

## تطوير التفكير الهندسي من خلال الفعاليات التي تبدأ في اللعب

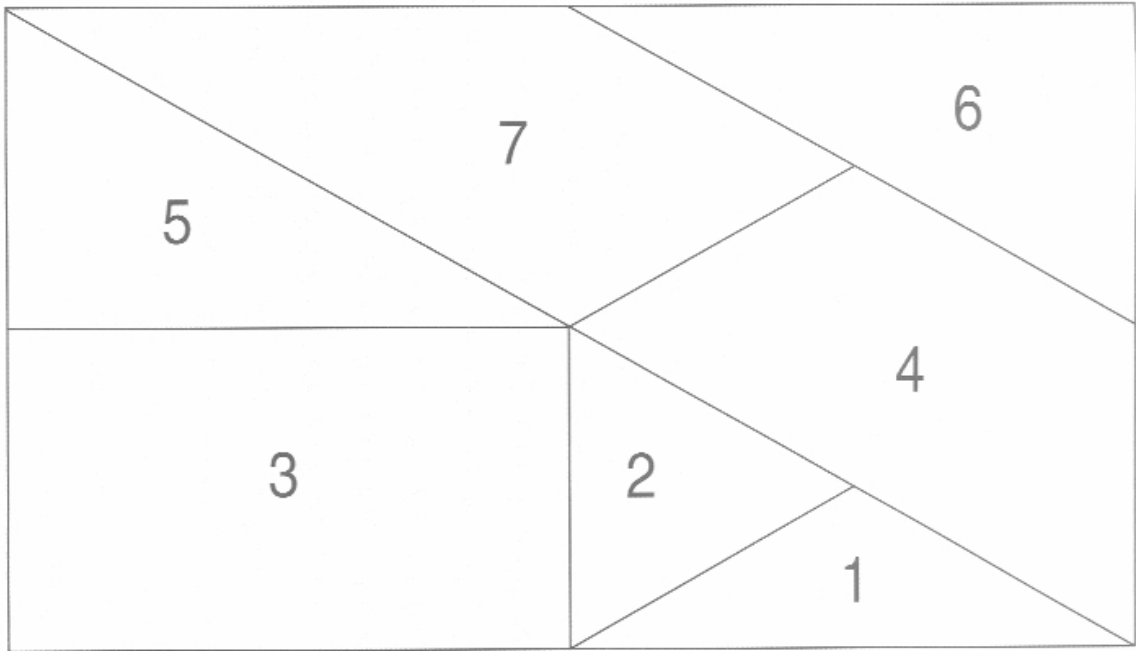
### Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play

بقلم: Pierre M. Van Hiele

نُشر في: Teaching Children Mathematics, February, 1999

ترجمة: كميل ظاهر

تبدأ الهندسة، بالنسبة للأطفال، باللعب. ويمكن توفير تدريس الهندسة الغني والمحفّز من خلال فعاليات اللعب مع الفسيفساء، مثل الأشكال الهندسية أو المربعات المصممة، ألعاب التنغرام أو الفسيفساء ذات القطع السبع (الأجزاء السبعة) التي تظهر في **الشكل 1**. قد يسأل المعلمون، كيف يمكن للأطفال استخدام الفسيفساء، وما هي الهندسة التي يتعلمونها من ذلك؟ قبل الإجابة على هذه الأسئلة، واستكشاف الامكانيات الكامنة في بازل الفسيفساء، أودّ الإشارة إلى بعض الاعتقادات الخاطئة في تدريس الرياضيات وعرض بعض من أفكاره حول مستويات التفكير في الهندسة.



الشكل 1: بازل الفسيفساء ذو القطع السبع – قوموا ببناء مجموعة كهذه لاستخدامها خلال قراءة المقال.

## الاعتقادات الخاطئة في تدريس الرياضيات

لقد شكّل تدريس الرياضيات المدرسية، الهندسة والحساب، مصدرًا للعديد من الاعتقادات الخاطئة. واستندت هندسة المرحلة الثانوية، لمدة طويلة، إلى الهندسة البديهية الرسمية التي وضعها أقليدس قبل أكثر من 2000 سنة. وكان بناؤه المنطقي للهندسة، مع البديهيات، التعريفات، النظريات والبراهين، في حينه، إنجازًا علميًا فذاً. وتفترض الرياضيات المدرسية التي تُعرض بأسلوب بديهي مشابه بأن الطلاب يفكرون على مستوى إستنتاجي رسمي (deductive).. ولكن، ليس هذا ما يحدث عادة، وهم يفكرون إلى الفهم المسبق المتعلق بالهندسة. ويؤدي هذا الافتقار إلى فجوة بين مستوى التفكير لديهم وبين التفكير الضروري للهندسة المتوقع منهم تعلّمها.

