طول أحد الأضلاع، يغيّر تصنيف الشكل بينما تغيير خاصية "غير جوهرية" مثل كبر الشكل، لا يؤثر (Lehrer et al. 1994).

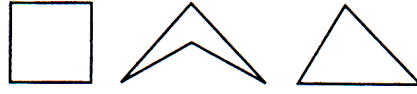
### مهام تقييم

يقيم طلابي في الكلية مستوى التفكير الهندسي لتلاميذهم عن طريق استعمال المهام التالية. طلبت من طلابي أن يتمحوروا بشكل خاص في أسئلة تطويرية والتي تحفز التلاميذ على تفسير تفكيرهم. أضفت لجزء من المهام أمثلة من تفكير تلاميذهم. هذا التفكير تم تحليله باستعمال إطار العمل الذي ذكر في هذا المقال، وتبعه اقتراح لمهام اعتمدت على هذا التفكير.

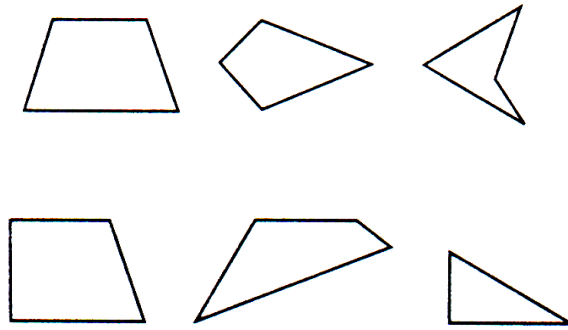
هذه المهام مهام مفتوحة وبالامكان إعطاؤها في مجموعات صغيرة أو في صف كامل. على التلاميذ توثيق تفكيرهم كتابياً على الورق من أجل تعزيز فهمهم ومساعدة معلمهم على إجراء التقييم.

## مهمة مقارنة المضلعات

وصف المهمة: يقارن التلاميذ من حيث التشابه والاختلاف بين المضلعات الثلاثة:  
(Lehrer et al.1993).



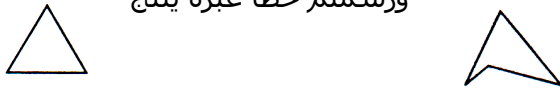
كذلك يطلب منهم الاشارة الى أو كتابة الشكلين الأكثر تشابهًا وإعطاء التعليل لإجاباتهم. هذه الفعالية تساعد في التعرف إذا كان التلميذ متركز في المظهر الخارجي للشكل أم في أجزاء ومميزات الشكل. يقترح Lehrer وزملاؤه عرض هذه المهمة مستعملين الثلاثيات التالية أيضًا:



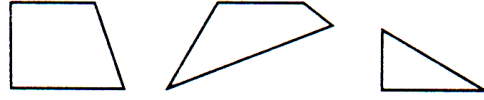
## أمثلة من تفكير التلاميذ:



عندما طلب من التلاميذ مقارنة الأشكال التالية، ووصف أوجه الشبه والاختلاف بينها، فكر أحد تلاميذ الصف الثاني بأن الشكلين الأكثر تشابهًا هما الرباعي المقعر والمثلث، تفسيره لذلك كان "إذا أخذتم هذا الشكل ورسمت خطأ عبره ينتج"



هذا النوع من التفكير يميزه التشبيه غير المباشر. اعتقد تلاميذ آخرين أيضًا بأن الشكلين أعلاه (الرباعي المقعر والمثلث) هما الأكثر تشابهًا. بينما تميّز تفكيرهم بالتشبيه المباشر لأشكال هندسية معروفة: "كل منها مثلث". لمثل هؤلاء التلاميذ، يناسب مهام إضافية متممة ملائمة تحوي فعالية تصنيف المضلعات التي سنصفها لاحقًا. هذه الفعالية، خاصة إذا تم إجراؤها في مجموعة، يمكن أن تشجع التلاميذ على التمحوذ في خواص الشكل وبالتالي تحقق وصولهم للمستوى الأعلى التالي في التفكير الهندسي. عندما طلب من التلاميذ فحص ثلاثة أخرى من المضلعات،



