ماذا يفهم الأطفال عن المعدّل؟

What Do Children Understand about Average?

المؤلفان: Susan Jo Russell and Jan Mokros

نُشر في: Teaching Children Mathematics, Vol 2 , No. 6, February 1996, pp. 360-364
ترجمة: كميل ظاهر

إن المفهوم الإحصائي الذي نصادفه مرارًا هو المعدّل (Average). ويتعلم أولاد الصف الرابع فما فوق بسهولة تطبيق العملية الحسابية للحصول على المتوسط الحسابي (Mean). ولكن، ماذا يفهم هؤلاء الأطفال عن المتوسط الحسابي كفكرة إحصائية؟

لا تُتاح الفرص للعديد من التلاميذ التعلم عن الأصناف المتعددة من المعدلات كمفاهيم رياضية. وهم يرون المعدل كعدد يتم الحصول عليه بواسطة إجراء معين بدلاً من رؤيته كعدد يمثل مجموعة من المعطيات ويلخصها. قد يتعلم التلاميذ إيجاد الوتيرة (Mode) أو المتوسط (Median) أو المتوسط الحسابي (Mean)- وهم جميعًا، من ناحية تقنية، معدلات على الرغم من أن المعدل، عادة، يشير إلى المتوسط الحسابي – ولكنهم لا يعرفون، بالضرورة، علاقة هذه المفاهيم الإحصائية بالمعطيات التي يتم تمثيلها.

المعدل كفكرة إحصائية

من أجل البحث في فهم التلاميذ لفكرة المعدل، نستخدم ما نسميه مسائل "البناء". وبدلاً من أن نطلب من التلاميذ أن يجدوا المعدل لمجموعة محددة من الأعداد، نعطيهم معدلاً ثم نسألهم عن مجموعة المعطيات التي يمكن لهذا المعدل أن يمثلها. ويشبه هذا النوع من المسائل أوضاعًا نواجهها في الحياة العادية: فنحن نقرأ عن المتوسط أو عن المتوسط الحسابي في الصحف أو نواجهه في عملنا ونحتاج أن نفسر ما قد يمثله ذلك العدد. ويستطيع القارئون المتضلعون في الإحصاء التفكير بما يمكنها أن تخبرنا أو لا تخبرنا، عبارة مثل عبارة "الثمن المتوسط للبيت هو 150.000 دولار" أو "معدل كبر العائلة هو 3.2" بالنسبة لتوزع المعطيات.

لا يستطيع معظم التلاميذ تخيل أي نوع من المعطيات يمكن أن يمثل المعدل.فقد قال أحد التلاميذ، الذي كانت له تجربة غنية في حساب المتوسط الحسابي "أعرف كيفية الوصول إلى المعدل، لكنني لا أعرف كيفية الحصول على الأعداد للوصول إلى المعدل، من معدل ما".

من شأن الطلب من التلاميذ أن يتخيلوا ماذا يمكن أن تكون المعطيات لمعدل ما أن يوفر تبصرات مثيرة للاهتمام تتعلق بتفكير التلاميذ حول العلاقة بين المعطيات ومعدل هذه المعطيات. ولا يجد التلاميذ استخدام العمليات الحسابية المستظهرة في بناء المعطيات أمرًا سهلاً. فعليهم التفكير في كيفية تمثيل المعدل للمعطيات. قد تريد أن تجرب المسألة التالية، التي نعطيها للتلاميذ، قبل القراءة عن كيفية حل التلاميذ لها.

لقد أجرينا مسحًا لأسعار تسعة أصناف مختلفة من أكياس رقاقات البطاطا. وكان معدل الثمن أو الثمن العادي أو الثمن النموذجي، لأكياس ذات نفس الحجم، هو1.38 دولار. ما هي الأسعار الممكنة لهذه الأصناف التسعة؟

إننا نستخدم لغة "النموذجي أو العادي أو المعدل" كي نبقي النقاش مفتوحًا أمام كل الطرق التي يمكن للتلاميذ أن يفكروا بها في المعدل. وبما أنه يتم طرح هذه المسائل ضمن إطار المقابلة، فيمكننا التفاعل وطرح الأسئلة وفحص تفكير التلاميذ.

