

בחירה ויצירה של משימות מתמטיות: ממחקר למעשה

Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice

מאת : Margaret Schwan Smith and Mary Kay Stein

הופיע ב :

. Mathematics Teaching In the Middle School, Vol. 3, No. 5 , February 1998, pp. 344-350.

תרגום : ברכה סגליס

אילו מאפיינים של כיתת המתמטיקה באמת משפיעים על האופן שבו תלמידים רואים את המתמטיקה ועל מה שהם בסופו של דבר לומדים? האם זוהי למידה בקבוצות קטנות? האם זה שימוש בעצמים מוחשיים? האם זה אופיין של המשימות המתמטיות הניתנות לתלמידים?

מחקר שנערך במסגרת הפרוייקט QUASAR - מחקר חמש שנתי בחינוך מתמטי בכיתות הביניים (ה' - ח') של בתי ספר עירוניים (Silver and Stein 1996), מציע כמה תובנות בנוגע לשאלות אלו. במהלך השנים 1990 - 1995 נאספו ממצאים אודות אספקטים רבים של הרפורמה בהוראה, כולל השימוש בקבוצות קטנות; הכלים שעמדו לרשות התלמיד, למשל, עצמים מוחשיים ומחשבוניים; ואופי המשימות המתמטיות. ממצא מרכזי של מחקר זה, נכון לעכשיו, כפי שתואר במאמר מאת Stein and Smith בגליון ינואר 1998 של כתב העת Mathematics Teaching In the Middle School, הוא שהשיפורים בלמידה הגבוהים ביותר בהערכת ביצוע מתמטי התייחסו למידה שבה משימות תוכננו ויושמו כך שהעסיקו את התלמידים ברמות גבוהות של חשיבה קוגניטיבית והנמקה (Stein and Lane 1996). ממצא זה תומך בעמדה, שאופיין של המשימות אליהן נחשפים התלמידים קובע מה הם לומדים (NCTM 1991), ומוביל גם לשאלות רבות בהן מורים בכיתות הביניים צריכים להתחשב.

התוצאות של Stein and Lane (1996) מדגישות במיוחד את החשיבות של התחלת ההוראה עם משימות ברמה גבוהה של מורכבות קוגניטיבית, אם המטרה הסופית היא שהתלמידים יפתחו את היכולת לחשוב, לנמק ולפתור בעיות. כפי שצוין בדיון הקודם שלנו על Ron Castleman (Stein and Smith 1998), בחירה והצגה טובה של משימה ברמה גבוהה אינה מבטיחה שהתלמידים יפעלו ברמה גבוהה. עם זאת, נראה שהתחלה עם משימה טובה היא תנאי הכרחי, מאחר שמשימות מרמה נמוכה כמעט אף פעם אינן מביאות לפעילות ברמה גבוהה. במאמר זה, אנו מתמקדות על בחירה ויצירה של משימות מתמטיות, בהסתמך על המחקר של QUASAR בנוגע למשימות מתמטיות ועל ההתנסויות שלנו עם מורים ומורי מורים.

זיהוי משימה טובה כשרואים אותה

רפלקציה

האם תוכלו לחשוב על משימה שנתתם לתלמידיכם אשר היתה קשה יותר או קלה יותר עבורם ממה שציפיתם? אילו גורמים לדעתכם, תרמו לרמת הקושי של המשימה עבור תלמידיכם?

בבואנו לסווג משימה מתמטית כ"טובה", כלומר, כבעלת פוטנציאל להפעיל את התלמידים ברמת חשיבה גבוהה, אנו חושבים בראש ובראשונה על התלמידים – גיל, כיתה, ידע מוקדם והתנסויות קודמות – ועל הנורמות והציפיות של העבודה בכיתה. חישוב, לדוגמה, על משימה שבה תלמידים מתבקשים לחבר שני מספרים דו-ספרתיים ולהסביר את דרך הפתרון. לתלמיד בכיתה ה' או ו' עם נגישות למחשבון, לאלגוריתם החיבור או לשניהם, ואשר מבין את משמעות ההוראה: "הסבר את דרך הפתרון" כ- "ספר כיצד עשית זאת", המשימה יכולה להיחשב כדבר שבשגרה. אם, לעומת זאת, משימה זו ניתנת לתלמיד בכיתה ב' שרק עכשיו התחיל לעבוד עם מספרים דו-ספרתיים, כאשר עומדים לרשותו בדידי עשרות ויחידות, ואשר ההוראה: "הסבר את דרך הפתרון" פרושה – "אתה צריך להסביר את דרך חשיבתך", המשימה בהחלט יכולה להיות ברמה גבוהה. לכן, כאשר מורה בוחרת משימה לשימוש בכיתה, כל הגורמים הללו צריכים להילקח בחשבון בכדי לקבוע באיזו מידה המשימה עשוייה לאפשר רמה נאותה של אתגר עבור תלמידיה.

