

# المهام الرياضية كإطار للتفكير بتأمل: من البحث إلى الممارسة

## Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice

تأليف: Mary Kay Stein and Margaret Schwan Smith

نُشر في: Mathematics Teaching In the Middle School, Vol. 3, No. 4, January 1998, pp. 268–275.  
ترجمة: كميل ظاهر.

وفقاً للمعايير المهنية لتعليم الرياضيات (Professional Standards for Teaching Mathematics, NCTM 1991)، أحد العوامل الرئيسية في تطور المعلمين المهني هو مدى "تفكيرهم بتأمل في التعلم والتعليم بشكل فردي ومع زملائهم" (ص 168). إن التفكير بتأمل (reflection) في تجاربهم في الصف هي طريقة لجعل المعلمين واعون لكيفية تدريسهم (Hart et al. 1992) وكيفية تقدم تلاميذهم في البيئة التعليمية التي تم توفيرها لهم. وعلى الرغم من أن جميع المعلمين يفكرون بتجاربهم في الصف بشكل غير منهجي، فإن تطوير عادة التفكير بتأمل المتعمد والمنهجي يمكن أن يكون المفتاح لتحسين تدريس المعلم وتعزيز تطوره المهني المستمر مدى الحياة.

إحدى نواحي التفكير بتأمل الأكثر صعوبة هو اختيار ما ينبغي التركيز عليه (Hart et al. 1992). فقد رأينا، خلال خمس سنوات من تجاربنا مع معلمي صفوف المرحلة الإعدادية (خامس - ثامن) في مشروع QUASAR (انظر Silver and Stein 1996)، كيف يمكن لاستخدام التركيز على المهام الرياضية ومراحلها في الصف أن يساعد المعلمين في عملية التأمل. إن مشروع QUASAR (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) هو مشروع إصلاحي قطري يهدف إلى رعاية ودراسة تطوير وتطبيق ستة برامج رياضيات تعليمية قيمة في ست مدارس مدينية في المرحلة الإعدادية. هذا المشروع موجود في "مركز بحث وتطوير التعلم" في جامعة "بيتسبيرغ"، ويديره Edward A. Silver. سنصف في هذا المقال إطاراً للتفكير بتأمل يستند إلى المهام الرياضية المستخدمة خلال التدريس في الصف والطرق التي تم استخدامها من قبل المعلمين. إن المهمة، في الإطار، معرفة على أنها مقطع من فعالية الصف مكرسة لتطوير فكرة رياضية معينة. ويمكن للمهمة أن تتضمن عدداً من المسائل أو العمل الموسع، وتستمر حتى فترة حصة كاملة، حول مسألة واحدة معقدة. معظم المهام، المعرفة وفق هذه الطريقة، تستمر مدة عشرين حتى ثلاثين دقيقة.

## التمحور في المهام الرياضية

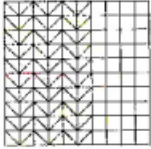
إن تمحورنا في المهام الرياضية مبنيّ على الفكرة القائلة بأن المهمة المستخدمة في الصف تشكّل قاعدة لتعلم التلاميذ 1988 (Doyle). وتؤدي المهام التي تطلب من التلميذ القيام بعمليات ترديد بشكل روتيني إلى نوع واحد من الفرص لتفكير التلميذ؛ المهام التي تطلب من التلميذ أن يفكر بشكل مفاهيمي، وتحفز التلاميذ على إيجاد علاقات تؤدي إلى مجموعة أخرى من فرص التفكير. ويؤدي التأثير اليومي المتراكم لفعاليات الصف المرتكزة على المهام إلى تطور أفكار خفية لدى التلاميذ حول طبيعة الرياضيات- حول ما إذا كانت الرياضيات شيئاً يمكن أن يكون مفهوماً لهم بشكل شخصي، وحول الوقت والعمل الصعب اللذين يتطلبهما الوصول إلى ذلك.

### الشكل 1: توجهات بمستوى منخفض مقابل مستوى عالٍ لمهمة إيجاد علاقات بين التمثيلات المختلفة للكميات الكسرية

#### متطلبات المستوى العالى

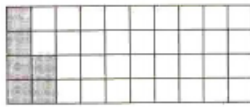
##### عمليات مع علاقات

جدوا بواسطة شبكة المربعات  $10 \times 10$  الكسر العشري والنسبة المئوية المساوية للكسر  $3/5$ .  
جواب التلميذ المتوقع:

النسبة المئوية	الكسر العشري	الكسر	الرسم
$0.60 = 60\%$	$\frac{60}{100} = 0.60$	$\frac{3}{5}$	

##### عمل الرياضيات

ظنوا 6 مربعات صغيرة في مستطيل ذات  $10 \times 4$ . اشرحوا بمساعدة المستطيل كيف يمكن تحديد كل واحد من الاعداد التالية: (أ) النسبة المئوية للمساحة المظللة، (ب) الكسر العشري للمساحة المظللة. (ت) الكسر العادي للمساحة المظللة.  
إحدى أجوبة التلميذ الممكنة:



(أ) عمود واحد هو 10%، لأن هنالك 10 أعمدة. وهكذا، 4 مربعات هي 10%. لذلك يشكل المربعان نصف عمود ونصف الـ 10%، أي 5%. لذلك فإن 6 مربعات مظللة تساوي 10% زائد 5%، أو 15%.