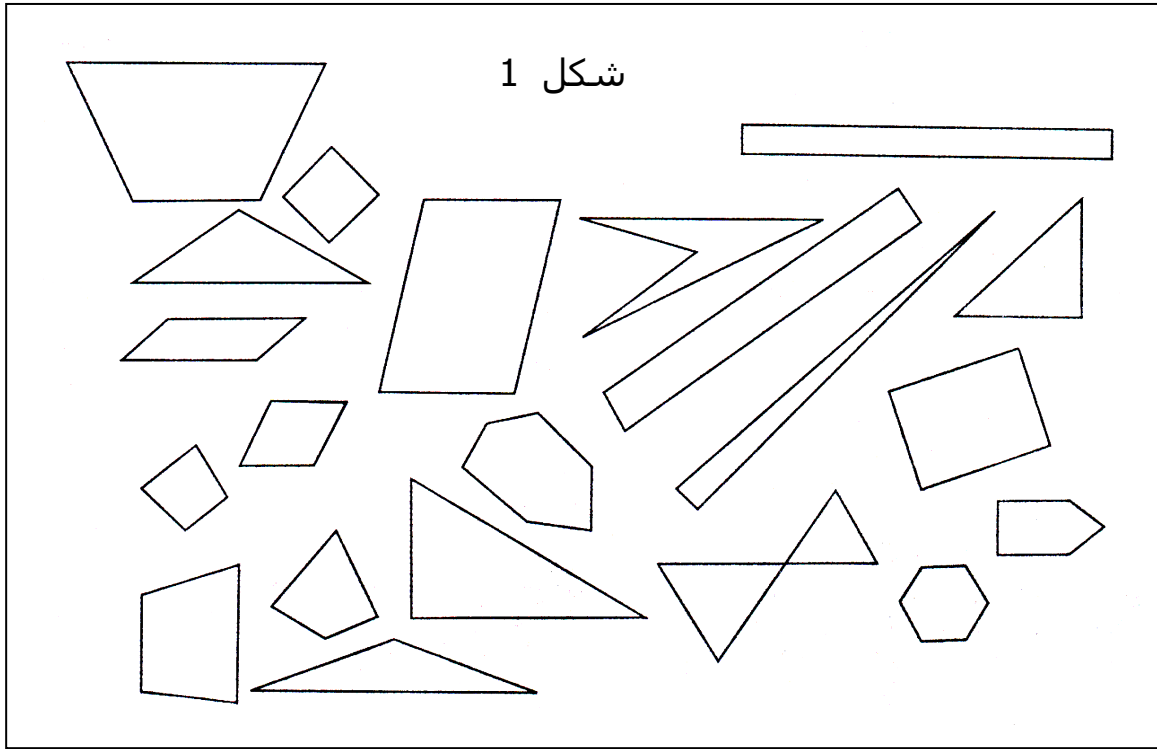
بحث تلميذان من الصف الرابع خواص الأشكال. فميزا أول شكلين (من اليسار) على أنهما يحويان 4 أضلاع، وهذا يشير إلى أن هذين التلميذين تعاملتا مع خواص الأشكال كميز أولي. عدة تلاميذ آخرين فكروا بطريقة مشابهة. يناسب هؤلاء التلاميذ مهامًا خاصة تساعدهم في التركيز أكثر في أجزاء المضلعات وخواصها. هذه المهمة هي مهمة بطاقات اسماء وخواص، ستوصف لاحقًا في هذا المقال.