צעד נוסף שאנו עושים בעת שאנו מסווגים משימות כטובות הוא להתייחס לארבע הקטגוריות של דרישה קוגניטיבית המתוארות אצל Stein and Smith (1998):

- שינון
- פרוצדורה ללא קשרים למושגים או למשמעות
- פרוצדורה עם קשרים למושגים ולמשמעות
- עשייה מתמטית

תוך שימוש בקטגוריות אלו כתבניות, אנו שואלים את עצמנו איזה סוג של חשיבה תדרוש המשימה מן התלמידים. משימות המבקשות מן התלמידים לפעול על פי פרוצדורה ששינון בדרך שגרתית מובילות לרמה מסוימת של חשיבה; משימות שמבקשות מן התלמידים לחשוב ברמה מושגית מובילות למערך שונה לחלוטין של תהליכי חשיבה.

רפלקציה

קיראו את שמונה המשימות המופיעות באיור 1. כיצד תלמידים יפעלו כדי לפתור אותן? בעזרת ארבע הקטגוריות של דרישה קוגניטיבית, כיצד תסווגו כל אחת מן המשימות עבור תלמידים?

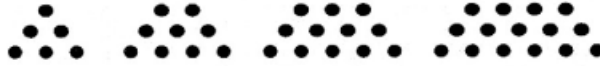
בעבודתנו עם מורים, מצאנו שהם לא תמיד הסכימו זה עם זה – או איתנו – בקשר לאופן שיש לסווג את המשימות. למשל, חלק סווגו את משימה ד' (המופיעה באיור 1) כמשימה ברמה גבוהה משום שנאמר בה שהתלמידים צריכים להסביר את הדרך שבה השתמשו לפתרונה, או משום שזוהי בעיה מילולית. באופן דומה, אחדים חשבו שמשימה ו' (המופיעה באיור 1) היתה ברמה גבוהה משום שיש בה שימוש בעצמים מוחשיים והוצג בה תרשים. אנחנו, לעומת זאת, סווגנו שתי משימות אלו ברמה נמוכה משום שכל אחת מהן דרשה שימוש בפרוצדורה כפי שנאמר במשימה (משימה ו') או כפי שמשתמע מן הבעיה (משימה ד'). בשתי המשימות לא מופיע מצב של אי בהירות בקשר למה שיש לעשות או כיצד יש לעשות זאת, ואין בהן קשרים או משמעות. כך שלמרות שהבעיה עשוייה להראות ברמה גבוהה, על הצופה בה להתרחק ממאפייניה החיצוניים ולחשוב על צורת החשיבה הנדרשת בה.

איור 1: משימות לדוגמא מתוך הפעילות למיון משימות

משימה א'

עזרים: דיסקיות

מורתו של מארק נתנה לו כשעורי בית להתבונן בדגם הבא ולצייר את הצורה הבאה שצריכה להופיע.



מארק אינו יודע כיצד למצוא את הצורה הבאה.

1. צייר את הצורה הבאה עבור מארק.
2. כתוב תיאור עבור מארק האומר לו כיצד ידעת איזו צורה צריכה להופיע. (פרוייקט QUASAR – מכשיר להערכה קוגניטיבית)

משימה ב'

עזרים: אין

חלק א': לאחר שני המשחקים הראשונים בעונה, השחקנית הטובה ביותר בנבחרת הכדורסל של הבנות קלעה 12 מתוך 20 זריקות חופשיות. השחקן הטוב ביותר בנבחרת הכדורסל של הבנים קלע 14 מתוך 25 זריקות חופשיות. לאיזה שחקן אחוז הקליעות הגבוה יותר?