(ب) عمود واحد هو 0.1، لأنه يوجد 10 أعمدة. في العمود الثاني مربعان مظللان فقط، وذلك هو نصف الـ 0.1، أي 0.05. وهكذا 6 مربعات مظللة تساوي 0.1 زائد 0.05 ويساوي 0.15.  
(ت) ستة مربعات مظللة من 40 مربعاً هي  $6/40$ ، وتساوي  $3/20$  بعد اختزالها.

#### متطلبات المستوى المنخفض

##### الترديد

ما هي الكسور العشرية والنسب المئوية المساوية للكسرين:  $1/2$  و  $1/4$ ؟  
جواب التلميذ المتوقع:

$$\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

$$\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

##### عمليات بدون علاقات

حولوا الكسر  $3/8$  الى كسر عشري ونسبة مئوية.

جواب التلميذ المتوقع:

الكسر	الكسر العشري	النسبة المئوية
$\frac{3}{8}$	$0.375$	$0.375 = 37.5\%$

يوضّح المثال في **الشكل 1** أربعة طرق يمكن أن نتناول عن طريقها مهمة تحديد العلاقات بين الكسور العادية وبين ما يساويها من الكسور العشرية والنسب المئوية. وتلقي كل واحدة من هذه الطرق نوعاً آخر من المطالب الإدراكية على التلميذ. وكما يظهر في الجهة اليمنى من الصورة، يتكون توجه المستوى المنخفض للمهمة من استظهار الاشكال المساوية للكسور المعينة، مثلاً،  $\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$ ، أو تحويل الكسور العادية إلى نسب

مئوية أو كسور عشرية بواسطة التحويل الحسابي العادي في غياب سياق أو معنى إضافي، مثلاً، تحويل الكسر  $\frac{3}{8}$  إلى الكسر العشري 0.375 عن طريق قسمة البسط على المقام أو تغيير 0.375 إلى نسبة مئوية عن طريق تحريك النقطة (الفاصلة) العشرية منزلتين إلى اليمين. عند استعمال توجهات المستوى المنخفض هذه عادة ما يحل التلاميذ العديد من المسائل المشابهة، عشرين أو أكثر، خلال مهمة معينة. يمكن للتوجه الآخر للمهمة ذاتها- التوجه الذي يعرض مطالب المستوى العالي- أن يوظف أيضاً عمليات حسابية، لكن عن طريق **بناء علاقات مع المعاني الحسابية** للكسور العادية والكسور العشرية والنسب المئوية. إحدى الطرق لبناء مثل هذه العلاقات هي تشجيع التلاميذ على التمسك بمفهوم علاقات الجزء- الكل عن طريق العمل مع شبكة المربعات  $10 \times 10$ .

ويمكن الطلب من التلاميذ، كما يظهر في الجهة اليمنى العليا من **الشكل 1**، أن يستعملوا شبكة المربعات لتوضيح كيف تمثل 0.6 نفس الكمية التي يمثلها الكسر  $\frac{3}{5}$ ، أو 60%. كذلك، يمكن الطلب من التلاميذ أن يسجلوا نتائجهم في لائحة تحتوي على تمثيلات عشرية وكسرية ونسب مئوية ورسمات، متيحين لهم إنشاء علاقات بين التمثيلات المختلفة وإعطاء معنى لعملهم عن طريق الإشارة إلى التمثيل بواسطة الرسم للكمية في كل خطوة يقومون بها.

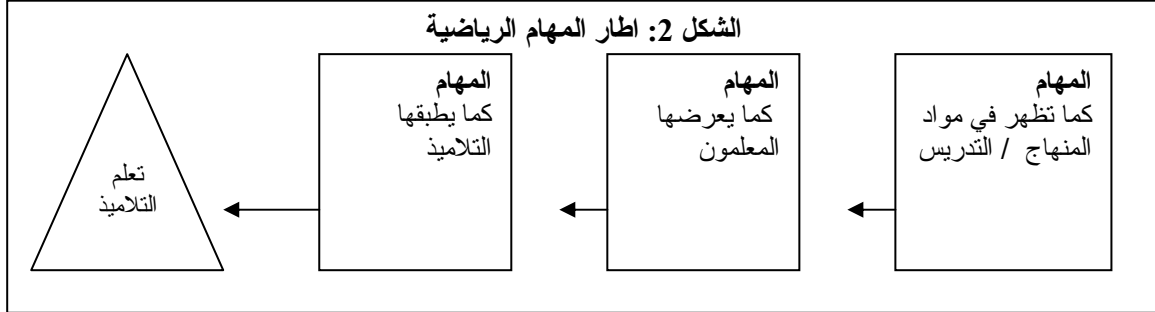
هنالك توجه مستوى عالٍ آخر للمهمة - توجه **عمل الرياضيات** - الذي قد يستلزم الطلب من التلاميذ استكشاف العلاقة بين الدروب المختلفة لتمثيل كميات كسرية. ولا يتم إعطاء التلاميذ، في البداية على الأقل، عمليات التحويل التقليدية. ويمكنهم، ثانياً، استعمال شبكة المربعات؛ لكن هذه المرة يمكن استعمال شبكات مربعات ذات مساحات مختلفة، وليس شبكة المربعات  $10 \times 10$  فقط. مثلاً، يمكن أن نطلب من التلاميذ أن يظلوا ستة مربعات من مستطيل ذات  $10 \times 4$ ، وبعد القيام بذلك يمكن أن نطلب منهم تمثيل المساحة المظللة كنسبة مئوية وككسر عشري وككسر عادي. وعندما يستعمل التلاميذ الرسم البصري لحل هذه المسألة، يجدر تشجيعهم على تطبيق فهمهم لمفاهيم الكسر العادي والكسر العشري والنسبة المئوية في طرق جديدة. مثلاً، بعد أن يقوم التلميذ بتظليل ستة مربعات يجب عليه تحديد العلاقة بين المربعات الستة وبين مجموع المربعات في المستطيل. نرى في **الشكل 1** مثالا على إجابة التلميذ توضّح نوع التعليل الرياضي

3

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching In the Middle School*, copyright © 1998 by the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

المستعمل للحصول على جواب منطقي قابل للتبرير. وبعكس توجه المستوى المنخفض الذي جرى بحثه سابقاً، عندما يتم استعمال توجيهي "عمل الرياضيات" و "عمليات مع علاقات" أنه عادة ما يحل التلاميذ عدداً أقل من المسائل، قد يصل أحياناً الى مسألتين او ثلاث خلال مهمة معينة.