### مهمة تصنيف المضلعات

**وصف المهمة:** يطلب من التلاميذ تصنيف تجميعة مضلعات مقصوفة من كرتون، بطريقة ذات معنى وتفسير طريقة التصنيف (Fuys, Geddes, and Tischler 1998). إن لم يكن التلاميذ متأكدين كيف يتابعون التصنيف، نطرح عليهم السؤال "بماذا تختلف المضلعات بعضها عن بعض؟ وبناءً على ذلك يتم تصنيفها. هذه الفعالية تساعد على كشف إذا كان تفكير التلاميذ منوط بمظهر المضلع، بميزاته أو بخواصه.

أفضل طريقة للتأكد من مستوى التفكير الهندسي للتلميذ بالنسبة (للمجموعات الجزئية) المختلفة لتصنيف مضلع ما هو شمول أمثلة من كل أنواع هذه المجموعات. مثال على ذلك، يجب ضم أشكال مقصوفة لأنواع مختلفة من المثلثات متساوية الأضلاع، متساوية الساقين ومختلفة الأضلاع. كذلك من المهم في هذه المهمة ضم أمثلة لمضلعات "مألوفة" مثل الموجودة في كتب التدريس ومضلعات "غير مألوفة" مثل مثلث "نحيف" (أنظر شكل 1). كلما تنوعت تجميعة الأشكال المقصوفة إمكانية دراسة تفكير الأولاد تكون أفضل.

من أجل مساعدة المعلم على تقييم تلاميذه يفضل الطلب من التلاميذ توثيق تفسيراتهم للتصنيفات التي أجروها بالكتابة وبالرسم وكذلك تسمية مجموعات الأشكال بحسب نوع تصنيفها.



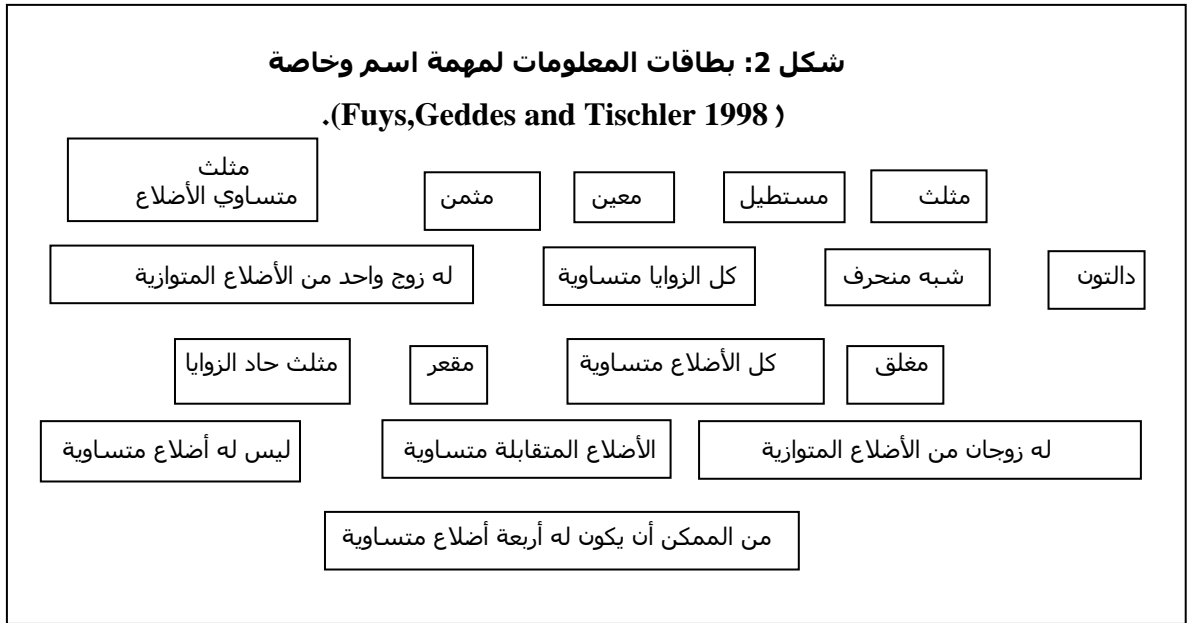
### مثال من تفكير الأولاد:

عندما صنف التلاميذ أشكالاً كالتي في شكل 1 استعملوا تفسيرات مختلفة. كثير من التلاميذ استعملوا عدد الأضلاع كباب للتصنيف وهذا الشيء يشير إلى تفكير مبني على الخواص. يجذب إعطاء هؤلاء التلاميذ مهام التعريفات وبطاقات المفاهيم (ستعرض لاحقاً في المقال) أيضاً، فهذه المهام تشجع التلاميذ على البدء بإصاغة تعاريف وخواص لقسم من المضلعات. يجب الطلب من التلاميذ أن يصنفوا مضلعاتهم الى مجموعات جزئية. مثلاً، يمكن الطلب من التلاميذ تصنيف مجموعة الأشكال الرباعية التي بنوها، وذلك من أجل اكتشاف بعض العلاقات بين الأشكال. فعالية أخرى تتضمن بطاقات الاسم والخاصة (Fuys, Geddes, and Tischler 1998). في هذه الفعالية على التلاميذ أن يلائموا بين بطاقات الاسماء والخواص وبين المضلعات التي صنّفوها سابقاً (شكل 2). من الممكن ان يكون هناك تلاميذ صنّفوا مضلعاً معيناً في عدة مجموعات جزئية، لذلك من المهم أن تتوفر عدة نسخ لكل بطاقة اسم وخاصة. على سبيل المثال، بطاقة "كل الزوايا متساوية" تناسب ثلاث مجموعات مختلفة: مربعات، مستطيلات ومثلثات متساوية الأضلاع.

### مهمة تعريف المضلعات

وصف الفعالية: تساعد هذه الفعالية في تمييز استيعاب أو محدودية الاستيعاب عند التلاميذ بالنسبة للمضلعات. يطلب من التلاميذ تعريف مضلع معطى وتعليل هذا التعريف (Burger and Shaughnessy 1986). في البداية، يطلب من كل تلميذ أن يكتب تعريف شكل

هندسي معطى، ثم تجري المعلمة نقاشاً على هذا التعريف. من أجل توضيح تفكيرهم، ترسم المعلمة شكلاً مناسباً للتعريف الذي أعطاه التلميذ، إذا لم تعط الرسم النتيجة المطلوبة، عندها يستطيع التلاميذ تغيير التعريف غير المناسب أو غير الكامل. هذه الفعالية مناسبة للتلاميذ المبتدئين في التفكير في خواص الشكل. فهي تطلب من التلاميذ التركيز في أجزاء الشكل وخواصه في حين التوصل الى الاجماع على أقل معلومات مطلوبة لتعريف شكل هندسي معطى. عندها بإمكان التلاميذ إكمال مهمة بطاقات الاسم والخاصة التي قد وصفت سابقاً (شكل 2).



**مثال من تفكير التلاميذ:** عندما طلب من تلاميذ الصف الخامس أن يعرفوا المستطيل، كانت إجابة أحد التلاميذ "له أربعة أضلاع. إنه مضلع وكل أضلاعه الأربعة هي زوايا قائمة وله زوجين من الخطوط المتوازية، والفرق الوحيد هو أن خطين أقصر من الخطين الآخرين". هذا التعريف يصف المستطيل المألوف، لأنه يحوي صفات ليس من الضروري وجودها في كل مستطيل. بناءً على هذه المعلومات، بإمكان معلمتهم الاستمرار بمواجهة المفهوم الخاطيء، يمكن فعل ذلك بواسطة بناء بطاقة مفهوم تحوي تجميعاً واسعاً ومتنوعاً من المستطيلات، حتى تساعد التلاميذ على اكتشاف المستطيلات المتنوعة.

