משימות מתמטיות כמסגרת לרפלקציה: ממחקר למעשה

Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice

מאת: Mary Kay Stein and Margaret Schwan Smith

הופיע ב: Mathematics Teaching In the Middle School, Vol. 3, No. 4, Jan. 1998 , pp. 268-275

תרגום: ברכה סגליס

בהתאם לסטנדרטים המקצועיים להוראת מתמטיקה (Professional Standards for Teaching Mathematics, NCTM 1991), גורם מרכזי בהתפתחות המקצועית של מורים הוא המידה שבה הם "עושים רפלקציה על למידה והוראה באופן עצמי ועם עמיתים" (עמ' 168). עשיית רפלקציה על ההתנסויות שלהם בכיתה הינה דרך לגרום למורים להיות מודעים לדרך ההוראה שלהם (Hart et al. 1992) ולאופן שבו תלמידיהם מצליחים בתוך הסביבה הלימודית שניתנה להם. בעוד שכל המורים חושבים באופן לא פורמלי על ההתנסויות שלהם בכיתה, הרי שטיפוח ההרגל של עשיית רפלקציה שיטתית ומכוונת עשוי להיות המפתח לשיפור ההוראה של המורה ולתמיכה בהתפתחות מקצועית הנמשכת לכל אורך החיים.

אחד האספקטים הקשים ביותר של עשיית רפלקציה הוא לחשוב על מה להתמקד (Hart et al. 1992). במהלך חמש שנות ההתנסות שלנו עם מורים של כיתות הביניים (ה' – ח') בפרויקט ה- QUASAR (ראה Silver and Stein 1996), ראינו שהתמקדות על משימות מתמטיות ועל שלבי הביצוע שלהן בכיתה יכולה לסייע למורים בתהליך עשיית הרפלקציה. QUASAR (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) הינו פרויקט לאומי חדשני בארה"ב המכוון לקידום וללימוד ההתפתחות והיישום של תוכניות הוראה מתמטיות מוגברות בכיתות הביניים של ששה בתי ספר עירוניים. הפרויקט ממוקם במרכז ללימוד מחקר והתפתחות שבאוניברסיטת פיטסבורג תחת ניהולו של Edward A. Silver.

במאמר זה אנו מתארות מסגרת לעשיית רפלקציה המבוססת על משימות מתמטיות שבהן השתמשו במהלך הוראה בכיתה ועל האופן שבו מורים השתמשו בהן. במסגרת זו, משימה מוגדרת כקטע מתוך הפעילות הכיתתית המוקדש להתפתחות של רעיון מתמטי מסוים. משימה יכולה לכלול מספר בעיות קשורות או עבודה מורחבת, עד למשך שעור שלם, על בעיה מורכבת אחת. על פי הגדרה זו, מרבית המשימות אורכות בין עשרים לשלושים דקות.

מיקוד על משימות מתמטיות

ההתמקדות שלנו במשימות מתמטיות נובעת מהרעיון שהמשימות הניתנות בכיתות מהוות את הבסיס ללמידה של התלמידים (Doyle 1988). משימות המבקשות מן התלמידים לבצע בדרך שגרתית פרוצדורה ששיננו, מובילות לסוג אחד של הזדמנות לחשיבה של תלמידים; משימות הדורשות מן התלמידים לחשוב בצורה מושגית והמעודדות את התלמיד לעשות קשרים, מובילות לסוג אחר של הזדמנויות לחשיבה של תלמידים. האפקט המצטבר בעקבות הפעילות היומיומית של משימות הניתנות בכיתה מוביל לפיתוח של

רעיונות סמויים אצל תלמידים אודות טיבה של המתמטיקה – האם המתמטיקה היא משהו שבו הם יכולים למצוא משמעות אישית, ומהו משך הזמן ומידת המאמץ שעליהם להשקיע על מנת להגיע לכך.

איור 1: גישות ברמה נמוכה לעומת רמה גבוהה למשימה של מציאת הקשרים
שבין ייצוגים שונים של כמויות שבריות

דרישות ברמה נמוכה

שינון

מהם הערכים בשברים עשרוניים ובאחוזים השקולים לשברים 1/2 ו- 1/4?

תשובות אפשריות של תלמיד:

$$\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

$$\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

פרוצדורות ללא קשרים

היפכו את השבר הפשוט 3/8 לשבר עשרוני ולאחוז.

תשובות אפשריות של תלמיד:

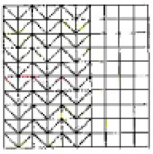
אחוז	שבר עשרוני	שבר פשוט
$0.375 = 37.5\%$	$8\overline{)3.000}$ = 0.375 24 60 56 40 40	$\frac{3}{8}$

דרישות ברמה גבוהה

פרוצדורות עם קשרים

בעזרת רשת של 10×10, זהו את הערכים בשברים עשרוניים ובאחוזים השקולים לשבר 3/5.

תשובות אפשריות של תלמיד:

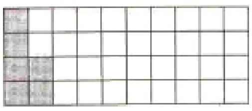
אחוז	שבר עשרוני	שבר פשוט	ציור
$0.60 = 60\%$	$\frac{60}{100} = 0.60$	$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$	

עשייה מתמטית

ציבעו 6 ריבועים קטנים במלבן של 4×10 . בעזרת מלבן זה, הסבירו כיצד ניתן לקבוע את המספרים הבאים:

א) אחוז השטח הצבוע, ב) השבר העשרוני של השטח הצבוע, ג) השבר הפשוט של השטח הצבוע.