المعدل كوتيرة

في المقابلات التي أجريت مع تلاميذ الصف الرابع، ربط العديد من التلاميذ، بشكل متتال، القيمة " النموذجية أو العادية أو المعدل" مع الوتيرة. وقد حصلوا، في بناء المسائل، على مجموعة المعطيات عن طريق جعل جميع القيم أو معظمها مساوية لقيم المعدل. ومن الممكن أن يكونوا قد قاموا ببعض التعديلات على المعطيات عندما دُفعوا إلى بذلك، ولكن على الرغم من الحث على العمل بتوجهات مختلفة احتفظ التلاميذ بالتفكير القائل أن المعدل هي القيمة الأكثر تكرارًا من بين المعطيات الأخرى. وفسر أحد التلاميذ تفكيره بقوله " حسنًا، أولاً، رقاقات البطاطا ليست نفس الشيء، كما قلت لي، ولكن الصنف الأرخص ثمنًا الذي رأيته بنفسي هو 1.30 دولار، وبما أن السعر النموذجي هو 1.38 دولار، أعطيت معظم الأصناف الثمن 1.38 دولار، كي تبدو نموذجية، ثم رفعت الثمن بالنسبة لصنفين، كي يبدو الأمر واقعيًا."

المعدل كالمتوسط

استندت مجموعة أخرى من التلاميذ، بشكل أكبر، إلى المنطق في بناء المعطيات من المعدل. وقد اعتمدوا في ذلك على ما كان واقعيًا في حياتهم، لكنهم كانوا مهتمين بالمنطق الرياضي أيضًا. وعادة ما أعتبر هؤلاء التلاميذ المعدل على أنه القيمة الوسطى، وقاموا ببناء مجموعات المعطيات بشكل تقابل فيه القيم العالية القيم المنخفضة. ولم يجدوا، بالضرورة، قيمة وسطى محددة، بل وضعوا قيمة المعدل في وسط معطياتهم تقريبًا.

واستخدم بعض التلاميذ فهمًا أعمق "للوسط". وعادة ما طور هؤلاء التلاميذ توزيعًا متناظرًا، بشكل متكامل، حول قيمة المعدل. ففي مسألة رقاقات البطاطا، مثلاً، قاموا بتحديد ثمن أحد الأصناف على أنه 1.38 دولار، ثم 1.37 دولار للصنف الثاني، وآخر ثمنه 1.39 دولار، وبعدها صنف بـ 1.36 دولار ثم آخر بـ 1.40 دولار، وربما بعد ذلك صنف ثمنه 1.30 دولار وآخر 1.46 دولار. وهكذا دواليك. وإذا قمنا بنقل إحدى نقاط المعطيات في التوزيع الذي وضعه هؤلاء التلاميذ إلى قيمة أخرى، يمكنهم تعديل مجموعة معطياتهم بسهولة من أجل المحافظة على المعدل ذاته. ولكنهم يرتبكون في حال قمنا بإدخال تقييد على المسألة يمنعهم من بناء توزيع متناظر بشكل متكامل. وعندما طلبنا من التلاميذ وضع أسعار في مسألة رقاقات البطاطا دون استخدام القيمة 1.38 دولار، قال معظم الطلاب أنه من غير الممكن حل هذه المهمة. وقام آخرون بإجراء بعض التعديلات الطفيفة على التوزيع المتناظر، مثل تغيير 1.38 دولار إلى 1.37 دولار، وأضافوا أن هذا التغيير هو أفضل ما يمكنهم القيام به.