### مهمة بطاقة المفهوم

وصف المهمة: يفحص التلاميذ بطاقة عليها أمثلة و"ليست أمثلة" لشكل هندسي معين أعطي له اسم خيالي، مثل "سنفور" (Geddes and Fortunato 1993). ثم يطلب من التلاميذ

تميز "السنافر" من مجموعة أشكال مختلفة وإعطاء تعريفاً للسنافر. مثال لبطاقة مفهوم مع أجوبة لأحد التلاميذ موجودة في الشكل 3.

تعتبر هذه الفعالية "طريقة ناجعة ليتعرف التلاميذ على مفهوم معين وجعلهم يدركون مميزاته الخاصة" (Geddes and Fortunato 1993, 204). تتطلب هذه المهمة من التلاميذ التقدم الى ما بعد الاعتماد على مهارات اكتسبوها عن طريق حفظ وتلقين الأشكال الهندسية المألوفة. يستطيع المعلمون بناء بطاقات مفاهيم مختلفة لأنواع مختلفة من مجموعات المضلعات والمجموعات الجزئية لها، وذلك عن طريق إعطاء اسم خيالي مختلف لكل نوع مضلع.

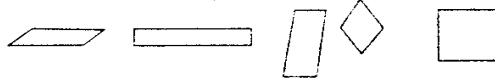
يمكن بناء بطاقة مفهوم عن طريق اختيار نوع المضلع أولاً وإعطاؤه اسماً جديداً خيالياً. ثم رسم أمثلة لنفس المضلع ولمضلعات تنتمي لنفس المجموعة، وبعدها ترسم أمثلة لـ "ليست أمثلة" من مجموعة أخرى من المضلعات وذلك للتمييز بين أنواع أخرى من المضلعات وبين نوع المضلعات التي تظهر في بطاقة المفهوم. على سبيل المثال، إذا أردنا بناء بطاقة مفهوم للمستطيل، على الأمثلة أن تضم مستطيلات ومربعات، بينما الـ "ليست أمثلة" عليها أن تضم متوازيات أضلاع، معينات، دالتونات وأشباه منحرفة، بالإضافة الى الأشكال الرباعية التي لا تنتمي لكل هذه المجموعات من المضلعات، مثل شكل رباعي مقعر. أمثلة أخرى لبطاقات المفهوم موجودة عند Geddes and Fortunato (1993, 208).

كفعالية متممة، يمكن الطلب من التلاميذ بناء بطاقات مفهوم من عندهم لأنواع مختلفة من المضلعات. فعالية كهذه تساعد المعلم أن يعرف الى أي مدى تلاميذه فهموا نوع معين من المضلعات وعلاقته مع مضلعات أخرى.

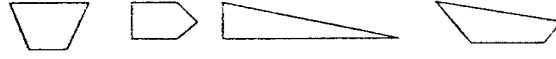
### شكل 3

#### Items examined as part of the Concept Card task

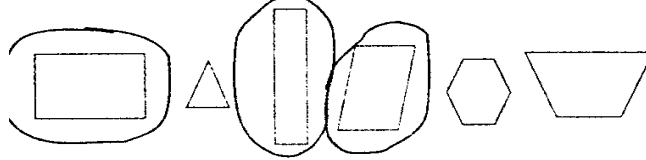
These are quirps:



These are not quirps:



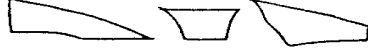
Which of these are quirps?



Draw some quirps.



Draw some nonquirps.



What is a quirp?