תשובה אפשרית אחת של תלמיד:



א) טור אחד יהיה 10%, מאחר שיש 10 טורים. אז ארבע משבצות הן 10%. 2 משבצות הן חצי טור ולכן חצי של 10% שזה 5%. אז 6 המשבצות הצבועות שוות ל- 10% ועוד 5% , או 15%.

ב) טור אחד יהיה 0.10, משום שיש 10 טורים. בטור השני יש רק 2 משבצות צבועות, אז זה יהיה חצי של 0.1, שזה 0.05. אז 6 המשבצות הצבועות שוות ל- 0.1 ועוד 0.05 שזה שווה ל- 0.15.

ג) שש משבצות צבועות מתוך 40 משבצות זה 6/40 ואפשר לצמצם את זה ל- 3/20.

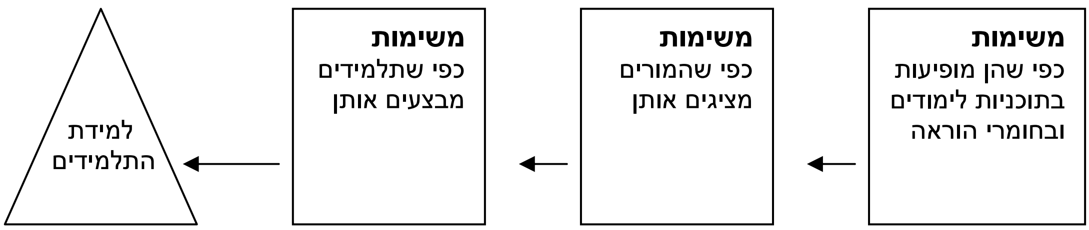
הדוגמא המופיעה **באיור 1** ממחישה ארבע דרכים בהן ניתן לגשת למשימה של קביעת הקשרים בין שברים פשוטים לבין השברים העשרוניים והאחוזים השקולים להם, כשכל אחת מהן מציבה לתלמיד סוג אחר של דרישה קוגניטיבית. כפי שניתן לראות באיור, גישות ברמה נמוכה למשימה זו כוללות שינון הצורות השקולות לכמויות שבריות מסוימות, למשל, $1/2=0.5=50\%$, או ביצוע המרה של שבר פשוט לאחוז או לשבר עשרוני באמצעות פרוצדורה סטנדרטית, ללא כל הקשר או משמעות, למשל, המרת השבר הפשוט 3/8 לשבר העשרוני 0.375 על ידי חילוק המונה במכנה או שינוי של 0.375 לאחוז על ידי הזזת הנקודה העשרונית שני מקומות ימינה. כאשר משתמשים בגישות ברמה הנמוכה הללו, התלמידים מתבקשים על פי רוב לפתור בעיות דומות רבות, עשרים או יותר, במהלך משימה נתונה.

גישה שונה לאותה משימה – כזו המציבה דרישות ברמה גבוהה – עשויה גם כן להשתמש בפרוצדורות, אבל בדרך ש**בונה קשרים בין המשמעויות המתמטיות** של שברים פשוטים, שברים עשרוניים ואחוזים. דרך אחת לבניית קשרים כאלה היא לעודד את התלמידים להתמודד עם המושג של יחסי חלק – שלם באמצעות עבודה עם רשת של 10×10. כפי שניתן לראות ב**איור 1**, ניתן לבקש מן התלמידים להשתמש ברשת להמחיש כיצד 0.6 מייצג אותה כמות כמו השבר 3/5 או 60%. ניתן גם לבקש מן התלמידים לתעד את התוצאות שלהם בטבלה הכוללת ייצוגים של שברים פשוטים, שברים עשרוניים, אחוזים וציורים, ובכך לאפשר להם ליצור קשרים בין הייצוגים השונים ולהוסיף משמעות לעבודתם על ידי פנייה לייצוג הציורי של הכמות בכל צעד שהם עושים.

גישה ברמה גבוהה נוספת למשימה – גישה של **עשייה מתמטית** – יכולה לכלול בקשה מהתלמידים לחקור את הקשרים שבין הדרכים השונות לייצוג כמויות שבריות. התלמידים לא יקבלו, לפחות בהתחלה, את פרוצדורות ההמרה המקובלות. יתכן שגם הפעם הם ישתמשו ברשתות, אלא שהפעם הרשתות תהיינה בגדלים שונים, לא רק 10×10. למשל, ניתן לבקש מהתלמידים לצבוע שישה ריבועים מתוך מלבן של 4×10 ריבועים, ולאחר שהם עושים זאת, אפשר לבקש מהם לייצג את השטח הצבוע כאחוז, כשבר עשרוני וכשבר פשוט. כאשר תלמידים משתמשים בתרשים חזותי לפתרון בעיה זו, הם ניצבים מול האתגר ליישם את ההבנה שלהם על המושגים של שברים פשוטים, שברים עשרוניים ואחוזים, בדרכים חדשות. למשל, ברגע שתלמיד צבע שישה ריבועים הוא או היא צריכים לקבוע כיצד שישה ריבועים אלה מתייחסים לסך כל הריבועים מהם מורכב המלבן. ב**איור 1**, אנו רואים דוגמא לתשובה של תלמיד, אשר ממחישה את סוג החשיבה המתמטית שבה משתמשים כדי להגיע לתשובה הגיונית אשר ניתנת להצדקה. בניגוד לגישות ברמה הנמוכה שנידונו קודם, כאשר משתמשים בגישות של "פרוצדורות עם קשרים" ו"עשייה מתמטית", תלמידים מתבקשים לפתור הרבה פחות בעיות, לעיתים רק שתיים או שלוש במסגרת משימה נתונה.