يمكن رؤية اعتقاد خاطئ مشابه في تدريس الحساب في المدارس الابتدائية. طورت الرياضيات بنيات بديهية في الحساب، كما فعل أقليدس مع الهندسة، الأمر الذي أثر على التفكير الحسابي في المدارس لاحقًا. اتخذت، في خمسينيات القرن الماضي، مع بياحيه، موقفًا ضد هذا الاعتقاد الخاطئ. ولكن، لم يحقق هذا الموقف شيئًا، لأنه تمّ، عندها، ترسيخ نظرية المجموعات على أنها أساس العدد، وتم تطبيق الحساب المدرسي المستند إلى المجموعات في جميع أرجاء العالم عن طريق ما جرت العادة على تسميتها "الرياضيات الجديدة". وسيطر الاعتقاد الخاطئ هذا على رياضيات المدارس على مدار العديد من السنوات، وأنت النهاية بعد الحصول عن نتائج سلبية. وكانت وجهة نظر بياحيه، التي أدمعها بحماسة، هي أن "عدم توفير أي تعليم على الإطلاق هو أفضل من توفيره في الوقت الخاطئ." يجب علينا توفير تعليم يلائم مستوى تفكير الأطفال.

## مستويات التفكير الهندسي

في أي مستوى يجب البدء في التدريس؟ تتعلق الإجابة على هذا السؤال، بالطبع، بمستوى تفكير الطلاب. سأبدأ في شرح ما أعنيه بمستويات التفكير من خلال التشاطر معكم في محادثة حول التفكير أجرتها ابنتاي اللتان كانتا في سن الثامنة والتاسعة آنذاك. كان السؤال عندها، إذا كنت مستيقظًا، هل أنت مشغول بالتفكير؟ لا قالت إحداهما. "أستطيع السير في الغابة ورؤية الأشجار وجميع الأشياء الجميلة الأخرى، ولكنني لا أفكر بأنني أرى الأشجار. إنني أرى الخنشار، مثلاً، وأنا أراه بدون أن أفكر." فإجابته الأخرى، "إدًا أنت كنت تفكرين، أو أنك عرفت بأنك كنت في الغابة ورأيت الأشجار، لكنك لم تستخدمي الكلمات." أخذت هذه المناظرة على محمل الجدّ وطلبت رأي هانس فرودنتال، وهو رياضي هولندي ومربي بارز. وكان استنتاجه واضحًا: التفكير بدون كلمات هو ليس بمثابة تفكير. عبّرت عن هذا الرأي في كتاب Structure and Insight (فان هيلي 1986)، ولم يكن علماء النفس راضين عن ذلك. وقد كانوا على حق: إذا كان التفكير غير اللفظي لا ينتمي إلى التفكير الحقيقي، فإننا لا نفكر معظم الوقت حتى لو كنّا في حالة من اليقظة. إن للتفكير غير اللفظي أهمية خاصة؛ تكمن جذور التفكير المنطقي في التفكير غير اللفظي، ويتم اتخاذ العديد من القرارات من خلال ذلك النوع من التفكير فقط. نحن نلاحظ أشياء من غير أن يكون لدينا أي كلمات بالنسبة لها، ونتعرف على أوجه الأشخاص الذين نعرفهم بدون أن نكون قادرين على وصف وجوههم. إن "أدنى" مستويات التفكير الهندسي هو **المستوى البصري**، الذي يبدأ بالتفكير غير اللفظي، ويتم الحكم

على الأشكال وفقاً لمظهرها. فنحن نقول "إنه مربع. إنني أعرف ذلك لأنني أراه." وقد يقول الأطفال، "إنه مستطيل لأنه يظهر على شاكلة الصندوق."

تكون الأشكال على المستوى التالي، **المستوى الوصفي** حاملة لخصائصها. يتوقف الحكم على الأشكال لأنها "تشبه شكلاً معيناً"، بل، بدلاً من ذلك، لأن لها خصائص معينة. على سبيل المثال، يوجد للمثلث المتساوي الأضلاع خصائص مثل؛ ثلاثة أضلاع، جميع الأضلاع متساوية؛ ثلاثة زوايا متساوية وجود تماثل انعكاسي وتماثل دوراني. وتكون اللغة، في هذا المستوى، هامة لوصف الأشكال. ولكن، لا يتم ترتيب الخصائص، على المستوى الوصفي، بطريقة منطقية، وهكذا لا يعني بالضرورة أن للمثلث المتساوي الأضلاع زوايا متساوية.

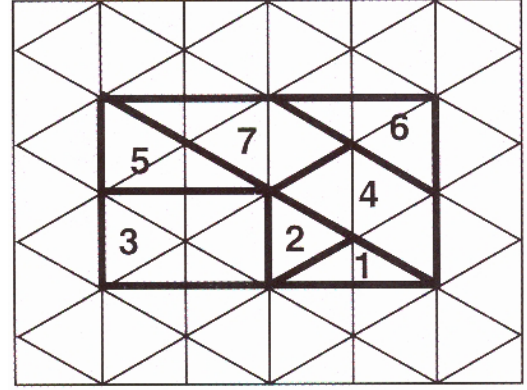
يتم ترتيب الخصائص بشكل منطقي في المستوى التالي، مستوى **الاستنتاج غير الرسمي** (deductive). ويتم استنتاج الخصائص الواحدة من الأخرى؛ خاصية معينة تسبق خاصية أخرى أو تليها. ويستخدم الطلاب الخصائص التي يعرفونها من قبل من أجل بلورة تعريفات للمربعات، المستطيلات والمثلثات المتساوية الأضلاع، على سبيل المثال، ويقوموا باستخدام هذه التعريفات لتبرير العلاقات، مثل تفسير لماذا جميع المربعات هي عبارة عن مستطيلات أو لماذا يجب أن يكون مجموع جميع الزوايا في مثلث ما 180 درجة. ولكن، لا يتم، في هذا المستوى، فهم المعنى الجوهرى للاستنتاج، أي، دور البديهيات، التعريفات، النظريات وعكسها. أفتعني تجربتي كمعلم للهندسة بأنه لا يصل الطلاب إلى هذه المرحلة من مستوى الاستنتاج غير الرسمي في العديد من الأحيان. ونتيجة لذلك، لا يكونوا ناجحين في دراستهم لنوع الهندسة التي وضعها أفليدس، والتي تتضمن الاستنتاج الرسمي. [يُنظر van Hiele و Fuys, Gedds, and Tischler (1988)، للحصول على المزيد من المعلومات بشأن المستويات].