**a shape with 4 sides**

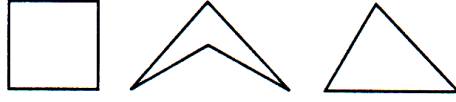
**أمثلة من تفكير الأولاد:** إن التلميذ الذي أجاب على بطاقة المفهوم المبينة شكل 3 استطاع بنجاح تمييز ورسم السنافر، أو متوازيات أضلاع. لكنه استصعب كتابة التعريف الكامل للشكل. بما أن صعوبته تمحورت في كتابة التعريف، بإمكان معلمته أن تعطيه مهمة تعريف المضلعات التي ذكرت سابقاً، كمهمة متممة. هذه الفعالية المتممة يمكنها أن تساعد التلميذ في التركيز أكثر في الخواص والمميزات الجوهرية لمتوازيات الأضلاع.



## أفكار لأبحاث فعل في صفك

### Action Research Ideas

للتفكير والأخذ بالاعتبار الأفكار التي عرضت أعلاه، أطلبوا من التلاميذ أن يقارنوا بين المضلعات الثلاثة التالية:



إن المعلومات التي تجمّع من هذه الثلاثية يمكن أن تساعد في القرار إذا كان التلاميذ قد استعملوا معيار التشبيه عند تفكيرهم بالمضلعات. بناءً على نتيجة تفكير التلاميذ في هذه المهمة، يختار المعلمون مهام أخرى من التي ذكرت في المقال. نحن نقترح عدة إمكانيات لإجراء بحث في صفك:

- بعد أن ينهي التلاميذ مهمة واحدة أو أكثر، يمكن للمعلمين أن يفكروا وأن يصفوا تأثير الخلفية، الشخصية، مجال اهتمامات التلاميذ على تفسيراتهم للمهام المختلفة. إن فحص العلاقة بين نتائج مهام التقييم وبين الصفات الشخصية للتلاميذ يمكن أن تساعد المعلمين في اختيار فعاليات معالجة أو فعاليات موسّعة لهؤلاء التلاميذ.
- يستطيع المعلمون فحص العلاقة بين نتائج المهام التي ذكرت وبين أداء التلميذ بمهام تقييم أخرى في الرياضيات. مثلاً، يمكن مقارنة وصف أداء التلاميذ بالبناء الهندسي على لوحة المسامير مع نتائج تعريف المضلعات من أجل تقييم الفروقات بين القدرات البصرية والقدرات العملية المحسوسة.
- يستطيع المعلمون تطوير نسخة مصغرة لدراسة حدث (Case study) لتلميذ الذي تشير مهام تقييمه إلى أنه فوق أو تحت "العادي". بإمكانهم توثيق التغييرات التي حدثت عند التلميذ بعد أن أكمل وحدة تعليمية قد أعدت من أجله.

## المصادر

- Burger, William F., and J. Michael Shaughnessy. "Characterizing the Van Hiele Levels of Development In Geometry". *Journal for Research in Mathematics Education* 17 (January 1986): 31-48.
- Crowley, Mary L. "Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought". In *Learning and Teaching Geometry, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, edited by Mary Montgomery Lindquist and Albert P. Shulte, 1-16. Reston, Va.:NCTM, 1987.
- Fuys, David, Dorothy Geddes, and Rosamond Tischler. "Van Hiele model of Thinking in Geometry among Adolescents". *Journal for Research in Mathematics Education*, Monograph Series No. 3. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- Geddes, Dorothy, and Irene Fortunato. "Geometry: Research, and Classroom Activities." In *Research Ideas for the Classroom: Middle Grade Mathematics*, edited by Douglas T. Owens, 199-222. New York: Macmillan Publishing Co., 1993.
- Lehrer, Richard, Elizabeth Fennema, Thomas Carpenter, and Ellen Ansell. "Review of NCRSME Research." In *NCRSME Research Review: The Teaching and Learning of Mathematics*, 10-13, Madison, Wis.: National Center for Research in Mathematical Sciences Education Research, Wisconsin Center for Education Research, 1994.
- Lehrer, Richard, H. Osana, Cathy Jacobson, and Mazie Jenkins, "Children's Conceptions of Geometry in the Primary Grades." Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Atlanta, Georgia, 1993.