התמקדות בשלבים של משימות

איור 2: מסגרת ההתייחסות של משימות מתמטיות



כפי שניתן לראות ב**איור 2**, מסגרת ההתייחסות של משימות מתמטיות מבחינה בשלושה שלבים דרכם עוברות משימות: בתחילה, כפי שהן מופיעות בתוכנית הלימודים או בחומרי הוראה - בדפי ספרי הלימוד, בחומרי עזר וכדו'. לאחר מכן כפי שהמורה מציג אותן או מדבר עליהן. ולבסוף, כפי שהן מבוצעות למעשה על ידי התלמידים בכיתה – במילים אחרות, הדרך שבה התלמידים עובדים למעשה על המשימה. כל אלה, אבל במיוחד שלב הביצוע, נחשבים כבעלי השפעה חשובה על מה שהתלמידים באמת לומדים, כפי שמודגם במשולש ש**באיור 2**.

לעיתים קרובות משתנה טיבן של המשימות תוך כדי המעבר משלב אחד למשנהו. במילים אחרות, משימה המופיעה בתוכנית הלימודים או בחומרי הוראה אינה תמיד זהה למשימה שהמורה מציג, ובהמשך, היא אינה בדיוק אותה משימה שהתלמידים מבצעים למעשה. תהליך ההתפתחות של משימות כאשר הן עוברות משלב ה**הצגה** לשלב ה**ביצוע** נבדק מקרוב בכיתות של פרויקט ה- QUASAR (ראה Stein, Grover, and Henningsen 1996). משימות ברמה גבוהה נמצאו לעיתים מיושמות באופן כזה שתלמידים חשבו ונימקו בדרכים מורכבות ובעלות משמעות. יחד עם זאת, היו פעמים שבהן משימות שהוצגו ברמות גבוהות של דרישות קוגניטיביות מחשיבת התלמידים השתנו בצורה קיצונית במובן של הדרך שבה התלמידים עבדו עליהן למעשה. זיהוי תופעה זו יכול להיות מוקד פורה לרפלקציה.

יישום של מסגרת ההתייחסות: המקרה של גב' ברדפורד

במהלך עבודתנו ראינו כיצד מסגרת ההתייחסות של משימות מתמטיות יכולה להביא את המורים לתובנות לגבי מהלך ההתפתחות של השיעורים שלהם. לאחר שהמורים למדו על מסגרת ההתייחסות, הם התחילו להשתמש בה כעדשה לצורך התבוננות על דרך ההוראה שלהם וכשפה משותפת לדיון עם עמיתיהם על ההוראה.

קחו למשל את המקרה של תרזה ברדפורד (שם בדוי), מורה עימה עבדנו במשך מספר שנים. תרזה נהגה לבחור בקביעות משימות ברמה גבוהה, אשר נתנו לתלמידיה הזדמנויות לחקור רעיונות ומושגים מתמטיים בדרכים משמעותיות. משימה אחת כזו היתה "הטלת גלילים למטרה". בבעיה זו, נתבקשו התלמידים לתכנן משחק עבור יריד של גיוס תרומות שיערך בבית ספרם, בהתאם לכמה הנחיות ראשוניות. השחקן יתבקש להטיל גלילים של מסקינג-טייפ לעבר לוח משחק. אם הגליל יפול בתוך אחת הצורות, ללא נגיעה בצלעות שלה, יזכה השחקן בפרס. אם הגליל יגע באחד הקווים שעל הלוח, השחקן יפסיד. בהנחה שמחיר המשחק הוא 3 הטלות ל- 1 דולר ומחיר הפרס הוא 4 דולר, נתבקשו התלמידים לקבוע כמה צורות צריכות להיות על הלוח ובאיזה גודל, כך שמגייס התרומות יזכה ברווח.

תרזה סיפקה לתלמידים מגוון של חומרים – ניירות משובצים בגדלים שונים, סרגלי מטר, סרגלים, גלילים של מסקינג-טייפ, עטי סימון, מספריים – על מנת שיוכלו לבנות את לוחות המשחק, ותלמידיה עבדו במשך כל השיעור על תכנון הלוחות ובדיקתם. למרות שתרזה תיכננה את השיעור הזה כתרגיל בחקירה מתמטית, כזה שיגמיש את החשיבה של התלמידים ויאפשר להם להציע מספר פתרונות אפשריים והצדקות תואמות, הרי שהביצוע בפועל היה מאכזב. נראה היה שהתלמידים המומים ממספר ההחלטות שעליהם לקבל ומהצורך לקבוע את מבנה המשימה. אחרי עשרים הדקות הראשונות, תרזה הגיעה למצב שבו היא מדריכה את התלמידים בתכנון לוח המשחק שלהם. היא מצאה את עצמה שואלת שאלות וזמן קצר לאחר מכן עונה עליהם עבור התלמידים. אין זה מפתיע שלוחות המשחק יצאו בסוף יותר דומים מאשר שונים זה מזה.