كيف تطور الطلاب مثل هذا التفكير؟ أعتقد بأن التطور يعتمد على التعليم بشكل أكبر مما يعتمد على العمر أو النضج البيولوجي، وإن أنواع التجارب التعليمية يمكنها أن تعزز التطور أو تعيقه. وكما سأناقش ذلك في نهاية المقال، يجب أن يتضمن التعليم الهادف إلى تعزيز التطور من مستوى معين إلى المستوى الذي يليه تسلسلاً من الفعاليات، تبدأ بمرحلة الاستكشاف، بناء المفاهيم واللغة ذات الصلة بشكل تدريجي، وتنتهي بفعاليات تلخيصية من شأنها أن تساعد الطلاب على دمج ما تعلموه وما كانوا يعرفونه من قبل. وتوضح الفعاليات التالية هذا النوع من التسلسل لتطوير التفكير على المستوى البصري ودعم الانتقال إلى المستوى الوصفي.

### البداية في الهندسة وبارز الفسيفساء

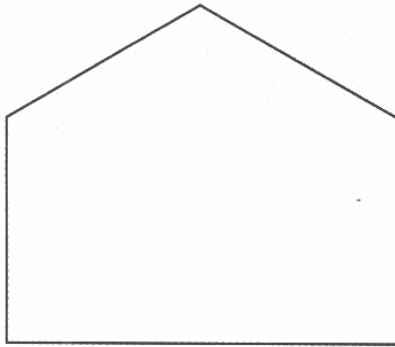
إنضموا إلي الآن في استخدام الفسيفساء ذي القطع السبع (أنظر الشكل 1) في الاستكشافات الممتعة التي تتناول أشكالاً معينة، خصائصها، تماثلها، موازاتها ومساحتها. قبل التقدم في القراءة، الرجاء القيام بتحضير مجموعة من القطع ليتسنى لك استخدامها في الفعاليات التي يمكن تكييفها لتلائم الأطفال، استناداً إلى تجاربهم السابقة في الهندسة. يمكن تصوير **الشكل 1** على ورق مقوى من أجل صنع مجموعة متينة لك ولطلابك. ويتم ترقيم القطع في الجزء الأعلى منها بغية الإشارة إليها أثناء الإرشاد والنقاشات المتعلقة بالفعالية.

تخيّلوا أن المستطيل الكبير في **الشكل 1** مقسّم إلى سبع قطع: مثلث متساوي الساقين (القطعة 1)؛ مثلث متساوي الأضلاع (القطعة 2)؛ مثلثان قائما الزاوية (القطعتان 5 و 6) وثلاثة أشكال رباعية تتكون من مستطيل (القطعة 3)، شبه منحرف (القطعة 7) وشبه منحرف متساوي الساقين (الشكل 4). يبين **الشكل 2** كيف يلائم المستطيل الطويل وشبكة من المثلثات المتساوية الأضلاع.

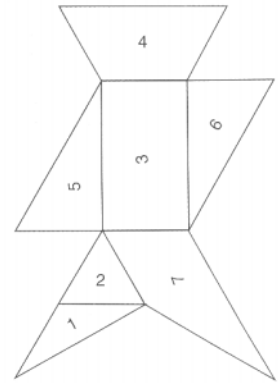


**الشكل 2: شبكة من المثلثات متساوية الأضلاع**

نبدأ بالسؤال، ماذا يمكنك أن تفعل في هذه القطع؟ يجب الطلاب على هذا السؤال المفتوح عن طريق استخدام مخيلاتهم واللعب بالقطع لبناء ما يرغبون بنائه - أشياء حقيقية، أحياناً، مثل شخص ما (أنظر **الشكل 3**) أو بيت (أنظر **الشكل 4**): وأشكال أخرى أحياناً، مثل القطعة 3 أو تصميمات تجريدية. يجب منح الأطفال الوقت الكافي للعب بحرية وتشاطر ما ابتكروه. ويوفر مثل هذا النوع من اللعب للمعلم فرصة لمراقبة كيفية استخدام الأطفال للقطع وتقييم كيفية تفكيرهم في الأشكال وتحديثهم عنها.



