

# הפסיקו להשתמש בשפה גסה בשיעורי המתמטיקה

## Stop Using Foul Language in the Mathematics Classroom

מאת: Cheryl A. Hanselman

הופיע ב: Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 3 No. 2, Oct. 1997, pp. 154-160

תרגום: ברכה סגליס

ישנן מילים שאינן ראויות להימצא בשיעורי המתמטיקה. מרבית המורים אינם מרשים לילדים להשתמש בשפה גסה. מילים המתייחסות בצורה לא ראויה לאלוהות, לתפקודים בגוף או ליחסים אינטימיים, אסורות משום שהן פוגעות ומשום שהן יוצרות בלבול בין המשמעות שלהן לבין הקונוטציות הנתפסות שלהן. עם זאת, מורים משתמשים, לא בכוונה, במילים אחרות שהינן מבלבלות ופוגעות עבור מוחות מתמטיים צעירים. בשנותי הרבות כמורה למתמטיקה בהוראה מתקנת, נוכחתי שביטויים כמו **cancel - בטל**, **invert and multiply** – **כפול בהופכי** – יצרו והשרישו בלבול ותפיסות שגויות בראשי התלמידים שלי. אני מאמינה שיש להתייחס למילים אלה כאל מילים גסות ויש לאסור שימוש שלהן בטרם עת בשיעורי המתמטיקה.

שפה הולמת מתבססת לא רק על המילים שאנו אומרים אלא גם על האופן שבו הן נתפסות. מילים כמו **בטל** ו- **צמצם** מבלבלות את התלמידים משום שהן מעודדות אותם להתמקד רק על הפרוצדורה, ללא הבנה מושגית. חישובו על התלמיד שהתפיסה היחידה שלו את התרגיל

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} =$$

היא

$$\frac{\cancel{1}^2}{\cancel{1}^3} \times \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{10}_5} = \frac{3}{5}$$

כאשר מבקשים ממנו הסבר, התלמיד עונה, "צמצמתי!" [ באנגלית אומרים: I canceled ].  
ה- 2 הופך באורח פלא ל- 1, ה- 10 משתנה ל- 5, ה- 3 הופך להיות 1, וה- 9 הופך להיות 3. אם לוחצים עליו להסביר את השינויים, אין לתלמיד שום מושג וכל מה שהוא אומר זה, "המורה שלי בשנה שעברה לימדה אותי לצמצם." לעיתים קרובות, כאשר אותו תלמיד מקבל את התרגיל  $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}$  הוא מצמצם באותו האופן:

$$\frac{\cancel{1}^3}{\cancel{2}^6} + \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{6}_1} = \frac{1}{2}$$

אני חוששת שלמרות שהסטנדרטים של ה-NCTM (1989) קראו לשינוי ההדגשים בהוראת המתמטיקה, תלמידים רבים הם עדיין תוצר של הוראה ליניארית המכוונת לפרוצדורות ומבוססת על זכירה. מסמך הסטנדרטים מעודד הוראת קשרים בין נושאים במקום הוראת פרוצדורות מבודדות. למרות הדגשה זו, תלמידים רבים לומדים את הפרוצדורות של "צמצום" לכפל שברים ולמצאת שברים שקולים, ושל "כפול בהופכי" לחילוק שברים, בשלב מוקדם מדי של החינוך המתמטי שלהם. הם צריכים זמן לפתח חוש למספרים ולפעולות לפני שמציגים לפניהם מונחים אלה. כאשר מלמדים "קיצורי דרך" מוקדם מדי, נגזלת מן התלמיד האפשרות למצוא את ההיגיון שבפתרון התרגיל.

## הבנה של כפל

למרות שחישובים בשברים אינם חייבים להיות מטרה עיקרית, תלמידים צריכים להיות מסוגלים להתבונן בבעיית חישוב ולהבין את המשמעות שלה. למרות שניתן לבצע חישובים של שברים באמצעות מחשבוני מסוימים, תלמידים צריכים להיות מסוגלים לאמוד את התשובה בעזרת הידע שלהם אודות השפה של סימני הפעולות. מאחר שכפל הינו אודות יצירת קבוצות של דברים, או מציאת חלקים של דברים, הרי שצריך להבין כפל של שברים מהיבט זה. מאחר שפעולה זו איננה אודות מחיקת מספרים במונה ובמכנה, אני מתייחסת בכיתתי למילה **צמצום (canceling)** כאל מילה "גסה".