חלק ב': השחקן ה"טוב יותר" נאלץ לשבת על הספסל במשחק השלישי בגלל פציעה. כמה סלים מתוך 10 "ניסיונות" נוספים לזריקה חופשית יצטרך השחקן האחר לקלוע על מנת להוביל באחוז הקליעות החופשיות הגבוה ביותר?

(מעובד מתוך Investigating Mathematics בהוצאת Glencoe Macmillan/ McGraw-Hill, New York, 1994)

משימה ג'

עזרים: מחשבון

בחוג למדע בבית ספרך החליטו להכין פרוייקט מיוחד על צילום בטבע. הם החליטו לצלם קצת יותר מ-300 תמונות במגוון של מצבים בטבע ובכל מיני סוגים של מזג אוויר. הם רוצים לבחור כמה מהתמונות הטובות ביותר ולשלוח אותן לתחרות הארצית של צילומים בטבע. תלמידי החוג חשבו לקנות מצלמה של 35 מ"מ, אבל אחד מחברי החוג הציע שאולי במקום זאת עדיף לקנות מצלמות חד-פעמיות. מצלמה רגילה עם מיקוד וצמצם אור אוטומטיים עולה 40 דולר. מחיר הפילם הוא 3.98 דולר עבור 24 תמונות ו-5.95 דולר עבור 36 תמונות. המצלמות החד-פעמיות ניתנות לרכישה באריזות של שלוש ב-20 דולר, כאשר שתיים מתוכן מצלמות 24 תמונות והשלישית מצלמת 27 תמונות. ניתן גם לרכוש מצלמות חד-פעמיות בודדות במחיר של 8.95 דולר. מנהלי החוג צריכים להחליט איזו אפשרות טובה יותר ולהצדיק את החלטתם בפני היועץ של החוג. האם לדעתך עדיף שירכשו את המצלמה הרגילה או מצלמות חד-פעמיות? כתוב הצדקה המסבירה בברור את הנימוקים שלך.

משימה ד'

עזרים: אין

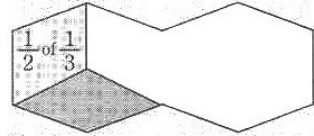
מחירה של אפודה בחנות הכל-בו הוא 45 דולר. בחנות "יום ולילה" יש מבצע והאפודה נמכרת בהנחה של 30% מן המחיר המקורי. מה היה מחירה של האפודה בזמן המבצע? הסבר את הדרך שבה השתמשת על מנת למצוא את מחיר המבצע.

איור 1: המשך משימות לדוגמא מתוך הפעילות למיון משימות

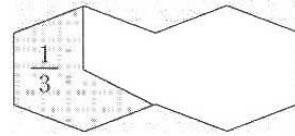
משימה ה'

עזרים: צורות פלא הנדסיות

$1/2$ של $1/3$ פירושו אחד מתוך שני חלקים שווים של שליש אחד.

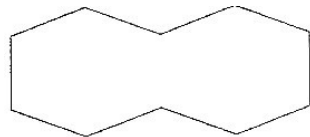


$1/2 \times 1/3 = 1/6$ או $1/3$ של $1/2$



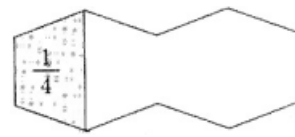
שליש

מיצאו $1/3$ של $1/4$. השתמשו בצורות הפלא. ציירו את תשובתכם.



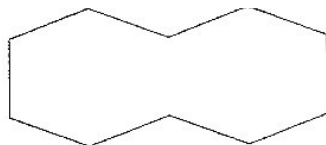
$1/3 \times 1/4 = \underline{\quad}$ או $1/4$ של $1/3$

ז. ציירו או

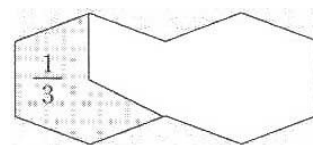


רבע

מיצאו $1/4$



$1/4 \times 1/3 = \underline{\quad}$ או $1/3$ של $1/4$



שליש

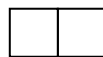
משימה ו'

עזרים: לוחיות ריבועיות

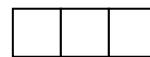
על ידי שימוש בצלע של לוחית ריבועית כיחידת מידה, מצאו את ההיקף של, או המרחק שמסביב לכל רכבת בדגם שלפניך.