**الشكل 4: بيت**



**الشكل 3: إنسان**

قد يقوم الأطفال، ضمن إطار اللعب، بضم قطعتين من أجل بناء قطعة أخرى. على سبيل المثال، استخدام القطعة 5 و 6 لبناء القطعة 3. يمكننا أن نطلب منهم بناء جميع القطع التي يمكن بناؤها من قطعتين. يمكن بناء جميع القطع ما عدا القطعتين 1 و 2. قم بتجربة هذه الفعالية ثم جد القطعة التي يمكن بناؤها بواسطة

ثلاث قطع أخرى. من الممكن أن يقوم الأطفال بوضع القطع مباشرة على القطعة التي يريدون بناءها أو البناء إلى جانب القطعة من أجل المقارنة البصرية السهلة. ومن أجل تسجيل حلولهم، يجب على الأطفال أن يرسموا خطأً يحيط بالقطعة، ثم القيام برسم كيف قاموا ببنائها بواسطة القطع الأخرى، أو عرض طريقتهم عن طريق استخدام الألوان على شبكة المثلثات.

تؤدي هذه العملية إلى أن يلاحظ الطلاب أن ضمّ قطعتين ينتج قطعة ثالثة لا تشبه أي من القطع السبع الأصلية. ويمكنهم أن يستكشفوا عدد الأشكال المختلفة التي يمكن بناؤها بواسطة قطعتين، عند ضمهما عن طريق الأضلاع الملائمة. يمكن بناء ستة أشكال عن طريق استخدام القطعتين 5 و 6، من بينها شكل واحد يشبه إحدى القطع الأصلية. قم بتجربة هذه التركيبات، ثم حاول القيام بنفس الفعالية مع القطعتين 1 و 2.

يتم إنتاج أشكال جديدة عن طريق البازلات التي تتطلب استخدام قطعتين أو أكثر. يمكن بناء الشكل في **الشكل 5** بطريقتين. الأولى تستخدم القطعتين 2 و 4 عندما يكون الطرفان العلويان متجهين إلى الأعلى؛ والثانية تستخدم القطعتين 2 و 4 بشكل مقلوب بحيث يكون الطرفان العلويان متجهين إلى الأسفل. قم ببناء الشكل وفقاً للطريقتين. هل يمكن بناؤه عن طريق القطعتين 1 و 7؟ ما هي القطع الأخرى التي يمكن بناء هذا الشكل بها، وهل يمكن بناء الشكل إذا قمنا بقلبهما؟

من الممكن أن يحدّث بناء الشكل بطرق مختلفة الأطفال على التساؤل، هل يمكننا بناءه بواسطة ثلاثة قطع أيضاً؟ جرّب القطع 1، 2 و 5، ثم قم ببنائه بطريقة مختلفة بواسطة القطع الثلاث. كذلك جرّب القطع 1، 2 و 5 وهي مقلوبة.



**الشكل 5:** يمكن بناء هذا الشكل بطرق مختلفة

يعمل الأطفال بشكل بصري مع الزوايا والأضلاع التي تتلاءم، من خلال حلّ مثل هذه البازلات. كذلك يلاحظ الأطفال أن بعض القطع المعينة تتلاءم عندما يكون كل جانب متجه نحو الأعلى، ولكن لا تتلاءم القطع الأخرى على هذا النحو. القطعتان 2 و 3 تتلاءمان عندما يكون كل جانب متجه نحو الأعلى، بينما لا تتلاءم القطعة 7، لأن عكسها يغيّر وجهتها وشكلها. هل يمكن قلب القطعة 1؟ هل يمكن قلب القطع 4، 5 أو 6؟

### بطاقات البازل وبازل الفسيفساء

سأعرض، في المرحلة التالية، البازلات المركبة. يمكن إعطاء التعليمات بشكل شفهي أو من خلال بطاقات المهام، مثل تلك البطاقات المبيّنة في **الشكل 6**. اقرأ ثم جرّبها. تبين هذه البطاقات كيف يمكن أن يكون

للبازلات التي تم بناؤها بواسطة قطعتين حلولاً تستخدم القطع الأخرى. فكروا في الهندسة المنوطة بذلك وفي المحادثات التي قد يجريها الطلاب أثناء القيام بذلك.

يستخدم بعض الطلاب الإستراتيجيات لحل هذه البازلات. فعلى سبيل المثال، في الجزء 4 من بازلي البيت، الأطفال الذين يعرفون أنه يمكن بناء المستطيل، القطعة 3، بواسطة القطعتين 5 و 6 يمكنهم استخدام هذه العلاقة لإيجاد حلّ عن طريق القيام بوضع القطعتين 1 و 2 في القسم العلوي من حيزّ المستطيل والقطعتين 5 و 6 في القسم السفلي منه. إنه من المهم للأطفال أن يشاركوا زملائهم بتوجهاتهم، ربما من خلال استخدام العاكس (البروجيكتور) من أجل العرض والتفسير. كذلك يجب على المعلمين أن يشجعوا طرح الأسئلة. يستمتع الأطفال بتصميم البازلات ليحلها الآخرون. يمكن عرض البازلات على هيئة أشكال مقصوفة أو يمكن رسمها على بطاقات ووضعها في "مركز الرياضيات". ويمكن أن يضع الطلاب أسماءهم على هذه البازلات - على سبيل المثال، بازل البيت الكبير من قبل ديانا - الأمر الذي يؤدي إلى ملكية ما أنتجوه.