מספר חודשים לאחר ביצוע משימה זו, השתתפה תרזה ביום עיון שבו הוצגה מסגרת ההתייחסות של משימות מתמטיות. כאשר הדובר התחיל להסביר שמשימות לא תמיד מבוצעות כפי שהתכוונו, פנתה תרזה מייד לעמיתה שלה שישבה מאחוריה והכריזה בלהט, "זה מה שקרה למשימה "הטלת גלילים למטרה"! בדיון שנערך לאחר מכן ועל סמך רפלקציה שעשתה, הבינה תרזה שהעדר ניסיון קודם עם משימות פתוחות גרם לתלמידיה להרגיש לא נוח כאשר היציגו לפניהם משימה שלא היה ברור להם מיד כיצד לפתור אותה. הנטייה שלהם – המחוזקת על ידי שנים של ניסיון בבית הספר – היתה לחכות עד שמישהו, בדרך כלל המורה, **הראה** להם כיצד לעשות את זה. תרזה נמשכה ללא יודעין לתוך תסריט זה משום שבו הרגישה הכי נוח. האין היא אמורה להיות "החכם המלומד" – זה שיש לו את כל התשובות?
לפני שהכירה את מסגרת ההתייחסות למשימות מתמטיות, היתה לתרזה הרגשה כללית שהפעילות היתה יכולה להיות טובה יותר, אבל היא לא היתה מסוגלת להצביע על מקור הקושי. מסגרת ההתייחסות סיפקה לה שפה לתיאור מאורעות שקרו בכיתתה, ולהבנה מדוע הדברים לא קרו כפי שהיא תארה לעצמה שיקרו.

שימוש במסגרת ההתייחסות לצורך רפלקציה

מסגרת ההתייחסות הוכיחה עצמה ככלי רב עוצמה עבור תרזה והמורים האחרים בבית ספר "רידג'וויי" בשעה שהם ניסו להביא לתלמידיהם משימות בעלות מורכבות קוגניטיביות גבוהה יותר ובעלות משמעות. על מנת לשתף זה את זה ברעיונות ולתמוך זה בזה, הם החליטו במהלך שנת הלימודים
1994-1995 להיפגש פעם בחודש. במהלך מפגשים אלו, מרבית המורים פשוט תיארו את השיעורים שלגביהם רצו עזרה, אחדים, עם זאת, החלו לשתף את האחרים בצילומי וידאו של שיעוריהם.

המקרה של רון קסטלמן - חלק 1: באחד המפגשים בתחילת האביב, רון קסטלמן (שם בדוי), מורה בכיתה ז' בבית ספר רידג'וויי , החליט לשתף את המורים האחרים בצילום וידאו של שיעור שבו היציג לתלמידים את המשימה של "עשייה מתמטית" המופיעה **באיור 1**. למרות שהתלמידים פתרו את הבעיה בהצלחה, הוא נשאר עם ההרגשה שהכל קרה מהר מדי. על סמך השיחה שערך עם תרזה, היתה לו תחושה שמסגרת ההתייחסות למשימות מתמטיות עשויה להיות דרך מועילה לחשיבה על השיעור. הוא ביקש מן המורים האחרים סיוע ביישום מסגרת ההתייחסות עבור השיעור שלו.
סרט הוידאו התחיל כשרון היציג את המשימה בפני התלמידים. הוא הסביר להם שהוא רוצה שהם יצבעו שש משבצות מתוך רשת מלבנית של 4×10 משבצות ולאחר מכן לחשב את האחוז, השבר העשרוני והשבר הפשוט, לפי הסדר הזה, של החלק הצבוע במלבן. כאשר התחיל שלב ביצוע המשימה, הזכיר רון לתלמידיו שהם צריכים להסביר כל תשובה שיגיעו אליה. התלמידים נהיו חסרי סבלנות זמן קצר בלבד לאחר שניסו למצוא מהו האחוז מתוך 40, שמייצגות שש המשבצות הצבועות. ידיים הונפו אל על כאשר התלמידים נוכחו לדעת שהפרוצדורות שלמדו היו חסרות תועלת. כאשר רון עבר משולחן לשולחן, הוא נתקל באותו פזמון חוזר, "איך עושים את זה?"
למשך זמן קצר החזיר רון את השאלה בחזרה אל התלמידים, באומרו שזה היה תפקידם למצוא דרך לעשות זאת. אבל, ככל שהתלמידים נעשו יותר ויותר מוטרדים מחוסר יכולתם להתקדם, רון התחיל להגיד להם שינסו לעבוד קודם עם השבר הפשוט. מרבית התלמידים לא התקשו לגלות ש- 6 משבצות צבועות הן 6/40.

לאחר מכן הם מצאו את השבר העשרוני על ידי חלוקה של 6 ב- 40 וקבלו 0.15 ואז עברו לשיטה ש"נוסתה ואומתה" של הזזת הנקודה העשרונית שני מקומות ימינה לשם המרת המספר מ- 0.15 ל- 15 אחוז. מה שהתחיל כבעיה שלא ניתן להכניעה, נפתר כעת תוך מספר דקות!