רכבת 1



רכבת 2



רכבת 3

איור 1: המשך משימות לדוגמא מתוך הפעילות למיון משימות

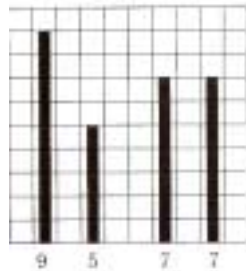
משימה ז'

עזרים: נייר משובץ

זוגות המספרים שבסעיפים א - ד מייצגים את הגבהים של מגדלי קוביות אותם יש ליישר לגובה אחיד. השתמשו בנייר משובץ וציירו את המבט הקדמי של עמודות הקוביות בגבהים אלו, לפני ואחרי היישור לגובה אחיד. כתבו משפט מתחת לציורים המסביר כיצד השיטה שלכם ליישור בגובה אחיד קשורה למציאת הממוצע של שני מספרים.

(א) 8 ו-14 (ב) 7 ו-16 (ג) 7 ו-12 (ד) 13 ו-15

דוגמא:



על ידי זה שלקחתי שתי קוביות מהמגדל הראשון ונתתי אותם למגדל השני, עשיתי שני מגדלים זהים. כך שהמספר הכולל של הקוביות מחולק לשתי עמודות בעלות גובה שווה וזאת המשמעות של ממוצע.

(נלקח מתוך Bennett and Foreman 1989/1991)

משימה ח'

עזרים: אין

רשמו את השבר הפשוט והאחוז עבור כל שבר עשרוני

0.20 = _____ = _____.
0.25 = _____ = _____.
0.33 = _____ = _____.
0.50 = _____ = _____.
0.66 = _____ = _____.
0.75 = _____ = _____.

כלי לניתוח דרישות קוגניטיביות

בהתבסס על הממצאים אודות החשיבות של שימוש במשימות בעלות דרישות קוגניטיביות בהוראה בכיתה, יצרנו ביחד עם עמיתה ושותפה שלנו, Marjorie Henningsen, פעילות של מיון משימות ומדריך לניתוח משימות, לשימוש במפגשים של התפתחות מקצועית, על מנת לסייע למורים בבחירה וביצירה של משימות. הפעילות של מיון משימות כוללת עשרים משימות הוראה שנבחרו בקפידה, המייצגות את ארבע הקטיגוריות של דרישה קוגניטיבית עבור תלמידי כיתות הביניים (ה' - ח'). שמונה המשימות המופיעות באיור 1 הינן קבוצה חלקית של המשימות הכלולות במיון.

רפלקציה

האם תוכלו לחשוב על גורמים אחרים העשויים לגרום למשימה להראות כלפי חוץ כבעלת רמה גבוהה אבל למעשה כל מה שנדרש הוא היזכרות במידע או בפרוצדורה שנלמדו על ידי שינון?

בנוסף להיותן שונות זו מזו בנוגע לדרישות הקוגניטיביות שלהם, המשימות המופיעות בפעילות זו שונות גם ביחס למאפיינים אחרים הקשורים לעיתים קרובות עם משימות הוראה הקשורות לרפורמה (Stein, Grover and Henningsen 1996; NCTM 1991). לדוגמא, במשימות אחדות נדרש הסבר או תיאור (למשל, משימות א' ג' ד' ו' ז'); ניתן לפתור בעזרת עצמים מוחשיים (למשל, משימות א' ה' ו' ז'); הן עוסקות בתכנים מחיי היומיום (למשל, משימות ב' ג' ו' ד'); הן מערבות מספר שלבים, פעולות או שיקולי דעת (למשל, משימות א' ב' ג' ד' ה' ו' ז'); ומשתמשות בתרשימים (למשל, משימות א' ה' ו' ז').

גיוון המשימות בהתאם למאפיינים אלו מעבר לקטיגוריות השונות של דרישה קוגניטיבית גורם לכך שניתוח המשימות יעשה תוך התעלמות מן המאפיינים החיצוניים והתמקדות בצורת החשיבה שבה פועלים התלמידים בבואם לבצע את המשימות.