### التمحور في مراحل المهام



يُميّز إطار المهام الرياضية، كما يظهر في الشكل 2، بين ثلاث مراحل تمر بها المهمة: الاولى، كما تظهر في مواد المنهاج أو التدريس على صفحات الكتب التعليمية والمواد المساعدة وما شابه ذلك؛ بعدها، كما يعرضها أو يتحدث عنها المعلمون؛ وأخيراً، كما يطبقها التلاميذ عملياً في الصف - بكلمات اخرى، الطريقة التي يعمل بها التلاميذ على المهمة. ويتم النظر إلى جميع هذه المراحل، خاصة مرحلة التطبيق، على أنها تأثيرات هامة على ما يتعلمه التلاميذ عملياً، كما يوضح الشكل 2.

عادة ما تتغير طبيعة المهام خلال مرورها من مرحلة إلى أخرى. وبكلمات أخرى، المهمة التي تظهر في مواد المنهاج أو التدريس لا تشبه دائماً المهمة التي يعرضها المعلم؛ وتباعاً لذلك، فهي ليست نفس المهمة التي ينفّذها التلاميذ. لقد تمتّ معاينة تطور المهام لدى مرورها من مرحلة عرض المعلم لها إلى مرحلة التنفيذ عن قرب في صفوف مشروع QUASAR (انظر Stein, Grover, and Henningsen 1996). وتبيّن، أحياناً، أنه يتم تنفيذ مهام المستوى العالي من خلال طريقة يقوم فيها التلاميذ بالتفكير والتعليل بطرق مركبة وذات معنى. لكن، المهام التي تم وضعها في مستويات عالية من المتطلبات الإدراكية من تفكير التلاميذ تغيّرت أحياناً بشكل مثير من ناحية كيفية عمل التلاميذ عليها فعلياً. ويمكن للتعرف على هذه الظاهرة أن يكون تمحوراً مثيراً في التفكير بتأمل.

## تطبيق الإطار: قضية السيدة برادفور

لقد رأينا خلال عملنا كيف يمكن لإطار المهام الرياضية أن يقدم للمعلمين تفكيراً بتأمل في تطور دروسهم. وبعد أن تعلم المعلمون عن الإطار بدأوا في استخدامه كعدسة للتفكير بتأمل في أسلوب تدريسهم، وكلفة مشتركة للتباحث في التدريس مع زملائهم. خذوا على سبيل المثال قضية تريزا برادفور (اسم مستعار)، وهي معلمة تعمل معها منذ عدة سنوات. فقد قامت تريزا بشكل روتيني باختيار مهام المستوى العالي التي قدمت لتلاميذها فرصاً لاستكشاف أفكار ومفاهيم رياضية بطرق ذات معنى. إحدى هذه المهام كانت "قذف عجلات على الهدف". فقد طُلب من التلاميذ تصميم لعبة لاحتفال تجنيد أموال في مدرستهم وتم تقديم تعليمات أولية لهم. وكان على اللاعب قذف حلقة على لوح لعب. وإذا سقطت الحلقة بصورة كاملة على شكل معين دون أن تمسّ أيّاً من الخطوط فاز اللاعب بكنزة. وإذا مسّت الحلقة أيّاً من الخطوط على لوحة اللعب يخسر اللاعب. وتُترك الأمور للتلاميذ كي يقرّروا كم عدد الأشكال على لوح اللعب وماذا سيكون حجمها كي يستطيع مجتد الأموال تحقيق ربح، إذا فرضنا أن ثمن قذف ثلاث عجلات دولار واحد، وثمان الكنزة الواحدة 4 دولارات.