כאשר רון ביקש משוב על השיעור שלו, העיר אחד המורים העמיתים, שבטיפול בבעיה בדרך זו, התלמידים הסיטו לגמרי את החשיבה שלהם מן התרשים וכתוצאה מכך מן המשמעות של שבר עשרוני, אחוז ושבר פשוט. מורה אחר אמר שזה מוזר שהתלמידים לא הראו שום נטייה לבדוק אפילו את סבירות התוצאות שקיבלו כנגד התרשים. לאחר דיון נוסף, המורים הסכימו שבכניעה לדרישות התלמידים לגלות להם "איך עושים את זה", רון צמצם או ביטל את המרכיבים האתגריים וההגיוניים של המשימה , ובכך גזל מן התלמידים את ההזדמנות לפתח כישורי חשיבה והגיון והבנה מתמטית בעלת משמעות. בהשתמשם במסגרת ההתייחסות למשימות מתמטיות, החליטו המורים שהמשימה תוכננה להפעלה ברמה גבוהה אבל יושמה ברמה הרבה יותר נמוכה. בסופו של דבר נשארו התלמידים עם משימה שדרשה מהם רק לבצע פרוצדורה מבלי לעשות קשרים כלשהם למשמעות שבבסיסה.

המקרה של רון קסטלמן - חלק 2:

רון העריך את ההערות של עמיתיו. למרות שיתכן ומלכתחילה רצה לשמוע , "זה היה שיעור נהדר", הוא הבין שמשוב מסוג כזה לא היה למעשה מביא לו תועלת. לפני הפגישה עם המורים, הוא לא חשב על מידת ההשפעה שהיתה למעשיו על למידת התלמידים. כאשר עבר שוב על עבודת התלמידים , נוכח שהוא לא ראה שום עדות לכך שהתלמידים שמים לב לתרשים. לאחר שערך עם עמיתיו משוב על השיעור, הוא נוכח לדעת שגם הוא תרם להתרחקותם מהתרשים בכך שהתערב והציע שיתחילו מהשבר הפשוט.

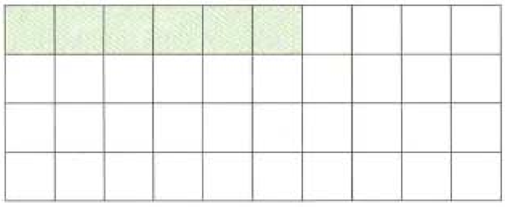
מאוחר יותר באותו שבוע, הציג רון את אותה משימה של "עשייה מתמטית" בכיתה אחרת. הפעם היה יותר ברור לו איזה סוג של חשיבה הוא רוצה לעודד בשלב הביצוע של המשימה. כדי שהמשימה תישאר ברמה הגבוהה, הוא רצה לעזור לתלמידיו למצוא דרכים משלהם לפתרון המשימה, תוך שימוש בתרשים, בניגוד להסתמכות על פרוצדורות נלמדות. הוא חשב שאם התלמידים יציעו ויבדקו אסטרטגיות המבוססות על התרשים, אזי עיסוק משמעותי במושגים של אחוז, שבר עשרוני ושבר פשוט יופיע באופן טבעי.

הפעם, במקום להיכנע לתחינות התלמידים לפשט את הבעיה, רון הציע להם להתבונן בתשומת לב במלבן, ולשים לב גם למספר הכולל של המשבצות וגם לדרכים שבהם הן מסודרות בטורים ובשורות. בעודו מהלך סביב הכיתה, הוא שם לב שהתלמידים שהראו את ההתקדמות הרבה ביותר הם אלה שהבחינו שכל טור מייצג עשירית של המלבן, ושצבעו שש משבצות שנראה היה שהם "ממלאות" טור אחד ועוד חצי טור. הם חשבו שאם טור אחד הוא עשירית, או 10 אחוז, אז "טור וחצי", יהיה 15 אחוז. התלמידים שנתקלו בקושי הרב ביותר עבדו עם מלבנים שבהם המשבצות הצבועות לא היו בטורים אלא בתצורה כלשהי אחרת. הוא עזר לתלמידים אלו לגלות דרכים אחרות למציאת האחוז, על ידי שאילת שאלות שאפשרו להם להסתמך על התצורה המסוימת שהם יצרו. מספר דוגמאות של אסטרטגיות התלמידים והשאלות של רון מופיעות ב**איור 3**.

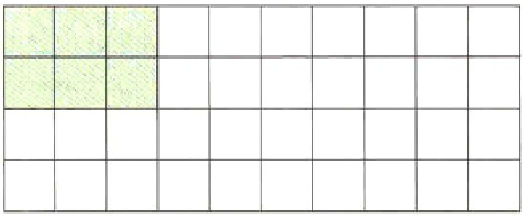
העזרה של רון עודדה את התלמידים להתמיד במציאת האחוז, וחשוב יותר, גרמה לתלמידים לחשוב על המשמעות של אחוז ביחס לתרשים המסוים הזה. למרות שהטיפול במשימה האחת הזו ארך כמעט שיעור

שלם, רון מצא שניצול הזמן היה כדאי. בסוף השיעור, מספר תלמידים הציגו אסטרטגיות שונות בעזרת המטול בפני כל הכיתה. אפילו רון היה מופתע מן הדרכים הרבות שבהם התלמידים פתרו את הבעיה! בתום השיעור רון היה עייף, אבל מרוצה. הוא מעולם לא הקשיב כל כך הרבה לתלמידים – ובעקבות זאת ניסה לעזור להם על בסיס הידע המוקדם שלהם. הוא היה מרוצה ממה שתלמידיו היו מסוגלים לעשות, במיוחד מן האופן שבו היו מסוגלים להשתמש בהבנה שלהם על אחוזים על מנת לבצע את המשימה.