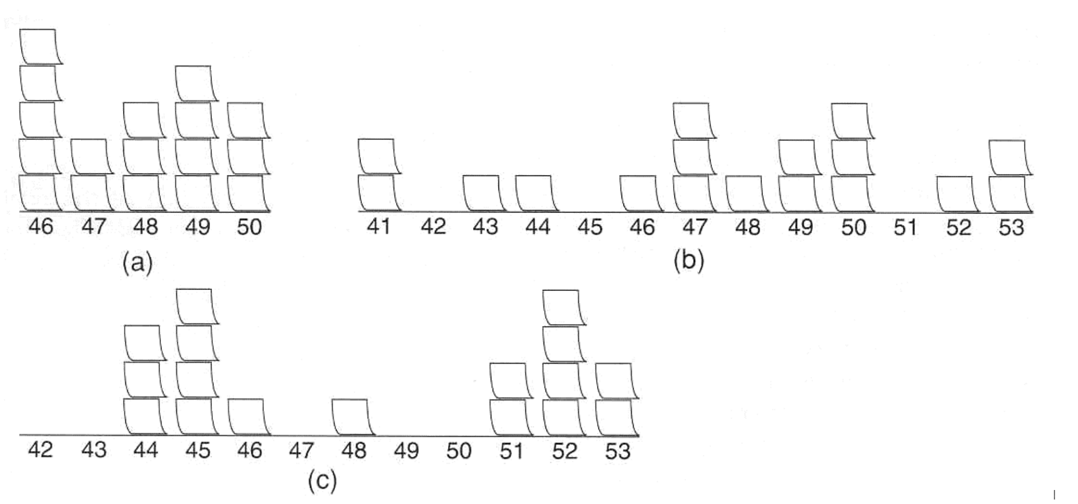
من أجل مساعدة التلاميذ على تعلم المزيد عن المعدل، من المنطق البناء على فهمهم المتنامي. عادة ما يبتكر التلاميذ فكرة النظر إلى وسط المعطيات كطريقة لمقارنة مجموعات المعطيات. ويرتبط المتوسط – قيمة الوحدة المركزية للمعطيات – بوضوح بهذا الفهم غير الرسمي، وقد أصبح، بشكل متزايد، المقياس الإحصائي المفضل في سياقات تحليل المعطيات الحقيقة، لأن القيم العالية والمنخفضة من المعطيات لا تؤثر عليه، عادة، بشكل كبير. وعلى الرغم من أن تطوير فهم حول

كيفية تمثيل المتوسط للمعطيات هو أمر لا يخلو من التعقيد أنظر(Russel and Corwin[1989, 54]) فان المكان مناسبًا ليبدأ منه تلاميذ الصفوف العالية من المدارس الابتدائية في التعلم عن المعدل.

يمكننا عمليًا، في الوقت الذي نجد فيه المتوسط، أن نشير إلى قيمة في مجموعة القيم – القيمة الوسطى أو نقطة الوسط بين قيمتين متوسطتين. إن إيجاد القيمة الوسطى هو أمر سهل إذا كانت جميع المعطيات مرتبة بشكل منتظم. لإيجاد متوسط طول التلاميذ في صف ما، مثلاً، يمكن أن يصطف التلاميذ وفقًا لأطوالهم. وتكون قيمة المتوسط طول التلميذ المتوسط أو نقطة الوسط بين طولي التلميذين الوسطين. ويكون نصف المعطيات دون المتوسط ونصفها الآخر فوقه.

ويبدأ التلاميذ، بالاستناد إلى خبرتهم، تخيل مجموعات المعطيات التي قد تمثلها قيمة المتوسط، مثلاً، لـ 48 بوصة. **الصورة 1** تعرض ثلاث مجموعات معطيات: (أ) مجموعة متناظرة حول 48 لكنها ذات مدى قصير؛ (ب) مجموعة متناظرة أيضًا لكنها ذات مدى أكبر؛ و (ج) مجموعة ثنائية القمة، مع القليل من المعطيات حول المتوسط ذاته.

الصورة 1: ثلاث مجموعات معطيات، ذات متوسط 48



المعدل كإجراء

توقف تلاميذ الصف الرابع عن التقدم وشعروا بالإحباط، بشكل عام، عندما حاولوا استخدام العمليات الحسابية للمتوسط الحسابي من أجل حل مسألة رقاقات البطاطا. وقام أحد التلاميذ بتقسيم 1.38 دولار على 9 وحدد ثمن أصناف رقائق البطاطا بـ 0.15 دولار، وأضاف "نعم، هذا قريب بما فيه الكفاية." واختارت تلميذة أخرى لأسعارها أزواجًا من الأعداد مجموع كل زوج منها 2.38 دولار، مثل 1.08 دولار و 1.30 دولار. وقام تلاميذ آخرون بإجراء عمليات حسابية خالية من المعنى، مثل اختيار ثمن معين ثم الحصول على الثمن التالي عن طريق طرح 0.38 دولار.