زوّدت تريزا التلاميذ بالعديد من المواد- أوراق مسطّرة بمربعات بمساحات مختلفة، وعصيّ مدرجة للقياس، ومساطر، وعجلات، وأقلام تعليم ومقصّات - من أجل بناء لوح اللعب، وعمل طلابها طيلة فترة الحصة على التصميم والمعاناة. وعلى الرغم من أن تريزا خطّطت أن يكون هذا الدرس تمريناً في استكشاف الرياضيات من شأنه أن يوسّع تفكير التلاميذ ويتيح لهم تقديم حلول عديدة ممكنة وتعليقات ملائمة، كان التطبيق الفعلي مخيباً للآمال. وبدا التلاميذ مرتبكين بسبب تعدّد الاختيارات التي توجّب عليهم أن يتخذوها، والحاجة إلى أخذ قرار لبناء المهمة. وبعد عشرين دقيقة كان على تريزا أن ترشد التلاميذ في تصميم لوحات اللعبة. ووجدت نفسها تسأل أسئلة وبعد وقت قصير تجيب عنها بنفسها بدلاً من التلاميذ. ولم يكن مفاجئاً أن تكون ألواح اللعبة، في النهاية، متشابهة بدلاً من أن تكون متباينة! بعد عدة أشهر من مهمة قذف العجلات، حضرت تريزا مؤتمراً عُرض فيه "إطار المهام الرياضية". وعندما أخذ المحاضر يشرح أنه لا يتمّ دائماً تنفيذ المهمة كما هو مطلوب، التفتت تريزا في الحال إلى الخلف نحو زميل لها - باحث جلس خلفها وقالت له بحماس، "هذا ما حدث لقذف الحلقة!" وأدركت تريزا بعد المزيد من التفكير بتأمل والنقاش أن غياب التجربة المسبقة لدى التلاميذ في المهام ذات النهاية المفتوحة جعلهم غير مرتاحين عندما عُرضت عليهم مهمة لم يعرفوا كيف يحلونّها على الفور. وكانت ميولهم - التي جرى تعزيزها خلال تجارب سنوات في المدرسة - أن ينتظروا حتى يبيّن لهم أحد ما، عادة المعلم، كيف يقومون بالعمل. وقعت تريزا في هذا الشرك عن غير قصد لأنها شعرت فيه براحة كبيرة. ألم يكن من المفروض أن تكون هي "الذكية"- الشخص الذي بحوزته كل الأجوبة؟

قبل أن تتعرف على إطار المهام الرياضية، كان لتريزا شعور عام أنه يمكن للفعاليات أن تكون أفضل من ذلك، لكنها لم تكن قادرة على الإشارة بالتحديد إلى مصدر الصعوبة. وقد وقر لها الإطار لغة لتصف بها الأحداث التي جرت في صفها ولتفهم لماذا لم تسر الأمور كما توقعت لها أن تسير.

### استخدام الاطار للتفكير بتأمل

لقد أثبت الإطار لتريزا وزملائها في مدرسة "ريدجوي" أنه أداة قوية عندما حاولوا تقديم المزيد من المهام الإدراكية المركبة وذات المعنى لتلاميذهم. وقد قرروا، خلال السنة الدراسية 1994-1995 الالتقاء، مرة في الشهر، من أجل المشاركة بالآراء وتقديم الدعم المعنوي الواحد للآخر. ووصف معظم المعلمين، خلال هذه اللقاءات، الدروس التي أرادوا المساعدة بها؛ وبدأ البعض في مشاركة الزملاء بتسجيلات فيديو لدروسهم.

**قضية رون كاسيلمان: الجزء 1:** في لقاء ما في بداية الربيع، قرّر رون كاسيلمان (اسم مستعار)، وهو معلم الصف السابع في مدرسة ريدجوي، أن يشارك زملاءه بتسجيل فيديو لدرس عرض فيه مهمة "عمل الرياضيات" التي عُرضت في الشكل 1. وعلى الرغم من أن التلاميذ نجحوا في حل المسألة، إلا أنه بقي لديه شعور بأن الأمور سارت أسرع مما يجب. وبالاستناد إلى المحادثة التي كانت له مع تريزا، كان لديه إحساس بأن إطار المهام الرياضية يمكنه أن يكون طريقة مفيدة للتفكير بالدرس. وطلب من زملائه المساعدة في تطبيق الإطار في درسه.

بدأ الفيديو بعرض رون المهمة على تلاميذه. ثم شرح لهم بحذر أنه يريد أن يظلوا ستة مربعات من شبكة مربعات مستطيلة  $4 \times 10$  ثم حساب النسبة المئوية والكسر العشري والكسر العادي للمستطيل المظلل، وفقاً لهذا التسلسل. ومع بدء مرحلة تطبيق المهمة ذكر رون تلاميذه أنهم سيحتاجون إلى تفسير الأجوبة التي سيحصلون عليها. وسرعان ما دخل التلاميذ ارتباكاً عندما حاولوا حساب النسبة المئوية التي تمثلها ستة المربعات المظلمة من 40 مربعاً. وبدأت الأيدي ترتفع في الهواء عندما بدأ التلاميذ يدركون أن العمليات الحسابية التي تعلموها كانت غير مجدية. وواجه رون نفس السؤال في الوقت الذي تنقل به من طاولة إلى أخرى، "كيف نفعل ذلك؟"

أعاد رون، لفترة قصيرة، الأسئلة إلى تلاميذه قائلاً لهم إنه من واجبهم إجراء الحساب. لكن، عندما أصبح التلاميذ قلقين أكثر فأكثر إزاء عدم تقدمهم أخذ رون يخبرهم أنه ربما من الأفضل البدء بالكسر العشري أولاً. لم تكن لمعظم التلاميذ أي صعوبة في الوصول إلى أن ستة المربعات المظلمة تكون  $6/40$ . وبعدها وجدوا الكسر العشري عن طريق قسمة 6 على 40 وحصلوا على 0.15 ثم انتقلوا إلى طريقة "جرب وحقّق" في نقل الفاصلة العشرية منزلتين إلى اليمين لتحويل 0.15 إلى 15 بالمئة. وما بدأ كمسألة عسيرة تم حلها في دقائق قليلة!