يمكن القيام بتكبير القطع؛ على سبيل المثال، القطعتان 2 و 4 تكبران القطعة 2. قم بتجربة هذا التكبير، ثم جربه مع قطعتين أخرتين، ثم مع ثلاث قطع. يوجد للتكبير أضلاع طولها ضعف أضلاع القطعة 2، الأمر الذي يمكننا رؤيته بسهولة إذا قمنا بالبناء على شبكة من المثلثات (أنظر الشكل 7). إن استخدام القطع 2، 4، 5 و 7 ينتج تكبيراً ذا أضلاع طولها ثلاثة أضعاف أضلاع القطعة 2. المهمة: قم بإجراء تكبير يشمل القطع السبعة. يظهر لنا عند مقارنة الأضلاع والزوايا في هذه المثلثات مع أضلاع وزوايا القطعة 2، أن الأضلاع تكبر تدريجياً بينما الزوايا تبقى على ما هي.

### فسيفساء البيت

1. قوموا ببناء بيت على ورقة مثل البيت في هذه الصورة، بواسطة قطعتين.
2. قوموا برسم خط حول البيت الذي بنيتموه ليحصل على شكل.
3. قوموا ببناء الشكل بواسطة قطعتين أخريتين.
4. قوموا ببناء الشكل بواسطة ثلاث قطع. هل يمكنكم العثور على طريقتين للقيام بذلك؟
5. هل يمكن القيام بذلك بواسطة أربعة قطع؟



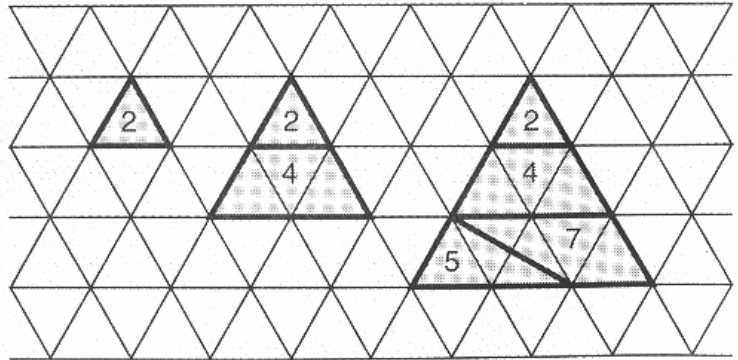
### فسيفساء بيت مرتفع

1. قوموا ببناء بيت عال على ورقة بحيث تشكل القطعة 2 السطح مع قطعة أخرى.
2. قوموا برسم خط حول البيت الذي بنيتموه.
3. قوموا ببناء الشكل بواسطة القطعتين 5 و 7.
4. هل يمكن القيام بذلك بواسطة ثلاث قطع؟

### صنع الفسيفساء

1. قوموا باستخدام قطعتين، ثلاث قطع أو أربعة قطع، وابتنوا شكلاً.
2. قوموا برسم خط حول الشكل على ورقة أو ورق مقوى كبير.
3. قوموا بتلوين الشكل.
4. هل يمكن بناء الشكل من قطع أخرى؟
5. قوموا بكتابة اسمكم على الورقة واختاروا اسماً للشكل.

### الشكل 6: بطاقات مهمة



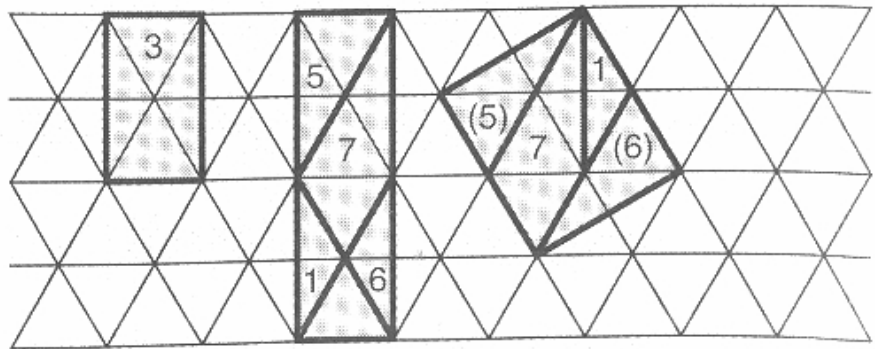
الشكل 7: تكبيرات القطعة 2

### استكشاف الأشكال الهندسية والزوايا

سرعان ما يلاحظ الأطفال أن أضلاع القطعة 2 نفس الطول، وكذلك الأمر بالنسبة لأضلاع كل تكبير لها. وهكذا يمكننا في هذه المرحلة أن نعطي اسماً لهذه الأشكال- مثلث متساوي الأضلاع - وسؤال الطلاب ما سبب كون هذه التسمية ملائمة، أي، أن له أضلاعاً متساوية.