ووجدنا، من خلال العديد من اللقاءات، أن معظم معرفة التلاميذ بإجراءات الوصول إلى المتوسط الحسابي لا علاقة له في فهم ما يمثله المتوسط الحسابي. ولكن، وجدنا، أيضًا، أن تلاميذ الصف الرابع حتى الصف السادس يطورون فهمًا هامًا حول طبيعة المعدل، بما في ذلك:

- يمكن لقيمة معينة في وسط المعطيات أن تمثل مجموعة معطيات.
- المعدل موجود في المعطيات بوضع تقابل فيه قيم أكبر من المعدل قيمًا أصغر منه.
- يعرض معدل مجموعة من المعطيات فهمًا منطقيًا لقيم المعطيات.
- يجب على شكل المعطيات التي يمثلها معدل ما أن تعكس، بشكل منطقي، ما نعرفه عن سياق استنتاج هذه القيم، مثلاً، أطوال الأشخاص أو كبر العائلة.

التعلم عن المتوسط الحسابي

يحتاج التلاميذ إلى الكثير من التجربة مع مجموعات المعطيات والمتوسط الحسابي قبل أن يفهموا كيف يمثل المتوسط الحسابي المعطيات. المتوسط الحسابي، خلافًا للمتوسط، هو تجريد رياضي. ويمكننا أن "نرى" أين يقع المتوسط بين المعطيات، بينما لا يوجد للمتوسط الحسابي تعريف واضح داخل المعطيات ذاتها؛ يمكن ألا تظهر قيمته في مجموعة المعطيات بتاتًا. قد يكون معدل كبر العائلة عدداً مثل 3.6، وهو عدد لا يمكنه أن يشكل كبر عائلة ما. إن المتوسط الحسابي هو بناء يمثل علاقة معينة في المعطيات – نوع من التجريد الذي قد يكون جديدًا بالنسبة إلى العديد من تلامذة الصفوف الابتدائية العليا والإعدادية.

حاول معلمو الرياضيات، خلال السنوات الماضية، تطوير نموذجًا يدعم التلاميذ عند بنائهم فهمًا للمتوسط الحسابي. وقد افترضنا، في المراحل الأولى من عملنا مع طلاب الصف السادس، أن الطلاب سيتعلمون، بشكل فعال جدًا، هذه العلاقة عن طريق توفير الفرصة لهم لتحويل مجموعة معطيات إلى "حصص متساوية." إذا كان لكل تلميذ عدد معين من الحيوانات، فإن طريقة إيجاد المعدل هي تجميع جمع الحيوانات ثم توزيعها بشكل متساوٍ بين التلاميذ أصحاب هذه الحيوانات. ويعكس هذا النموذج، على نحو دقيق، ماذا يحدث عند استخدام عملية حساب المعدل؛ يتم جمع المعطيات ثم تقسيمها بشكل متساوٍ، كأن لكل وحدة من المعطيات القيمة ذاتها. هذه القيمة هي المتوسط الحسابي.

لقد اكتشفنا أنه على الرغم من كون هذا النموذج فعالاً في تعليم الأطفال عن القسمة، فإنه، ببساطة، لا يساعدهم على التفكير في العلاقة الإحصائية بين المعطيات والمتوسط الحسابي. إن المشكلة في هذا النموذج هي قضية إعادة توزيع الكميات بشكل يصبح لكل نقطة من المعطيات نفس القيمة، وهكذا تكون العلاقة بين المعطيات الحقيقية والمتوسط الحسابي مبهمة كليًا.