המדריך לניתוח משימות (**איור 2**) מורכב מרשימת התכונות של המשימות בכל אחת מהרמות של דרישה קוגניטיבית. הוא משמש כתבנית שיפוט – מעין מחוון למתן ציון – אשר ניתן להחיל על כל מיני משימות מתמטיות, המאפשר דרוג של המשימות. כמו כן כללנו במדריך לניתוח משימות דוגמא למשימה בכל רמה, כפי שניתן לראות ב**איור 3**. שימו לב שכל אחת מארבע המשימות המופיעות ב**איור 3** עוסקת בכפל שברים, עם זאת המשימות שונות ביחס לדרישות שהן מציבות בפני התלמידים.

רפלקציה

כיצד תוכלו להשתמש בכלי זה במפגשים של התפתחות מקצועית על מנת לעורר דיונים עשירים ועירניים אודות משימות מתמטיות ורמות החשיבה הנדרשות לפתרונן?

שימוש בכלים לקידום דיונים

עד היום, הפעילות של מיון משימות והמדריך לניתוח משימות, שימשו במגוון רחב של מסגרות עם פרחי הוראה, מורים בפועל ומורי מורים. באחד המצבים, נתבקשו שלושים ושלושה פרחי הוראה להתאים כל אחת מעשרים המשימות לאחת מארבע הקטיגוריות של דרישה קוגניטיבית, ללא הסיוע של רשימת התכונות המופיעה ב**איור 2**. באופן זה, פרחי ההוראה עסקו לא רק במיון אלא גם בשיחות על רמות החשיבה של התלמידים בשעה שדנו בהגדרות של כל קטגוריה. לאחר שכל קבוצה סיימה את המטלה, היא רשמה את הסיווג שלה בטבלה. הרישום בטבלה הראה שבמשימות אחדות היתה הסכמה מלאה או כמעט מלאה! לרבות ממשימות אלו היה סימן ברור לקטגוריה מסוימת של דרישה קוגניטיבית. לדוגמא, משימה ה' סווגה על ידי כל הקבוצות כ- **פרוצדורות עם קשרים**. בדיון עלו העובדות הבאות: המשימה התמקדה על המשמעות של מציאת שבר של שבר, בניגוד לשימוש באלגוריתם, כמו למשל "כפול את המונים וכפול את המכנים". לא ניתן להשלים את המשימה מבלי להשקיע מאמץ, כלומר, התלמידים צריכים לחשוב על מה שהם עושים בזמן שהם פותרים את הבעיה.

מתוך הפרטים של הדוגמא, התחלנו לחלץ תכונות כלליות של קטגוריה זו. על פי דוגמה זו, המשימות המסווגות כ- **פרוצדורה עם קשרים** מתמקדות על משמעות, דורשות השקעת מאמץ ומשלבות פרוצדורה. דיונים דומים סביב משימות שהיתה עליהן הסכמה סייעו לפתח תיאורים עבור הקטיגוריות האחרות של דרישה קוגניטיבית.

רפלקציה

כיצד אתם מפרשים את הסיווגים "פרוצדורות עם קשרים" ו- "עשייה מתמטית"?
במה הם דומים? במה הם שונים? באילו דרכים יכולים סיווגים אילו לסייע
בבחירה ויצירה של משימות מתמטיות בעלות ערך לשימוש בכיתותיכם?