6

Translated and reprinted with permission from *Mathematics Teaching In the Middle School*, copyright © 1998 by the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

عندما طلب رون مردود عن الدرس، علّق أحد زملائه أنه عن طريق التقدّم في المسألة بهذا الشكل تخلّى التلاميذ كلياً عن التفكير بالرسم التخطيطي، وبالتالي عن معنى الكسر العشري والنسبة المئوية والكسر العادي. ووجد معلم آخر أنه من اللافت للنظر أن التلاميذ لم يبدوا أي ميول لفحص معقولة الأجوبة التي توصلوا إليها مقابل الرسم التخطيطي. وبعد المزيد من التباحث، اتفق المعلمون أنه بإذعانه إلى طلبات التلاميذ "كيف نفعل ذلك؟" اختزل أو ألغى رون التحدي والناحية المنطقية من المهمة، مؤدياً بذلك إلى حرمان التلاميذ من فرصة تطوير مهارات التفكير والتعليل والفهم الرياضي ذات المعنى. وقرّر المعلمون، عن طريق استعمال إطار المهام الرياضية، أنه تم عرض المهمة بمستوى عالٍ لكن تطبيقها كان على مستوى منخفض جداً. في النهاية، بقيت للتلاميذ مهمة تطلبت، فقط، أن يطبقوا عملية بدون ربطها بالمعنى الكامن وراء المهمة.

**قضية رون كاسلمان: الجزء 2:** قدّر رون تعليقات زملائه، على الرغم من أنه ربّما أراد في البداية أن يسمعهم يقولون، "لقد كان درساً رائعاً"، لكنه أدرك أن مردوداً كهذا لم يكن مفيداً. ولم يفكر رون، قبل لقاء المعلمين، بتأثير عمله على تعلم التلاميذ. وبعد أن راجع عمل التلاميذ لاحقاً، أدرك أنه لم ير أي إثبات على أن التلاميذ أولوا أي انتباه للرسم التخطيطي. وبعد تأمل الدرس مع زملائه أدرك أنه ساهم هو نفسه في جعلهم يتعدون عن الرسم التخطيطي عن طريق تدخله واقتراحه أن يبدأوا بالكسر العشري.

لاحقاً في نفس الأسبوع، عرض رون مهمة "عمل الرياضيات" ذاتها في صف آخر. وكان رون هذه المرة أوضح في ذهنه بالنسبة لنوع تفكير التلاميذ الذي يريد أن يشجعه خلال مرحلة تطبيق المهمة. ومن أجل المحافظة على مستوى عالٍ للمهمة، أراد أن يساعد تلاميذه في التوصل إلى طرقهم الخاصة في حل المهمة عن طريق استخدام الرسم التخطيطي، على عكس الاعتماد على عمليات تم تعلمها سابقاً. وقد علّل رون أنه إذا اقترح تلاميذه استراتيجيات تستند إلى الرسم التخطيطي واختبروها فإن التعامل ذا المعنى مع مفاهيم النسبة المئوية والكسور العشرية والكسور العادية سوف يظهر بشكل طبيعي.

اقترح رون على التلاميذ، هذه المرة، أن ينظروا بتمعّن إلى المستطيل، وأن يلاحظوا عدد المربعات فيه وكيفية ترتيبها في أعمدة وأسطر، بدلاً من الإذعان إلى طلبهم في التبسيط. ولاحظ، خلال تجوّله في الصف، أن التلاميذ الذين يحرزون التقدّم هم هؤلاء الذين انتبهوا إلى أن كل عمود يمثل عُشر المستطيل وظلّلوا ستة مربعات، كما لو أنهم "يملأون" عموداً ونصف العمود. وعلّل هؤلاء التلاميذ أنه، إذا كان العمود الواحد 10% فسيكون "العمود والنصف" 15%. والتلاميذ الذين واجهوا صعوبة أكثر كانوا هؤلاء الذين استخدموا مستطيلات لم تكن المربعات المظلمة فيها في أعمدة وإنما في تشكيلات أخرى. وقد ساعد هؤلاء التلاميذ في أن يجدوا طرقاً أخرى للوصول إلى النسبة المئوية عن طريق طرح أسئلة تتيح لهم الاعتماد



على التشكيلات المعينة التي قاموا بتظليلها. وتظهر عدة أمثلة على استراتيجيات التلاميذ وأسئلة رون في الشكل 3.

شجعت مساعدة رون التلاميذ على المثابرة في حساب النسبة المئوية، والأهم من ذلك، جعلت الطلاب يفكرون ماذا تعني النسبة المئوية بالنسبة لهذا الرسم التخطيطي المعين. وبالرغم من أنه استغرق إنهاء هذه المسألة حصة كاملة، تقريبا، وجد رون أن تكريس الوقت كان مجدياً. ومع نهاية الدرس عرض عدد من التلاميذ استراتيجيات بديلة بواسطة البروجيكتور أمام الصف. حتى وفوجئ رون من عدد الطرق المختلفة التي حلّ التلاميذ المسألة بها! وفي نهاية الدرس، كان رون تعباً لكنه راضٍ. فهو لم يصغ للتلاميذ بهذه الكثرة من قبل - وبعدها حاول أن يساعدهم استناداً إلى معرفتهم السابقة. لقد كان فرحاً بما كان بمقدور تلاميذه القيام به، خاصة كيف كانوا قادرين على استعمال فهمهم للنسبة المئوية لحلّ المهمة.