يمكننا، مع هذه البداية، أن نقدّر حسنات هذا التوجه في تعليم الهندسة. أولاً، ينهك الأطفال في نشاطات يرونها كنوع من اللعب ولذلك فهم يتمتعون بها. يوجد لديهم البازلات التي تحتاج إلى الحل، وهم يتعلمون أشياء بدون أن يقصدوا ذلك. ويستطيع المعلمون، في الأوقات الملائمة، إدخال أسماء القطع. وبعد مرور بعض الوقت، يقدم الطلاب على استخدام الأسماء ويتعلمون بأن الأسماء تبقى على ما هي بغض النظر عن كيفية وضع القطعة. كذلك يبدأ الطلاب في ملاحظة خصائص الأشكال. على سبيل المثال، يوجد للقطعة 2 أضلاع متساوية؛ الزوايا نفس الشيء - زوايا متساوية؛ وهي تبدو نفس الشيء بعد قلبها - وهذا يدل على وجود تماثل إنعكاسي لها. لها خط تماثل - أو ندورها - لها تماثل دوراني. ويستطيع الطلاب التعلم عن القطع الأخرى بطريقة شبيهة

بعد ذلك، يُعطى الاسم مستطيل للقطعة 3. ويُقال للأطفال بأن جميع الأشكال في **الشكل 8** هي مستطيلات، أيضاً، ويُطلب منهم بناؤها. أطلبوا من الأطفال بناء المستطيل "الطويل" بواسطة القطع 1، 5، 6 و 7 والمستطيل الموجود بوضع "مائل" بواسطة القطعتين 1 و 7 والجوانب المقلوبة للقطعتين 5 و 6.



**الشكل 8: المستطيلات**

هل يمكن بناء مستطيلات أخرى؟ بالطبع، وأكبرها هو المستطيل الكبير في **الشكل 1**. ويعتبر الطلاب بناء المستطيل قبل أن يروا التصميم الكامل تحدياً. يستطيع الأطفال ترتيب القطع بطرق مختلفة، وهم يستمتعون بالعثور على طرق جديدة. ويكتشف الأطفال، من خلال بناء المستطيلات المختلفة، أن جميع المستطيلات ليست بمثابة تكبير الواحد للآخر، كما هو الحال مع المثلثات المتساوية الأضلاع. كذلك على عكس المثلثات المتساوية الأضلاع، فإن المستطيل هو شكل نراه يومياً، ويجب أن يُطلب من الطلاب الإشارة إلى أمثلة على ذلك من البيت والبيئة ومشاطرتها مع زملائهم. بعد الانتهاء من دراسة المستطيلات، يمكن للأطفال البدء في استكشاف القطعتين 5 و 6، اللتين تشكلان القطعة 3. هذه الأشكال هي مثلثات قائمة الزوايا، أو "مثلثات مستطيلة" كما تُسمى في هولندا. ويمكن الطلب من الأطفال بناء مثلثات قائمة الزوايا أخرى - على سبيل المثال، قم بتجريب 1، 2، 5، 6؛ أو 3، 5، 6 - وافحص ما إذا كانت جميعها تكبيرات للقطعة 5. يمكن أن يلعب الأطفال، أيضاً، ألعاباً تشدّ انتباههم للأشكال وأجزائها. ويمكنهم لعب لعبة "تحسس واعثر على الشكل" التي يقومون من خلالها الإمساك بقطعة ما، بدون رؤيتها، ومحاولة العثور على قطعة مماثلة لها. إ طرح السؤال، "كيف عرفت ذلك؟" قم بتشجيع الوصف اللفظي للقطع، مثل، "يوجد لها أربعة أضلاع وزاوية محددة" بالنسبة للقطعة 7.



إن تثبيت القطع في لعبة البازل يساعد الأطفال على أن يصبحوا مدركين لخصائص أضلاع القطع وزواياها. يوجد لبعض القطع زوايا قائمة، وأخرى زوايا حادة، ويوجد لدى البعض ضلعان متساويان، بينما تكون جميع الأضلاع لدى القطع الأخرى متساوية أو غير متساوية بناتًا. ويمكن الآن إدخال لغة الأضلاع والزوايا، ولكن بالطبع، ليس عن طريق التعريفات الرسمية. يمكن أن يقارن الطلاب قطع المثلثات وإظهار كيفية تشابهها - على سبيل المثال، ثلاثة أضلاع، ثلاثة زوايا - وكيفية اختلافها - على سبيل المثال، جميع الأضلاع متساوية، ضلعان متساويان، لا توجد أضلاع متساوية، ثلاثة زوايا متساوية. يوجد في القطعة 1 زاويتان متساويتان. في أي قطعة أخرى توجد هذه الخاصية؟ إن وضع الزوايا فوق بعضها البعض لفحص ما إذا كانت متساوية يساعد الأطفال على فهم أن مقياس الزاوية لا يعتمد على طول ضلعها.