עבור משימות אחרות, כמו למשל משימה א', היתה הסכמה מועטה. חלק מפרחי ההוראה סווגו משימה א' כ- **פרוצדורה ללא קשרים**; חלק, כ- **פרוצדורה עם קשרים**; ואחרים כ- **עשייה מתמטית**. הדיון שבא בעקבות זאת הבליט את העובדה שלא נקבע ולא השתמע באיזו פרוצדורה או באיזו דרך יש לפעול במשימה א', למרות שהקבוצה כללה את השימוש בפרוצדורה כסימן ברור למשימות שסווגו כ- **פרוצדורה ללא קשרים** וכ- **פרוצדורה עם קשרים**. מבט ממוקד יותר על התכונות של **עשייה מתמטית** העלה את העובדה שמשימות בקטגוריה זו דורשות מן התלמידים לחקור ולהבין את טיבם של היחסים – שזהו צעד הכרחי בהרחבת והסברת הדגם המופיע במשימה א'. הדיון הסתכם בהחלטה של פרחי ההוראה לסווג משימה זו כ- **עשייה מתמטית**. על ידי שימוש בתיאורים אותם ביססה ויצרה הקבוצה כתבנית שעל פיה ניתן לשפוט משימות בעלות הסכמה מועטה, היה לקבוצה בסיס עקרוני עבור הדיונים שהיא קיימה. כאשר לפרחי ההוראה היו דעות ברורות למדי על התכונות של כל קטגוריה של דרישה קוגניטיבית, ניתן היה להתחיל בבדיקה מעמיקה יותר. התחלנו לדון במשימות לגביהן היתה אי הסכמה על הקטגוריה, למשל, **פרוצדורה עם קשרים** לעומת **עשייה מתמטית**, אבל שהיתה לגביהם הסכמה על רמת החשיבה הנדרשת, למשל, רמה גבוהה. היתה חלוקה כמעט שווה לגבי הסיווג של משימה ז' כ- **פרוצדורה עם קשרים** או כ- **עשייה מתמטית**. לאחר שבדקו את הקריטריונים שנקבעו על ידי הקבוצה עבור שתי קטיגוריות אלו, פרחי ההוראה קבעו שהבחירה הטובה יותר עבור משימה ז' היא **פרוצדורה עם קשרים**, מאחר שכתוב בבעיה באיזו פרוצדורה יש להשתמש – יישור הקוביות לגובה אחיד – ופרוצדורה זו קשורה למשמעות של **ממוצע**. הדיון מיקד את תשומת הלב על כך שפרוצדורות יכולות להיות בצורות שונות, כמו אלגוריתמים ומסלולים כלליים לפתרון בעיה, ועל התכונה החשובה של **עשייה מתמטית** שלא היתה במשימה זו: הצורך שהתלמידים יפתחו בעצמם דרך ופרוצדורה לפתרון הבעיה.

רפלקציה

אילו נושאים אחרים חשוב להעלות בעת דיון על משימות?
איזו משימה הייתם מוסיפים לאוסף על מנת לעורר דיונים נוספים?

בסיום המפגש חילקנו לפרחי ההוראה את המדריך לניתוח משימות וערכנו השוואה בין התיאורים של פרחי ההוראה לבין התכונות המופיעות במדריך. העובדה שחילקנו את המדריך לאחר שהפעילות של סיווג המשימות הושלמה, מנעה מהדיון הראשוני להיות מוגבל לתכונות המופיעות במדריך ובכך ניתנה למשתתפים ההזדמנות לפתח רשימה בשפה שלהם. המטרה לטווח ארוך של פעילות זו היתה כפולה: לעורר מודעות לשונות שבין משימות מתמטיות ביחס לרמות של עיסוק קוגניטיבי שהן דורשות מן התלמידים, ולפתח אצל פרחי ההוראה

איור 2: תכונות של משימות הוראה מתמטיות

רמות של דרישות

דרישות ברמה נמוכה (שינון):

- כרוכות בשחזור של עובדות, כללים, נוסחאות או הגדרות שנלמדו קודם או בשינון שלהם.
- לא ניתנות לפתרון באמצעות פרוצדורה משום שלא קיימת פרוצדורה או משום שמסגרת הזמן שבה יש להשלים את המשימה קצרה מדי לשימוש בפרוצדורה.
- אין בהן חוסר בהירות. משימות כאלו כרוכות בשחזור מדויק של חומר מוכר, ומה שיש לשחזר ברור ומבוטא בצורה ישירה.
- אין להן קשרים למושגים או למשמעות שמונחים ביסוד העובדות, הכללים, הנוסחאות או ההגדרות הנלמדות או המשוחזרות.

דרישות ברמה נמוכה (פרוצדורות ללא קשרים):

- הינן אלגוריתמיות. שימוש בפרוצדורה מתבקש במפורש או ברור על סמך לימוד קודם, ניסיון, או האופן שבו מוצגת המשימה.
- להצלחת המשימות יש צורך בדרישות קוגניטיביות מועטות. יש מעט אי בהירות באשר למה שצריך לעשות וכיצד יש לעשות זאת.
- אין להן קשרים למושגים או למשמעות שמונחים ביסוד הפרוצדורה שבה משתמשים.
- מתמקדות בהפקת תשובות נכונות במקום בפיתוח הבנה מתמטית.
- אינן דורשות הסברים, או מבקשות הסברים המתמקדים רק בתיאור הפרוצדורה שבה השתמשו.