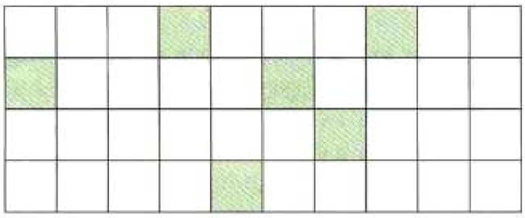
איור 3: השאלות של רון בהתאם לאופני הצביעה של התלמידים



א) כמה אחוז היא כל שורה?



ב) כמה קבוצות דומות נכנסות במלבן?



ג) כמה אחוז זה כל משבצת?

המורים של רידג'ויי דנים מדוע:

זמן קצר לאחר מכן, נערכנו למפגש עם רון, תרזה ועמיתיהם ברידג׳ויי כדי לדון בדרכים שבהן מסגרת ההתייחסות למשימות מתמטיות עזרה להם. רון השתוקק לשתף אותנו בהתנסויות שלו, כפי שתואר קודם. הוא הדגיש כמה היה לו חשוב להיות מסוגל למקד את תשומת ליבו על כמה אספקטים של ההוראה שלו. באמצעות התבוננות במשימות שבהן השתמש וכיצד הוא ותלמידיו פעלו איתן, הוא הרגיש שהוא היה מסוגל להתמקד בצורה ישירה יותר במה שהתלמידים למדו. הוא העיר שאפשר היה בקלות להיות כל כך מעורב במה ש**אתה עושה**, עד שאתה לא רואה מה שהתלמידים לומדים מן ההתנסות.

במהלך השיחה, מספר מורים אחרים תארו אפיזודות מן הכיתות שלהם, הן של משימות שבוצעו בדרכים שתמכו בחשיבה ברמה גבוהה והן של כאלה שלא תמכו. לאחר מכן שאלנו את המורים מדוע לדעתם משימות

התבצעו או לא התבצעו כמתוכנן. האם הם יכולים לזהות גורמים הקשורים לשמירה על רמת המשימה או להתדרדרות שלה? רון התחיל בהצבעה על כך שבכיתה שבה השתמש בהתחלה במשימה של אחוז- שבר עשרוני- שבר פשוט, הגורם המרכזי שקשור בהתדרדרות המשימה היה שהוא אמר לתלמידים להתחיל מהשבר הפשוט. הוא הסביר שמהרגע שהם עשו זאת, הם יכלו להסתמך באופן מוחלט על פרוצדורות שנלמדו קודם. תרזה העירה שמה שהיא עשתה במשימה של הטלת גלילים למטרה היה מאוד דומה למה שרון תיאר. היא הסבירה שלמרות שהתלמידים לא יכלו להשתמש בפרוצדורה פשוטה לפתרון המשימה, היא בעצם נתנה להם תיאור של צעד אחרי צעד של מה שצריך לעשות. המורים המשיכו בהצעות של גורמים אחרים, כמו ניהול הכיתה, מעט מדי או יותר מדי זמן, ואי מתן אחריות לתלמידים, כקשורים עם התדרדרות של משימה. המורים התחילו כעת להעלות השערות לגבי הגורמים שיכולים לתמוך בשמירה על רמה גבוהה של משימה. הם התחילו באמירה שחלק מן הגורמים יהיו "ההיפוך" של הרשימה הקודמת – לא להפוך את המשימה לכזו הניתנת לפיתרון על ידי פרוצדורה, לאפשר מספיק זמן, ולתת לתלמידים אחריות לחשיבה ברמה גבוהה. בנוסף, הם אמרו שהדבר החשוב ביותר הוא למצוא דרך לעזור לתלמידים להתקדם מבלי לגלות להם את התשובה או את דרך הפיתרון. רון הסביר עד כמה קשה לפעול בגישה כזאת, אבל שבסופו של דבר הוא נוכח לדעת עד כמה יותר תלמידים למדו כאשר היו צריכים לעבוד דרך הבעיה, מאשר כאשר הגישו להם פרוצדורה לפיתרון.

בשלב זה של הדיון, ציינו שבמחקר שלנו זיהינו גורמים הקשורים בשמירה או בהתדרדרות של משימות ברמה גבוהה שכללו את כל הגורמים שהם זיהו, ועוד כמה גורמים נוספים. הסברנו שהרשימה שלנו (המופיעה ב**איור 4**), נגזרה ממחקר של כמעט 150 משימות שבהן השתמשו במהלך תקופה של למעלה משלוש שנים בארבעה בתי ספר שונים. המורים הנהנו כאשר עיינו ברשימה, בהסכמה עם הגורמים שזיהינו. מורה אחת העירה שהיא מסכימה עם כל הגורמים שזיהינו והיא יכולה לחשוב על מצבים שבהם כל אחד מהם תרם להצלחה או לכישלון של שיעור מסוים. היא הוסיפה ואמרה, עם זאת, שהיא לא היתה מסוגלת לבטא בצורה ברורה כל כך כל גורם. היא הסבירה, למשל, שהיא נהגה לעיתים תכופות לתת לתלמידים טבלה עם הקריטריונים שלפיהם ניתן להעריך את הבעיה המסוימת, ובכך "נתנה אמצעים לתלמידים לביצוע מעקב אחר ההתקדמות שלהם", אבל היא אף פעם לא חשבה על טבלה זו כגורם שתורם לשמירה על עיסוק קוגניטיבי ברמה גבוהה. במבט לאחור, היא הודתה ש"דברים הלכו טוב יותר כאשר התלמידים קיבלו את הטבלה".