مثلاً، فكّر في مسألة يأخذ فيها ثمانية أولاد من المكتبة العدد التالي من الكتب: 5، 4، 3، 2، 1، 4، 5، 2. ما هو المتوسط الحسابي للكتب التي أخذها كل ولد من المكتبة؟ وفقًا لطريقة "الحصص المتساوية" يتم جمع الكتب الـ 24 ثم إعادة توزيعها على ثماني مجموعات (أو تقسيمها على 8) ليكون في كل مجموعة ثلاثة كتب. نتيجة لذلك تكون لدينا صورة لثمانية أطفال لدى كل واحد منهم ثلاثة كتب. المتوسط الحسابي هو 3. ولكن، ما هي علاقة العدد "3" بمجموعة المعطيات الأصلية؟ لقد أضعنا مجموعة المعطيات الأصلية خلال مجرى إعادة توزيع المعطيات. وليس من الغريب، إذًا، ألا يستطيع

الأطفال رؤية العلاقة بين المعطيات وبين المتوسط الحسابي عند استخدام هذا النموذج، إذ ليس لديهم الفرصة لرؤية المعطيات والمتوسط الحسابي معًا! وتضيع المعطيات الفردية عندما يتم حساب المجموع. وليس هذا ما يحدث في الحياة الواقعية، حيث من النادر أن تتضمن عملية إيجاد المعدل توزيع الحصص المتساوية. وتبقى المعلومات على هيئتها الأصلية في الحياة وفي حالات الإحصاء الحقيقة. وقد وجدنا أن تعلم نموذج الحصص المتساوية لإيجاد المتوسط الحسابي لم يؤد إلى فهم أفضل للعلاقة بين المتوسط الحسابي وبين المعطيات. وبقي الطلاب، في مثل هذه الحالة، غير قادرين على حل مسائل البناء، مثل مسألة رقاقات البطاطا التي ذُكرت سابقًا، التي طُلب منهم فيها إيجاد توزيع معلومات (A data distribution) ذي قيمة متوسط حسابي محدد.

ثمة نموذج آخر يؤكد على كون المتوسط الحسابي قيمة "تتزن" حولها المعطيات. وبدلاً من أن يكون عدد المعطيات من كل جانب متساوٍ، كما هو الحال لدى المتوسط، نريد أن يكون مجموع الفروق عن المتوسط الحسابي من كل جانب متساوٍ. **تبين القائمة 1** نوعين من التوزيعات قيمة المتوسط الحسابي فيهما هي 1.38 دولار. مجموع الفروق عن المتوسط الحسابي في كلا النوعين هو صفر. ووجدنا في بحثنا أن القليل من التلاميذ - لا أحد منهم دون الصف السادس - كانوا يطورون أفكارًا عن المتوسط الحسابي كنقطة اتزان.

القائمة 1: نوعان من التوزيع قيمة المتوسط الحسابي فيهما هي 1.38 دولار

النوع 1

الثمن	**الثمن – 1.38 $**
$ 1.40	+ 0.02
$ 1.39	+ 0.01
$ 1.38	0.00
$ 1.37	- 0.01
$ 1.36	- 0.02

النوع 2

الثمن	**الثمن – 1.38 $**
$ 1.50	+ 0.12
$ 1.49	+ 0.11
$ 1.39	+ 0.01
$ 1.34	– 0.04
$ 1.18	- 0.20

إن نماذج الاتزان ليست جديدة (Pollatsek, Lima, and Well 1981) لكنها قد تنطوي على تعقيدات لأنها تستند إلى فهم العلاقة بين الوزن والمسافة على عاتق الميزان. إن استخدام مجموعة من الأفكار صعبة الفهم – العلاقة المادية بين الوزن والمسافة – قد لا تساعد التلاميذ على فهم مجموعة أخرى من الأفكار الصعبة – العلاقة العددية بين المتوسط الحسابي والمعطيات.