דרישות ברמה גבוהה (פרוצדורות עם קשרים):

- ממקדות את תשומת הלב של התלמידים על השימוש בפרוצדורה למטרה של פיתוח רמות מעמיקות יותר של הבנת מושגים ורעיונות מתמטיים.
- מציעות במפורש או במרומז מסלולים אותם יש לעבור, שהם פרוצדורות רחבות וכלליות בעלות קשרים הדוקים לרעיונות ולמושגים המונחים ביסודן, בניגוד לאלגוריתמים צרים שאין להם שקיפות אל המושגים המונחים ביסודם.
- בדרך כלל מוצגות בדרכים מרובות, כמו תרשימים, עצמים מוחשיים, סמלים ומצבי בעיה. יצירת קשרים בין ייצוגים מרובים מסייעת לפיתוח ההבנה.
- דורשות מידה מסוימת של מאמץ קוגניטיבי. למרות שניתן לפעול על פי פרוצדורות כלליות, לא ניתן לעשות זאת ללא מחשבה. התלמידים צריכים לעסוק ברעיונות ובמושגים המונחים בבסיס הפרוצדורות על מנת להשלים את המשימה בהצלחה והמפתחות הבנה.

איור 2: המשך תכונות של משימות הוראה מתמטיות

דרישות ברמה גבוהה (עשייה מתמטית):

- דורשות חשיבה מורכבת ולא אלגוריתמית – אין הצעה במפורש לגישה או למסלול הניתנים לחיזוי או שנלמדו היטב, במשימה, בהוראות למשימה או באמצעות דוגמא של פתרון.
- דורשות מן התלמידים לחקור ולהבין את טיבן של מושגים מתמטיים, תהליכים או קשרים.
- דורשות מן התלמיד מעקב עצמי או ויסות עצמי של תהליכי החשיבה שלו.
- התלמידים נדרשים להשיג גישה למידע ולהתנסויות רלבנטיים ולהשתמש בהם בצורה הולמת בעבודתם עם המשימה.
- התלמידים נדרשים לנתח את המשימה ולבחון בצורה פעילה את האילוצים של המשימה העשויים להגביל אסטרטגיות פתרון ופתרונות אפשריים.
- דורשות מאמץ קוגניטיבי ניכר ועלולות לגרום לרמות מסוימות של חרדה אצל התלמיד בגלל הקושי לחזות את תהליך הפתרון הנדרש.

תכונות אלו לקוחות מתוך עבודתם של Doyle על משימות אקדמיות (1988), של Resnick על מיומנויות של חשיבה ברמה גבוהה (1987), הסטנדרטים של ה-NCTM (1991) ומתוך הבדיקה והסיווג של מאות משימות שבהן השתמשו בכיתות ה-QUASAR (Stein, Lane and Silver 1996; Stein, Grover and Henningsen 1996).

איור 3: דוגמאות של משימות בכל אחת מארבע הרמות של דרישה קוגניטיבית

דרישות ברמה נמוכה

שינון

מהו הכלל לכפל של שבר בשבר?

תשובה מצופה של תלמיד:

כופלים את המונה במונה ואת המכנה במכנה. או: כופלים את שני המספרים שלמעלה ואחר כך את שני המספרים שלמטה.

פרוצדורה ללא קשרים

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \quad \text{תשובה מצופה של תלמיד:} \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \quad \text{כפלו:}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48} \quad \frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$$

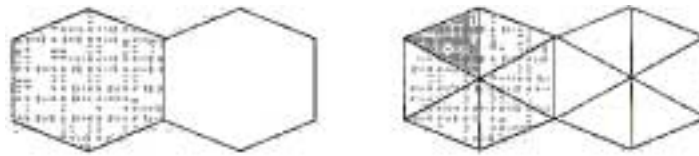
$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45} \quad \frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$$

איור 3: המשך דוגמאות של משימות בכל אחת מארבע הרמות של דרישה קוגניטיבית

דרישות ברמה גבוהה

פרוצדורה עם קשרים

מצאו $1/6$ של $1/2$. השתמשו בצורות הפלא. ציירו את תשובתכם והסבירו את דרך הפתרון. תשובה מצופה של תלמיד:



קודם לוקחים חצי של השלם, שזה משושה אחד. אחר כך לוקחים שיטית של החצי הזה. אז אני מחלק את המשושה לששה חלקים, שזה יהיה ששה משולשים. אני צריך רק שיטית אחת, אז זה יהיה משולש אחד. אחרי זה אני צריך לחשוב איזה חלק משני המשולשים שווה למשולש אחד, שזה 1 מתוך 12. אז $1/6$ של $1/2$ זה $1/12$.