נראה היה שהרשימה ביטאה במילים קבוצה של גורמים ומצבים בכיתה שהמורים זיהו מיד. למרות שרבים מן הגורמים התייחסו לנוהגים מקובלים אצל המורים, כמו עשיית קשרים מושגיים לעיתים תכופות והסתמכות על ידע קודם של תלמידים, הרי שקודם הם לא קישרו פעולות אלו והחלטות אלו עם ביצוע מוצלח של משימה.

שימוש במסגרת ההתייחסות בכיתה

מסגרת ההתייחסות אינה אמורה להיות מרשם נוקשה, אלא כלי לעשיית רפלקציה. בשימוש נכון, היא עשויה להסב את תשומת הלב למה שהתלמידים עושים למעשה ועל מה הם חושבים במהלך שיעורי המתמטיקה. בתמורה, התמקדות זו על חשיבת התלמידים, עוזרת למורה להתאים את ההוראה שלו כך שתגיב יותר ותתמוך יותר בניסיונות לחשוב ולמצוא הגיון במתמטיקה.

רון קסטלמן מצא שמסגרת ההתייחסות מסייעת לו במאמציו לתמוך בעיסוק של תלמידים במשימות ברמה גבוהה. בסיוע עמיתיו, רון הגיע להבנה כיצד מעשיו בכיתה משפיעים על למידת התלמידים. הימצאותם של עמיתים תומכים היכולים לשמש כתיבות תהודה ולספק משוב לא שיפוטי, הוא דבר יקר ערך. עם זאת, ניתן להשתמש במסגרת ההתייחסות במצבים שונים. בפסקאות הבאות אנו מביאים שתי הצעות כיצד תוכלו **אתם** להתחיל להשתמש במסגרת ההתייחסות ככלי לרפלקציה על עבודכם.

איור 4: גורמים הקשורים עם שמירה והתדרדרות של דרישות קוגניטיביות ברמה גבוהה

גורמים הקשורים עם שמירה על דרישות קוגניטיביות ברמה גבוהה

1. מתן סיוע לחשיבה והנמקה של תלמידים
2. מתן אמצעים לתלמידים לביצוע מעקב אחר ההתקדמות שלהם.
3. המורה, או תלמידים מוכשרים, מדגימים ביצוע ברמה גבוהה.
4. המורה לוחץ לקבלת הצדקות, הסברים ומשמעות באמצעות שאלות, הערות ומשוב.
5. המשימה מסתמכת על ידע קודם של התלמידים.
6. המורה עושה לעיתים תכופות קשרים מושגיים.
7. ניתן מספיק זמן לחקירה- לא מעט מדי, לא יותר מדי.

גורמים הקשורים עם התדרדרות של דרישות קוגניטיביות ברמה גבוהה

1. אספקטים בעיתיים של המשימה הופכים להיות פעולות שגרתיות (דוגמאות: התלמידים לוחצים על המורה לצמצם את מורכבות הבעיה על ידי ציון פרוצדורות ברורות או צעדים לביצוע; המורה "משתלט" על החשיבה וההנמקה ואומר לתלמידים איך לפתור את הבעיה)
2. המורה מסיט את הדגש ממשמעות, מושגים או הבנה לנכונות או לשלמות של התשובה.
3. לא ניתן מספיק זמן להתמודדות עם הדרישות של המשימה, או שניתן יותר מדי זמן והתלמידים נסחפים להתנהגות חוץ-משימתית.
4. בעיות של ניהול הכיתה מונעות עיסוק ממושך בפעילויות קוגניטיביות ברמה גבוהה.
5. המשימה אינה מתאימה לקבוצה מסוימת של תלמידים (דוגמאות: התלמידים לא עוסקים בפעילויות קוגניטיביות ברמה גבוהה כתוצאה מהעדר עניין, מוטיבציה, או ידע מוקדם הנחוץ לביצוע המשימה; הציפיות מן המשימה אינן ברורות מספיק כדי שהתלמידים ימצאו במקום הקוגניטיבי המתאים).
6. לא ניתנת לתלמידים האחריות לתוצרים או לתהליכים ברמה גבוהה (דוגמאות: למרות שמבקשים מן התלמידים להסביר את דרך החשיבה שלהם, הרי שהסברים לא ברורים או לא נכונים מתקבלים; התלמידים מקבלים את הרושם שהעבודה שלהם לא תחשב לצורך קבלת ציון).

מורים צופים במורים

קבעי עם מורה עמיתה לוח זמנים קבוע שבה את תצפי בה והיא תצפה בך בעבודתכן בכיתה. היפגשו אחרי זה כדי לדון על השיעור ולהציע הצעות לשיפור. מסגרת ההתייחסות יכולה לשמש כמדריך לסוג הדברים שאתן מחפשות ועליהן מדברות אחר כך.