نموذج "التفريغ"

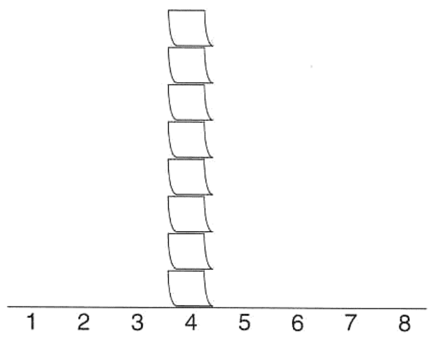
نحن نستعمل، من خلال عملنا مع تلاميذ الصف السادس، نموذجًا جديدًا للتفكير بالمتوسط الحسابي لا يتضمن استخدام الأقسام المتساوية أو الاتزان. نحن نستخدم مهمات "التفريغ". مهمات التفريغ، مثلها مثل مسائل البناء، تبدأ بالمتوسط الحسابي ثم العمل منه تراجعيًا وصولاً إلى المعطيات. مثلاً، إذا كان المتوسط الحسابي لكبر العائلة هو 4، كيف من الممكن أن يكون شكل المعطيات؟ يعمل التلاميذ عن طريق تخطيط محور وأوراق ملاحظات لاصقة، حيث تكون في

البداية جميع أوراق الملاحظات اللاصقة موجودة على القيمة 4 (أنظر **الصورة 2**.) على الرغم من أن توزيع المعطيات الحقيقي قد يبدو مثل هذا العرض، لكن هذا بعيد الاحتمال. ويعلم التلاميذ، من خلال خبرتهم، أن كبر بعض العائلات مساوٍ لكبر المعدل ولكن كبر العديد منها إما أكبر أو أصغر من المعدل. ونطلب من التلاميذ أن يجروا توزيعًا واقعيًا عن طريق سؤالهم "إذا كنا نعلم أن إحدى العائلات تتضمن، حقيقة، ثلاثة أفراد بدلاً من أربعة، ماذا يتوجب علينا أن نفعل كي يبقى المعدل 4؟ وعادة ما يقترح التلاميذ نقل نقطة واحدة من المعطيات، الممثلة بواسطة ورقة ملاحظات لاصقة واحدة من 4 إلى 5 لموازنة الـ 3. ويستمر التدخل التعليمي عن طريق الطلب من التلاميذ نقل المزيد من نقاط المعطيات حتى نصل إلى وضع تبدو فيه المعطيات "شبيهة بوضع الحياة الواقعية" في الوقت الذي يبقى فيه المعدل 4. وعادة ما نستخدم أعداداً صغيرة كي يستطيع التلاميذ إجراء الحسابات ليبقى المعدل 4.

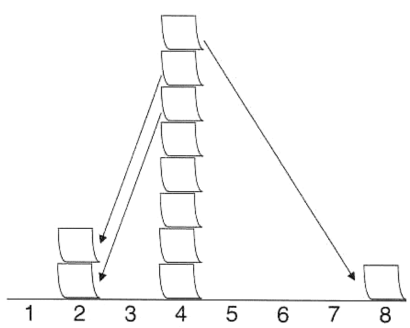
يستخدم التلاميذ، عند حلّهم هذه المسألة، التوزيع المتناظر، إذ يقومون بملاءَمة كل نقطة فوق المعدل بنقطة ذات نفس البعد تحت المعدل. وبعد أن يتمكن التلاميذ من هذا التوجه، نعرض عليهم فكرة التوازن المتناظر عن طريق سؤالهم ماذا من الممكن أن يحدث إذا تضمنت إحدى العائلات 8 أفراد. لا يمكن، في مثل هذه الحالة، موازنته الانتقال من 4 إلى 8 عن طريق تحرك مشابه إلى الجانب الأيسر من المعدل إذ من غير الممكن وجود عائلة عدد أفرادها صفر. غالبًا ما أتى التلاميذ، خلال عملنا في الصفوف، بفكرة نقل ورقتي ملاحظة مختلفتين ليصل مجموعها إلى 4 من أجل موازنة التحرك إلى الأعلى بـ 4 نقاط.