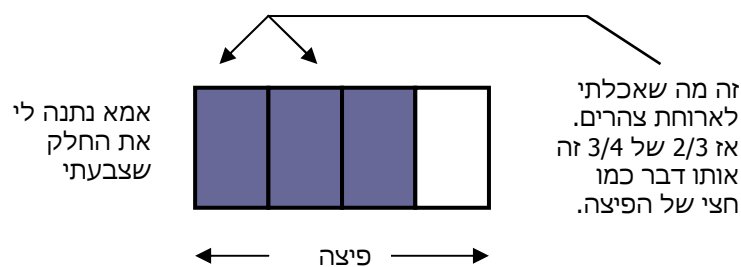
עשייה מתמטית

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} : \text{הצג מצב מחיי היומיום המתאים לתרגיל הבא}$$

פתור את הבעיה שיצרת ללא שימוש בכלל המתאים לתרגיל זה והסבר את דרך הפתרון.

אחת מן התשובות האפשריות של תלמיד:

אמא נתנה לי לארוחת צהרים שלושה רבעים של פיצה שהזמנו. הצלחתי לאכול רק שני שלישים של מה שאמא נתנה לי. כמה מתוך הפיצה השלמה אכלתי?
ציירתי מלבן להראות את הפיצה השלמה. אחרי זה חתכתי אותו לרבעים וצבעתי שלושה מהם כדי להראות את החלק שאמא נתנה לי. מאחר שאכלתי רק שני שלישים של מה שהיא נתנה לי, זה יהיה רק שניים מתוך החלקים הצבועים.



השתתפות ברפלקציות שלכם

במאמר זה שיתפנו אתכם בממצאים שלנו בנוגע לחשיבות של התחלת הוראה עם משימה בעלת פוטנציאל להעסיק את התלמידים ברמה גבוהה, אם המטרה שלכם היא שהתלמידים יפתחו את היכולת לחשוב ולנמק. הכוונה היא שהמשימה שאתם בוחרים ומעריכים צריכה להתאים למטרות שקבעתם ללמידת התלמידים. אנו מעודדים אתכם -

- (א) לעשות רפלקציה באיזו מידה המשימות שאתם נותנים תואמות את המטרות שקבעתם ללמידת התלמידים, והנמקה,
- (ב) לעשות רפלקציה באיזו מידה ניתנת לתלמידים שלכם ההזדמנות לעסוק במשימות הדורשות חשיבה,
- (ג) להשתמש בשמונה המשימות המופיעות באיור 1 לצורך דיון עם עמיתים,
- (ד) לשתף אותנו בתוצאות של ההתנסויות שלכם, באמצעות המדור "מורה למורה" שבכתב עת זה.

ביבליוגרפיה

- Bennett, Albert B., and Linda Foreman. *Visual Mathematics Course Guide: Integrated Math Topics and Teaching Strategies for Developing Insights and Concepts*, vol. 1. Salem, Ore.: Math Learning Center, 1989/1991.
- Doyle, Walter. "Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking during Instruction." *Educational Psychologist* 23 (February 1988): 167-80.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1991.
- Resnick, Lauren. *Education and Learning to Think*. Washington, D.C.: National Academy Press, 1987.
- Silver, Edward A., and Mary K. Stein. "The QUASAR Project: The 'Revolution of the Possible' in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools". *Urban Education* 30 (January 1996): 476-521.
- Stein, Mary Kay, Barbara W. Grover, and Marjorie Henningsen. "Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms." *American Educational Research Journal* 33 (October 1996): 455-88.
- Stein, Mary Kay, and Suzanne Lane. "Instructional Tasks and the Development of student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project." *Educational Research and Evaluation* 2 (October 1996): 50-80.
- Stein, Mary Kay, Suzanne Lane, and Edward Silver. "Classrooms in Which Students Successfully Acquire Mathematical Proficiency: What Are the Critical Features of Teachers' Instructional Practice?" Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New York, April 1996.
- Stein, Mary Kay, and Margaret S. Smith. "Mathematical Tasks as a Framework for Reflection." *Mathematics Teaching in the Middle School* 3 (January 1998): 268-75.