כאשר את צופה, חשבי היטב אילו מסרים המורה מעבירה לתלמידים אודות מה שמצפים מהם לעשות, כיצד הם מתבקשים לעשות זאת, ובאילו משאבים הם אמורים להשתמש. יתכן שתרצי לנסות במהירות לעשות בעצמך את המשימה על מנת לוודא שאת מבינה מה נדרש על מנת לפתור אותה. כאשר התלמידים עובדים על המשימה, הסתובבי בחדר, עברי משולחן לשולחן או מקבוצה לקבוצה, הקשיבי והתבונני מקרוב על מנת לראות מה מידת ההעמקה של התלמידים בשעה שהם מתמודדים עם רעיונות מתמטיים משמעותיים. האם התלמידים מטפלים במשמעות מתמטית בשעה שהם עובדים? האם השיח שלהם מעוגן בהנמקה מתמטית ובהוכחה? או שמא הם נשארים ברמה של פרוצדורות ששיננו וסמלים שאינם מקושרים לרעיונות שבבסיסם? לאחר מכן, רצוי לפני סוף היום, היפגשו כדי לדון בתצפית. התחילו בהסכמה על החלק של זמן ההוראה שכולל את "המשימה" ועל מה שיחשב כשלבי הצגת המשימה והביצוע. אחרי זה דונו בדרישות הקוגניטיביות במהלך כל שלב. חלק זה של השיחה עובד טוב יותר כאשר **תחילה** הצופה מביעה את שיקול דעתה אודות הדרישות הקוגניטיביות של המשימה. המורה אז מגיבה על שיקולי דעת אלו, ומציינת האם היא מסכימה או לא מסכימה ומדוע. בדרך זו, הצופה מחויבת להציע משוב בקורתי ומתפתה פחות לדלג על חילוקי הדעות, אשר חשובים לצורך צמיחה.
אם שתיכן מסכימות שמשימה אחת או יותר הוצגו ברמה גבוהה של דרישה קוגניטיבית, המשיכו בדיון האם דרישות אילו נשמרו ברמה גבוהה במהלך הביצוע , או שמא התדרדרו לעבודה פחות מאתגרת. בכל מצב, מרכיב מהותי בחלק זה של השיחה הוא לזהות את הגורמים הכיתתיים (ראו **איור 4**) שהשפיעו על השמירה או ההתדרדרות של הרמה הקוגניטיבית של המשימה. מרבית המורים מוצאים חלק זה של מסגרת ההתייחסות כדבר המרתק ביותר, קרוב לודאי משום שהוא עושה רפלקציה באופן הישיר ביותר על דברים שהם עושים טוב או שהם יכולים לשפר. אתן צריכות גם להקדיש זמן לשיחה על משימות שמוגדרות בשלב ההצגה כבעלות רמה נמוכה, ולהתמקד על דרכים שבהן ניתן לשנות את המשימה ולעשותה מאתגרת יותר.

מורים צופים בעצמם

אם אין לך מורה עמיתה עימה את מרגישה נוח לצפות בה ושהיא תצפה בך, נסי לעשות צילום וידאו של השיעור שלך. לאחר מכן תוכלי לעשות רפלקציה על ההוראה שלך בזמן המתאים לך, ללא לחץ של זמן ובפרטיות. שימוש בצילומי וידאו לרפלקציה עשוי, למעשה, להציע יתרונות שרפלקציות המבוססות על זיכרון או רשימות אינן מציעות. למשל, זיכרונות של מאורעות כיתתיים אינם אובייקטיביים כמו מה שמצולם בוידאו. כמו כן, צילום וידאו מאפשר לך לצפות שוב ושוב בחלק מסוים, בניסיון להבין על מה בדיוק התלמידים חשבו בשעה שהם עבדו על משימה מסוימת.

אז מהו התגמול?

עדויות שנאספו מציונים של כיתות הביניים (ה' – ח') בבתי ספר שהשתתפו בפרויקט ה- QUASAR , הראו שתלמידים שהראו את הביצועים הטובים ביותר במדדים של חשיבה ופתרון בעיות על פי הפרויקט, היו בכיתות שבהן היתה סבירות גבוהה יותר שהמשימות הוצגו **ובוצעו** ברמה גבוהה של דרישה קוגניטיבית (Stein and Lane 1996). עבור תלמידים אלו, מתן ההזדמנות לעבוד על משימות מאתגרות בסביבה כיתתית תומכת,

תורגם לשיפור ניכר בלמידה , כפי שנבדק במכשיר שתוכנן במיוחד למדוד במדויק את סוג תוצרי הלמידה שבהם דוגלים הסטנדרטים להוראה מקצועית של ה- NCTM.

מקורות

Doyle, Walter. "Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking during Instruction." *Educational Psychologist* 23 (Februry 1988): 167-80.

Hart, Lynn C., Karen Schultz, Deborah Najee-ullah, and Linda Nash. "Implementing the *Professional Standards for Teaching Mathematics*: The Role of Reflection in Teaching". *Arithmetic Teacher* 40 (September 1992): 40-42.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, Va.: NCTM, 1991.

Silver, Edward A., and Mary K. Stein. "The QUASAR Project: The 'Revolution of the Possible' in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools". *Urban Education* 30 (January 1996): 476-521.

Stein, Mary Kay, Barbara W. Grover, and Marjorie Henningsen. "Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms." *American Educational Research Journal* 33 (October 1996): 455-88.

Stein, Mary Kay, and Suzanne Lane. "Instructional Tasks and the Development of student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project." *Educational Research and Evaluation* 2 (October 1996): 50-80.

ביבליוגרפיה

Bouck, Mary, Teri Keusch, and William M. Fitzgerald. "Implementing the *Professional Standards for Teaching Mathematics*: Developing as a Teacher of Mathematics." *Mathematics Teacher* 89 (December 1996): 769-73.

Brown, Catherine A., and Margaret S. Smith. "Implementing the *Professional Standards for Teaching Mathematics*: Supporting the Development of Mathematical Pedagogy". *Mathematics Teacher* 90 (February 1997): 138-43.

Romagnano, Lew R. *Wrestling with Change: The Dilemmas of Teaching Real Mathematics.* Portsmouth, N. H.: Heinemann Educational Books, 1994.