من المهم التقدم بأناة، في الوقت الذي يعمل فيه التلاميذ مع هذه الفكرة المركبة مستخدمين تنوع من سياقات المسائل، وإتاحة المجال لهم لطرح أفكارهم وإستراتيجياتهم في الوقت الذي يطورون فيه أفكارهم حول الاتزان والبعد (أنظر (Friel, Mokros, and Russell [1992]

الصورة 2: مخطط محور فيه جميع أوراق الملاحظة اللاصقة موجودة على القيمة 4



الصورة 3: التوزيع كعملية تكون فيها القيمة 8 متوازنة عن طريق ورقتي ملاحظة ملصقتين على القيمة 2



الاستنتاجات

يجب تثبيت فهم المعدل في العديد من التجارب في تنوع كبير من مجموعات المعطيات. وفي الوقت الذي يصف ويلخص ويقارن فيه التلاميذ مجموعات المعطيات المختلفة، هم يباشرون في التحدث عما هو عادي في مجموعة معطيات معينة. وهم يطورون وصفهم الخاص بميزات عدد يلخص مجموعة المعطيات الكاملة. مثلاً، خلال النقاش الذي دار في الصف

الرابع حول المخططات لمقارنة أطوالهم بأطوال تلامذة الصف الأول في مدرستهم، عرض أحد التلاميذ فكرته قائلاً:
"نستطيع إيجاد العدد الذي يقع في الوسط أو الذي تلتف حوله بقية الأعداد، ثم القيام بنفس الشيء بالنسبة للصف الأول
(Russell and Corwin [1989])

عندما يطور التلاميذ بعض الأفكار حول أهمية وسط مجموعة المعطيات، يمكن عندها القيام بعرض تعريف واستخدام المتوسط الحسابي كمقياس إحصائي. ويوفر المتوسط الحسابي معلومات وافرة عن مجموعة المعطيات عند استخدامه مع مدى المعطيات. ونحن نوصي بأن يبدأ العمل مع المتوسط الحسابي في الصف الرابع تقريبًا والاستمرار به خلال فترة سنوات الصفوف الابتدائية العليا والاعدادية.

على الرغم من كون تعليم عملية إيجاد المتوسط الحسابي أمرًا سهلاً، نحن نوصي بتأجيل هذا الإجراء حتى الصف السادس تقريبًا، وبعد أن يبدأ التلاميذ في تطوير الأفكار الخاصة بهم حول الاتزان. إن التعليم المبكر لطرق حساب المعدل لا تساعد الطلاب في تطوير فهم سليم للعلاقة بين المتوسط الحسابي والمعطيات التي يمثلها، وفي الحقيقة، قد يتدخل في تطوير هذا الفهم (أنظر[1995] Mokros and Russell). أن مفهوم البعد عن المتوسط الحسابي هو أمر جوهري من أجل فهم ماذا يمثل المتوسط الحسابي وعلاقته بالمعطيات.

قد يكون طرح الأسئلة التالية مفيدًا للمعلمين قبل تقديم العمليات الحسابية: ماذا يفعل تلاميذي إذا أعطيتهم معدلاً وطلبت منهم استخراج مجموعة المعطيات التي تعكس ذلك المعدل؟ هل توجد لديهم فكرة حول كون المعدل نوعًا من الوسط؟ هل لديهم الحس بأن المعدل موجود في المعطيات بشكل توازن فيه القيم العالية القيم المنخفضة؟ هل يستطيعون البدء بالتفكير حول أهمية أبعاد القيم عن المعدل؟

إذا لم يقم الطلاب بعد بتطوير هذه الأفكار، التي قد تكون غير مفهومة حتى أواسط صفوف الاعدادية، يكون عندها تعليم العمليات الحسابية عديم الفائدة. ويحتاج التلاميذ الى المزيد من الخبرة في وصف مجموعات المعطيات ومقارنتها.
العمليات الحسابية هي طريق مختصرة مفيدة لكنها لا تمثل تعقيد عمليات الموازنة التي يتضمنها إيجاد المتوسط الحسابي.
إن العلاقة بين المعطيات والمعدل الذي يلخص المعطيات هي أهم بكثير. ويجب أن تكون الأفضلية الأولى في تعليم الإحصاء التمحور في هذه العلاقة.