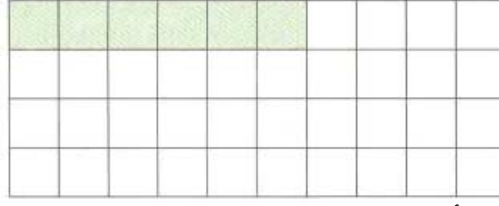
### معلمو ريدجوي يناقشون لماذا:

بعد فترة وجيزة من ذلك رتبنا أن نلتقي برون وتريزا وزملائهما في مدرسة ريدجوي لمناقشة الطرق التي كان بها إطار المهام الرياضية مفيداً لهم. وكان رون تواقاً لأن يشاركنا تجاربه كما تم وصفها سابقاً. وقد شدّد على كم كان من المهمّ أن يستطيع تركيز انتباهه على بعض النواحي من تعليمه. وقد شعر رون عن طريق النظر إلى المهام التي استخدمها وكيف عمل هو وتلاميذه عليها بأنه كان قادراً على التركيز بشكل أكبر على ماذا كان التلاميذ يتعلمون. وقد علّق أنه كان من السهل جداً أن تكون غارقاً بما تقوم به حتى أنك كنت تفقد رؤية ماذا كان التلاميذ يتعلمون من التجربة.

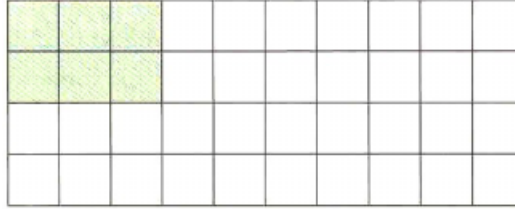
وصف عدد من المعلمين الآخرين، خلال اللقاء، مقاطع من صفوفهم، تضمّنت مهامّ جرى تطبيقها بطرق تدعم تفكير المستوى العالي ومهامّ جرى تطبيقها بطرق أخرى. وعندها سألنا المعلمين لماذا، حسب رأيهم، تجري أو لا تجري المهام كما هو مخطط، وهل يستطيعون تحديد العوامل المتعلقة بالمحافظة على المهمة أو تدهورها؟ استهل رون حديثه بالإشارة إلى أنه في الصف الذي استعمل فيه مهمة الكسر العادي والنسبة المئوية والكسر العشري لأول مرة كان العامل الأساسي المتعلّق بتدهور المهمة طلبه من تلاميذه أن يبدأوا بالكسر العادي. وعندما قاموا بذلك، أضاف موضحاً، كان بمقدورهم الاعتماد كلياً على عمليات تم تعلمها سابقاً. وعلقت تريزا بأن ما قامت به مع مهمة قذف الحلقة كان مشابهاً جداً لما وصفه رون. وأضافت تريزا، على أنه بالرغم من عدم استطاعة التلاميذ استعمال عمليات بسيطة لحلّ المهمة، فقد قامت بإعطائهم وصفا خطوة تلو الأخرى لما كان يجب عمله. وواصل المعلمون اقتراح عوامل أخرى تتعلّق بتدهور المهمة، مثل إدارة الصف والقليل أو الكثير من الوقت وعدم محاسبة التلاميذ.



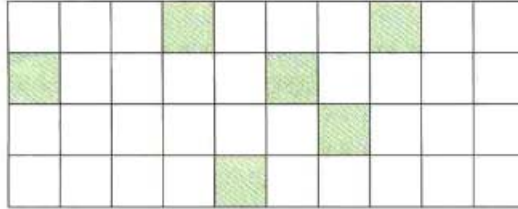
الشكل 3: أسئلة رون وفقاً لطرق تلوين التلاميذ



(أ) ما هي النسبة المئوية لكل سطر؟



(ب) ما هو عدد المجموعات المشابه التي يمكن إدخالها في المستطيل؟



(ت) ما هي النسبة المئوية لكل مربع؟

بدأ المعلمون، عندها، بالتخمين حول العوامل التي يمكنها دعم المحافظة على المهمة بمستوى عالٍ. وبدأوا بالقول إن بعض هذه العوامل قد تكون "نقيض" القائمة الأولى - عدم تحويل المهمة إلى مهمة يتم حلها بواسطة العمليات وإعطاء الوقت الكافي وجعل التلاميذ مسؤولين عن تفكير المستوى العالي. وأضافوا، إضافة إلى ذلك، أن الشيء الأكثر أهمية هو إيجاد طريقة لمساعدة التلاميذ على التقدم بدون الكشف عن الحل أو عن طريقة الحل. وشرح رون مدى صعوبة العمل في هذا التوجه، وأنه أدرك في النهاية الكم الإضافي من التلاميذ الذين تعلموا من خلال العمل على المسألة بدلاً من تسليمهم العملية ليسيروا حسبها.

في هذه المرحلة من النقاش، أشرنا إلى أنه حدّدنا في بحثنا العوامل المتعلقة بالمحافظة على متطلبات المستوى العالي وانهيارها، وهي تتضمن كل العوامل التي ذكرها المعلمون، إضافة إلى المزيد من العوامل. وأضافنا أنه تم اشتقاق قائمتنا (التي تظهر في الشكل 4) من دراسة 150 مهمة جرى استعمالها على مدار ثلاث سنوات في أربع مدارس مختلفة. هز المعلمون برؤوسهم وهم يراجعون القائمة، كعلامة على موافقتهم على العوامل التي حدّدناها. وعلّقت إحدى المعلمات قائلة إنها توافق على جميع العوامل التي تعرفنا عليها

ويمكنها التفكير بحالات من الممكن أن يكون قد أدى فيها كل واحد من هذه العوامل إلى نجاح أو فشل الدرس. وأضافت انه لم يكن بمقدورها التعبير بشكل واضح عن كل واحد من العوامل. وقالت، مثلاً، انها عادة ما أعطت التلاميذ قاعدة تحدّد المعايير التي يمكن استخدامها لتقييم مسألة معينة، وبذلك تكون قد "تم تزويد التلاميذ بوسائل لمراقبة تقدمهم"، لكنها لم تفكر بهذه القاعدة على أنها عامل مساهم في المحافظة على العمل الإدراكي ذي المستوى العالي. وبنظرة استعدادية، فهي تقر أن "الأمور جرت بشكل أفضل عندما حصل التلاميذ على القاعدة."