تأتي زوايا الفسيفساء بخمسة مقاييس. إن الطلب من الأطفال مقارنة زوايا القطع مع زوايا القطع التي توجد فيها زوايا مربعة، أو زوايا قائمة، يؤدي إلى العمل غير الرسمي مع الزوايا الحادة - الزوايا الأصغر من الزاوية القائمة - ومع الزوايا المنفرجة - الزوايا الأكبر من الزاوية القائمة. وبالاعتماد على اللغة التي يبتكرها الأطفال لهذه الأنواع من الزوايا، يمكن أن يدخل المعلمون المصطلحات التقليدية بالتدرج. ويمكن أن يجد الأطفال العلاقات بين زوايا القطع - على سبيل المثال، ما هي علاقة أصغر زاوية بالزوايا الأخرى: تساوي ضعفين، ثلاثة أضعاف، أربعة أضعاف وخمسة أضعاف الزاوية الصغيرة. ويتم إجراء هذه الفعاليات بدون الإشارة إلى قياس الزاوية. وتبني هذه الفعاليات قاعدة للعمل اللاحق مع الزوايا، قياسها بالدرجات، وعلاقات الزوايا. فعالية مثيرة للأطفال الذين يعرفون قياس الزوايا هي تقدير قياسات الزوايا في كل من القطع السبع بدون استخدام المنقلة. هنالك العديد من الطرق الممكنة، ويجب على الأطفال مقارنة توجهاتهم. قم بمعاينة القطعة في **الشكل 1**، ثم جد قياسات الزوايا في كل قطعة. قم بالتفكير في علاقات الزوايا التي استخدمتها وما إذا كان من الممكن تقدير هذه القياسات بطرق أخرى عن طريق استخدام أنواع أخرى من علاقات الزوايا. يصبح لدى الأطفال الذين يستخدمون شبكة المثلثات بغية تسجيل حلول البازلات وعيًا أكبر بالنسبة للزوايا المتساوية في الشبكة وكذلك بالنسبة للخطوط المتوازية. يمكن الطلب منهم البحث عن خطوط تشبه خطوط سكة الحديد وتعقبها من خلال تلوينها بألوان مختلفة، وخلق تصميم يبين ثلاث مجموعات من الخطوط المتوازية. موازاة الخطوط هي خاصية ضرورية لوصف القطعتين 4 و 7 - شبها المنحرف اللذان يوجد فيهما زوج من الأضلاع المتوازية - كذلك ينطبق هذا على الضلعين المتقابلين في القطعة 3، المستطيل.

### فعاليت أخرى مع بازل الفسيفساء

إن وضع القطع من أجل ملء الحيز في البازلات يوفر، أيضًا، التجارب في هذا المجال. وبمقارنة مباشرة، يستطيع الطلاب إظهار أن بعض القطع تشغل حيزًا أكبر من القطع الأخرى - للقطعة 7 مساحة أكبر من القطعة 2 - أو يمكنهم اكتشاف علاقات، مثل، القطعة 5 هي نصف القطعة 3. يكشف العمل مع الأشكال على شبكة المثلثات علاقات أخرى، مثل، مساحة القطعة 4 هي ثلاثة أضعاف مساحة القطعة 2، أو ما العلاقة بين مساحة القطعة 2 مع مساحات تكبيراتها (أنظر **الشكل 7**). ويمكن إجراء استكشاف مشابه للمساحة مع القطعة 4 وتكبيراتها. ويضع هذا النوع من التجارب مع المساحة الأساس للعمل اللاحق مع وحدات المساحة المربعة واكتشاف طرق للعثور على مساحات الأشكال المختلفة - على سبيل المثال، لماذا تشكل مساحة

المثلث القائم الزاوية نصف مساحة المستطيل - وكيف يؤثر تكبير شكل ما، على سبيل المثال، عن طريق مضاعفة أضلعه، على المساحة.

من أجل مواصلة تطوير التفكير الوصفي المتعلق بالقطع لدى الأطفال ، يمكنهم أن يلعبوا ألعاب "الرموز" بالنسبة للقطع أو الأشكال التي قاموا ببنائها. قد تكون الرموز للقطعة 4 "أربعة أضلاع، أربع زوايا، وضلعان متوازيان." ويتم الإفشاء عن الرموز الواحد تلو الآخر حتى يتم التعرف على الشكل. وبعد الإفشاء عن كل رمز، يعلن الأطفال عن القطع التي قد تكون ملائمة أو غير ملائمة والتفسير لماذا. كذلك يمكنهم لعب لعبة "أحزر القطعة"، التي يقومون من خلالها بطرح أسئلة نعم أو لا على المعلم حول شكل غامض. ويمكن أن يقوم المعلم بكتابة قائمة أسئلة على اللوح والطلب من الأطفال مناقشة ما إذا كانت هنالك حاجة لجميع هذه الأسئلة من أجل التعرف على شكل ما. وقد يشير الطلاب إلى أنه يمكن استخلاص خصائص أخرى من خصائص معينة، مثل، "ثلاثة أضلاع" يعني هذا أن للشكل "ثلاثة زوايا". يؤدي هذا النوع من الألعاب إلى تدريب الأطفال على الخصائص التي تعلموها حتى الآن ويعزز من استخدام الأطفال للغة الوصفية كأداة للتفسير بالنسبة للأشكال وخصائصها. كذلك يوفر هذا للمعلم نافذة على مستويات تطور التفكير لدى الأطفال، وفي هذه الحالة، بين المستوى الوصفي والمستوى الذي يليه، حيث يتم ترتيب الخصائص بشكل منطقي.