أفكار لأبحاث عمل

الفكرة 1 لأبحاث عمل

1. جد أي من التلاميذ يفكر بـ "نموذجي أو عادي أو معدل" كوتيرة، وأي منهم كمتوسط وأي كمتوسط حسابي، عن طريق عرض أرقامهم وأسباب اختيارهم لها.
2. حدد أي من التلاميذ قادر على تفسير خياره. هل يبدّل أي من التلاميذ خياره نتيجة لهذه التفسيرات؟
3. قد يجيد بعض التلاميذ العمليات الحسابية للوصول إلى المتوسط الحسابي. حدد ما إذا كان أي منهم قادرًا على تفسير لماذا يعتقد أن إجراءه هو طريقة جيدة للوصول إلى قيمة "نموذجية أو عادية أو معدل".
4. يدعي المؤلفان أن العديد من تلامذة الصف الرابع استعمل، بشكل دائم، الوتيرة كقيمة "نموذجية أو عادية أو المعدل". هل هذه النتيجة صحيحة، أيضًا، في صفك؟

الفكرة 2 لأبحاث عمل

أبلغوا تلاميذكم أن كبر العائلة النموذجي أو العادي أو المعدل لثماني عائلات هو 4. اسألهم كيف يمكن أن يكون شكل المعطيات.

1. إذا كان لدى التلاميذ مشكلة في البدء، يمكنك أن تعرض عليهم التوزيع في **الصورة 2** واسألهم ما إذا كان ذلك ملائمًا، ثم اسألهم ما هي مجموعات المعطيات الأخرى التي قد تكون ملائمة.
2. قم بطرح السؤال التالي: "إذا علمنا أن عائلة ما تتضمن 3 أفراد بدلاً من 4، ماذا يمكننا أن نفعل كي يبقى المعدل 4؟" يشير المؤلفان إلى أن التلاميذ عادة ما يقترحون نقل نقطة معطيات واحدة، ورقة ملاحظة لاصقة واحدة على المخطط، من 4 إلى 5 لموازنة الـ 3. هل تم عرض مثل هذا الاقتراح في صفك؟ قم بتحديد ما إذا كان التلاميذ يريدون نقل المزيد من نقاط المعلومات كي تبدو المعطيات أكثر واقعية. بعد نقل كل نقطة، اطرح السؤال "هل ما زال المعدل 4؟"
3. قم بتقديم الاتزان المتناظر عن طريق السؤال ماذا من الممكن أن يحدث إذا تضمنت إحدى العائلات 8 أفراد. ويشير المؤلفان إلى أن التلاميذ يأتون، دائمًا، بفكرة نقل نقطتي معطيات من 4 إلى 2. هل تم طرح مثل هذا الاقتراح في صفك؟ هل يمكن عمل ذلك بطريقة أخرى؟
4. هل توجد لدى التلاميذ فكرة ما عن المعدل كنوع من الوسط؟ أي من التلاميذ؟
5. هل يوجد لدى التلاميذ حس بأن المعدل موجود في المعطيات بشكل توازن فيه القيم العالية القيم المنخفضة؟ أي من التلاميذ؟
6. هل يستطيع التلاميذ البدء في التفكير حول معنى أبعاد القيم عن المعدل؟ أي من التلاميذ؟

استمروا في عرض هذا النوع من مهمات "التفريغ" خلال السنة الدراسية. لاحظوا كيف يتطور فهم كل تلميذ للمفاهيم الأساسية مع الوقت.

المراجع

Friel, S.N., J.R. Mokros, and S.J. Russell. *Used Numbers: Middles, Means, and In-Betweens.* Palo Alto, Calif. : Dale Seymour Publications, 1992.

Mokros, J.R., and S.J.Russell. "Children's Concepts of Average and Representativeness." *Journal for Research in Mathematics Education* 26 (January 1995): 20-39.

Pollatsek, A., S.D. Lima, and A.D. Well. "Concept of Computation: Students' Understanding of the Mean." *Educational Studies in Mathematics* 12 (1981): 191-204.

Russell, S.J., and R.B. Corwin. *Used Numbers: The Shape of the Data*. Palo Alto, Calif. : Dale Seymour Publications, 1989.