وبدا وكأن القائمة تضع في كلمات مجموعة من عوامل الصف والظروف التي تعرّف عليها المعلمون في الحال. وبالرغم من أن العديد من العوامل عكست الممارسات الشائعة لدى المعلمين، مثل إقامة علاقات مفهومية بشكل متواتر، والبناء على المعرفة السابقة للتلاميذ، فانهم لم يربطوا هذه الأعمال والقرارات مع التطبيق الناجح للمهمة قبل ذلك.

### استخدام الإطار في الصف

ليس من المقصود أن يكون الإطار وصفة صارمة: بل إنه أداة للتفكير بتأمل. وعندما يجري استعماله بصورة جيدة فهو من المفروض أن يشدّ الانتباه لما يفعله ويفكر به التلاميذ خلال دروس الرياضيات. مقابل ذلك، يساعد هذا التركيز المعلم في تعديل إرشاده ليكون أكثر استجابة ودعمًا لمحاولات التلاميذ في التعليل وإيجاد المنطق في الرياضيات. وجد رون كسلمان الإطار مفيداً في مجهوده لدعم عمل التلاميذ على مهام المستوى العالي. وفهم رون بمساعدة زملائه كيف كان عمله في الصف مؤثراً على تعلّم التلاميذ. إن وجود زملاء داعمين يؤدون دور "موجهة الصوت" ويستطيعون تقديم مردود بناء هو أمر قيّم. غير أنه من الممكن استعمال الإطار في أوضاع مختلفة. سنقدم في الفصول التالية اقتراحين حول كيف يمكنك أن تبدأ في استخدام الإطار كأداة للتفكير بتأمل في عملك.

## الشكل 4: العوامل المتعلقة بالمحافظة على المتطلبات الإدراكية ذات المستوى العالي وندورها

العوامل المتعلقة بالمحافظة على المتطلبات الإدراكية ذات المستوى العالي:

1. توفير الدعم لتفكير التلميذ وتعليه.
2. إعطاء التلاميذ الوسائل لمراقبة تقدمهم.
3. يعرض المعلم أو التلاميذ الموهوبون أداء ذات مستوى عال.
4. يضغط المعلم للحصول على تبريرات وتفسيرات ومعان من خلال طرح الاسئلة والتعليقات والمردود.
5. المهام مستندة إلى معرفة التلاميذ المسبقة.
6. ينشئ المعلم بشكل متكرر علاقات مفاهيمية.
7. يتم تخصيص الوقت الكافي للاستكشاف، ليس أكثر من اللازم ولا أقل من اللازم.

العوامل المتعلقة بتدهور المتطلبات الإدراكية ذات المستوى العالي:

1. تتحول النواحي الصعبة من المهمة الى روتين (مثلاً، يضغط الطلاب على المعلم كي يقلص من تعقيد المهمة عن طريق تحديد واضح للعمليات أو الخطوات التي يجب القيام بها؛ "يستولي" المعلم على التفكير والتعليل ويخبر التلاميذ كيف يتم حل المسألة).
2. يحول المعلم التوكيد عن المعنى أو المفاهيم أو الفهم إلى صحة الجواب أو الجواب الكامل.
3. لم يتم توفير الوقت الكافي لتناول النواحي الهامة من المهمة، أو توفير أكثر من اللازم من الوقت وعندها ينحرف التلاميذ إلى سلوك لا علاقة له في المهمة.
4. مشاكل في إدارة الصف تمنع العمل المستديم على الفعاليات الإدراكية ذات المستوى العالي.
5. المهمة غير ملائمة لمجموعة معينة من التلاميذ (مثلاً، لا يعمل التلاميذ على الفعاليات الإدراكية ذات المستوى العالي بسبب غياب الاهتمام أو الحافز أو المعرفة المسبقة اللازمة للأداء؛ توقعات المهمة غير واضحة بشكل كاف لتضع التلاميذ في الحيز الإدراكي الصحيح).
6. عدم تحميل التلاميذ مسؤولية منتجات أو عمليات المستوى العالي (مثلاً، رغم مطالبتهم بتفسير تفكيرهم يتم قبول تفسيرات غير واضحة أو غير صحيحة؛ يحصل التلاميذ على انطباع بأنه لن "يحسب" عملهم في العلامة).

## معلمون يشاهدون معلمين

إعمل مع زميل لك على إعداد برنامج ثابت كي تشاهده أنت وكي يشاهدك هو. وبعد ذلك تلتقيان لمناقشة الدرس وتقديم اقتراحات للتحسين. ويمكن استعمال الإطار لتوجيه تلك الأمور التي تبحث عنها والتي تتكلمان عنها فيما بعد.