بعد اللعب بهذه الفسيفساء المميزة في هذه الفعاليات، نحن نشعر بأنه توجد إمكانية لطرح العديد من الأسئلة والمواضيع الأخرى. بالإضافة إلى ذلك، يمكن استخدام شبكات وفسيفساءات أخرى مع أنواع الأشكال الأخرى، مثل الشبكة المستندة إلى المربعات، الأمر الذي يؤدي، بشكل طبيعي، إلى المساحة وإلى دمج الهندسة التي تربط بين الشكل والعدد.

### تأملات في الفعاليات ونظرة إلى الأمام

يمكن للفعاليات مع الفسيفساءات والفعاليات الأخرى التي تستخدم ثني الورق، الرسم والأشكال الهندسية العجيبة أن تثري مخزون الأطفال من البنيات البصرية. وهي تطور، أيضًا، معرفة الأشكال وخصائصها. من أجل دعم الانتقال من مستوى إلى المستوى الذي يليه، يجب أن تتبع التعليمات تسلسلاً من الفعاليات ذا خمس مراحل.

يجب أن يبدأ التعليم **بمرحلة استيضاح وبحث**، وهي المرحلة التي تقود المواد المتضمنة فيها الطالب لاستكشاف بنيات معينة واكتشافها. في المرحلة الثانية، **الوجهة المباشرة**، يتم عرض المهام بطريقة تؤدي إلى ظهور البنيات المميزة بشكل تدريجي أمام الطلاب، على سبيل المثال، من خلال البازلات التي تكشف عن التماثل بين القطع أو من خلال ألعاب مثل "تحسس واعثر على الشكل". في المرحلة الثالثة، **التفسير**، يعرض المعلم المصطلحات ويشجع الطلاب على استخدامها في محادثاتهم وأعمالهم الخطية المتعلقة بالهندسة. في المرحلة الرابعة، **الوجهة الحرّة**، يعرض المعلم مهامًا يمكن القيام بها بطرق مختلفة وتمكّن الطلاب من أن يصبحوا بارعين بما يعرفوه حتى الآن، على سبيل المثال، من خلال الاستكشافات الناجمة عن بناء أشكال مختلفة بواسطة قطع مختلفة أو من خلال لعب ألعاب "الرموز". المرحلة الخامسة والأخيرة، **الدمج**، يُمنح الطلاب الفرص لجمع كل ما تعلموه، ربما من خلال وضع فعاليات الرموز الخاصة بهم. وتوجد للمعلم أدوارًا مختلفة أثناء هذه المراحل: تصميم المهام، توجيه انتباه الطلاب للخصائص الهندسية للأشكال، إدخال المصطلحات وإشراك الطلاب في مناقشات من خلال استخدام هذه المصطلحات والتشجيع على

الاستكشاف وتوجهات حلّ المسائل التي تتطلب تفكير الأطفال الوصفي المتعلق بالأشكال. إن الانتقال عبر هذه المراحل الخمس مع مواد مثل بازل الفسيفساء يمكن الطلاب من بناء خلفية ثرية بالتفكير الوصفي والبصري الذي يشمل الأشكال المتنوعة وخصائصها. تذكروا: الهندسة تبدأ باللعب. احتفظوا بمواد مثل فسيفساء القطع السبع في متناول اليد. جربوها بأنفسكم. فكّروا في المواضيع الهندسية التي تتضمنها وكيفية وضع تسلسل الفعاليات التي من شأنها أن تطور مستوى تفكير الأطفال حول هذه المواضيع. بعد ذلك، قم بمشاركة طلابك في اللعب، الفعاليات والألعاب التي توفر تدريباً في التفكير الهندسي. وسيكون الأطفال الذين تقوم برعايتهم تفكيرهم الهندسي بحذر قادرين على دراسة نوع الرياضيات التي وضعها أفليدس بنجاح.

## المراجع

Fuys, David, Dorothy Gedds, and Rosamond Tischler. The van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph Series, no. 3. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.  
van Hiele, Pierre M. Structure and Insight. Orlando, Fla.: Academic Press, 1986.  
Structuur (Structure). Zutphen, Netherlands: Thieme, 1997. van Hiele Pierre M.

المؤلف:



بيير م. فان هيلي من سكان هولندا، وهو معلم سابق بطريقة مونتسوري ومؤلف سلسلة مناهج تعرض تنوعاً غنياً من الفعاليات الهندسية. إن فان هيلي معروف عالمياً، أيضاً، بسبب عمله على مستويات التفكير المرتبطة بالهندسة، وهو يناقشها في هذا المقال. أثناء زيارته لكلية بروكلين عام 1987، عُرض عليه للمرة الأولى بازل الفسيفساء. أعجب هيلي، منذ ذلك الوقت، بهذا البازل ومن الطرق العديدة التي يمكن استخدامه بها في تدريس الهندسة. وعلى الرغم من أنه ألقى العديد من المحاضرات حول الفعاليات المتعلقة ببازل الفسيفساء، إلا أن هذا المقال هو المقال الوحيد الذي يفصّل فيه الطرق التي يمكن استخدامه فيها لتدريس المفاهيم الهندسية.