عندما تشاهد، فكر جيداً بالرسائل التي يتم نقلها للتلاميذ حول ماذا من المتوقع أن يفعلوا وكيف سيفعلونه وأي موارد سيستعملون. قد تريد أن تحل المهمة بسرعة كي تتأكد من أنك تفهم ما المطلوب لحلها. وفي الوقت الذي يعمل به التلاميذ على المهمة تجول في الغرفة من طاولة إلى أخرى أو من مجموعة إلى أخرى، واصغ وراقب عن كثب كي ترى ما هو عمق تعامل التلاميذ مع الأفكار الرياضية الهامة. هل يتعامل التلاميذ مع المعاني الرياضية خلال عملهم؟ هل تركز أقوالهم على تعليل وإثبات رياضي؟ أم لا يزالون في مستوى عمليات التريديد والرموز المنفصلة عن الأفكار الأساسية؟

وبعد ذلك، ومن المفضل قبل نهاية اليوم، التقيا لمناقشة المشاهدات. ابدأ بالاتفاق على الجزء من وقت التدريس الذي يتضمن "المهمة" وعلى ما يُعتبر كمراحل عرض المهمة وتطبيقها. وبعدها ناقشا المطالب الإدراكية في كل مرحلة. يعمل هذا الجزء من المحادثة بشكل أفضل عندما يقدم المشاهد رأيه بالنسبة للمطالب الإدراكية للمهمة أولاً؛ بعدها يقدم المعلم تعليقه على رأي المشاهد ويشير إلى ما إذا كان يوافقه الرأي أو لا ولماذا. في هذه الطريقة يكون المشاهد مرغماً على تقديم تغذية مرتجعة نقدية وأن لا يتغاضى عن اختلافات الرأي، المهمة جداً للتطور.

إذا اتفقتما على أنه تم عرض مهمة واحدة أو أكثر بمستوى عال من المطالب الإدراكية، استمروا في مناقشة ما إذا تمت المحافظة على تلك المطالب في مستوى عال خلال مرحلة التطبيق أم تدهورت إلى عمل ذات تحد أقل. في كلتا الحالتين، قسم جوهري من هذا الجزء من المحادثة هو تحديد عوامل الصف (انظر إلى القائمة في شكل 4) التي أثرت على المحافظة على المستوى الإدراكي للمهمة أو تدهورها. ويجد معظم المعلمين هذا الجزء من الإطار مثيراً جداً، ربما لأنه يقدم تفكيراً بتأمل مباشراً جداً للأشياء التي تسير جيداً أو الأشياء التي من الممكن تحسينها. كذلك يجب أن تقضيا بعض الوقت في مناقشة المهام التي تم تحديدها على أنها ذات مستوى منخفض في مرحلة العرض، والتمحور في كيفية تحويلها لتصبح ذات تحد أكبر.

## المعلمون يشاهدون أنفسهم

إذا لم يكن لديك زميل تشعر معه بالراحة أن تشاهده أو يشاهدك جرب تسجيل تعليمك بالفيديو. وعندها يمكنك تأمل تدريسك في وقت يلائمك، وبدون عجلة وبشكل خصوصي. وقد يوفّر استعمال الفيديو، في الحقيقة، أفضليات لا يمكن أن يوفرها التأمل المستند إلى

الذاكرة أو الملاحظات. مثلاً، ذكريات وقائع الصف ليست موضوعية مثل ما تم تصويره في الفيديو. كذلك يتيح لك الفيديو أن تشاهد قسماً منه ثم إعادة مشاهدته محاولاً التأكد مما جرى بالتحديد في عقول التلاميذ في الوقت الذي عملوا فيه على مهمة معينة.

### أدأ ما هو المكسب؟

لقد أظهرت الإثباتات التي تم جمعها من عشرات صفوف المدارس الاعدادية التابعة لمشروع QUASAR أن التلاميذ الذين كان أداءهم الأفضل في قياسات التعليل وحل المسائل المرتكزة على المشروع، كانوا من الصفوف التي تم عرض المهمات والتطبيق فيها على مستويات عالية من المتطلبات الإدراكية (Stein and Lane 1996). بالنسبة لهؤلاء التلاميذ، فقد تمت ترجمة الفرص التي سُنحت لهم للعمل على مهمات مثيرة في بيئة صف داعمة الى مكاسب تعليمية جديده، كما تم فحصها وفقاً لأداة تم تصميمها خصيصاً لقياس هذا النوع من نتائج تعلم التلاميذ بالتحديد التي تنادي بها معايير التعليم المهنية التابعة لـ NCTM.

### المصادر

- Doyle, Walter. "Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking during Instruction." *Educational Psychologist* 23 (February 1988): 167-80.
- Hart, Lynn C., Karen Schultz, Deborah Najee-ullah, and Linda Nash. "Implementing the Professional Standards for Teaching Mathematics: The Role of Reflection in Teaching". *Arithmetic Teacher* 40 (September 1992): 40-42.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1991.
- Silver, Edward A., and Mary K. Stein. "The QUASAR Project: The 'Revolution of the Possible' in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools". *Urban Education* 30 (January 1996): 476-521.
- Stein, Mary Kay, Barbara W. Grover, and Marjorie Henningsen. "Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms." *American Educational Research Journal* 33 (October 1996): 455-88.
- Stein, Mary Kay, and Suzanne Lane. "Instructional Tasks and the Development of student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project." *Educational Research and Evaluation* 2 (October 1996): 50-80.

## المراجع

- Bouck, Mary, Teri Keusch, and William M. Fitzgerald. "Implementing the *Professional Standards for Teaching Mathematics*: Developing as a Teacher of Mathematics." *Mathematics Teacher* 89 (December 1996): 769-73.
- Brown, Catherine A., and Margaret S. Smith. "Implementing the *Professional Standards for Teaching Mathematics*: Supporting the Development of Mathematical Pedagogy". *Mathematics Teacher* 90 (February 1997): 138-43.
- Romagnano, Lew R. *Wrestling with Change: The Dilemmas of Teaching Real Mathematics*. Portsmouth, N. H.: Heinemann Educational Books, 1994.