הבנה של כפל שברים דורשת הן הבנה מושגית טובה של משמעות השבר, והן ידע של שברים שקולים. תלמידים צריכים להבין את השפה של כפל. כאשר צריך למצוא, למשל, חצי של קבוצה של שתיים עשרה, קל יותר לומר חצי של שתיים עשרה. מציאת חצי אחד של שתיים עשרה, פירושה שבירת שתיים עשרה לשתי קבוצות שוות ומניית קבוצה אחת. באופן דומה, מציאת שליש משתיים עשרה, פירושה שבירת שתיים עשרה לשלוש קבוצות ומניית קבוצה אחת, מציאת רבע של שתיים עשרה, פירושה שבירת שתיים עשרה לארבע קבוצות, וכן הלאה.

תלמידים צריכים להיות מסוגלים גם להשתמש בהיקשים. מאחר ש  $12 = 1 \times 12$ , אזי  $2 \times 12$  הוא פעמיים התשובה ל-  $1 \times 12$ . באופן דומה, מאחר ששליש אחד של שתיים עשרה הם ארבע, אזי שני שלישים של שתיים עשרה יהיו פעמיים התשובה לשליש של שתיים עשרה, שהם  $4 \times 2$ , או 8. אם מתבקשים למצוא  $20 \times \frac{3}{4}$ , כלומר, שלושה רבעים של עשרים, אנו מוצאים קודם רבע של עשרים. שלושה רבעים של עשרים יהיו **שלוש** פעמים הכמות שהיא רבע של עשרים. מאחר שרבע של עשרים הוא חמש, הרי ששלושה רבעים של עשרים יהיו  $5 \times 3$ , או 15.

חזרה על מציאת חלקים שבריים של מספרים שלמים מכינה את הקרקע לכפל בו שני המספרים הם שברים. חשוב לתת תרגילים כאלה תחילה בעל-פה. גישה כזו מסייעת להסיר את הסחת הדעת הויזואלית המפתה את התלמידים לעשות משהו עם המספרים. כאשר תלמידים מקבלים את הבעיה "מצאו חצי של ארבעה שלישים", הם מגלים שחשיבה על הבעיה כחציית **ארבעה** "דברים" לשתי קבוצות שוות עושה אותה הרבה יותר קלה. חצי של ארבעה "דברים" הוא שני "דברים", אז חצי של **ארבעה** שלישים יהיה שני שלישים. באופן דומה, מאחר שחצי של שמונה הם ארבע, חצי של שמונה עשיריות יהיה ארבע עשיריות. ניתן לראות רעיון זה בברור באמצעות חומרי המחשה, כמו לוחיות צבעוניות (**איור 1**). בקשו מן התלמידים לבנות מלבן מלוחיות ששמונה עשיריות ממנו אדום. כדי למצוא  $\frac{8}{10} \times \frac{1}{2}$ , בקשו מן התלמידים להניח בכף ידם חצי מן הלוחיות האדומות ולומר כמה יש להם ביד, שהם ארבע עשיריות. תלמידים שלא תפסו רעיון זה במלואו, עשויים לענות "ארבע חמישיות". העובדה שהתלמידים שמים חצי מן הלוחיות האדומות בכף ידם, עוזרת להדגיש שהחתיכות בכף ידם הם אותן חתיכות מתוך המלבן, ולכן הם עדיין עשיריות. ציורים על דף משובץ יכולים גם כן להמחיש את הרעיון (**איור 2**).

**איור 1: המחשת  $1/2 \times 8/10$**   
 Make a rectangle that is  $8/10$  red.  
 Each tile represents  $1/10$ .

Put  $1/2$  of the red tiles in your hand

$1/2$  of 8 red tiles is 4 red tiles.  
 $1/2$  of  $8/10$  is  $4/10$ .

**איור 2: שימוש בניר משובץ כדי להמחיש כפל שברים**  
 צבעו  $8/10$  מן המלבן.  
 הקיפו בעיגול חצי מן החלק הצבוע כדי להמחיש את  $1/2 \times 8/10$ .

$4/10$

על פי רוב לפחות תלמיד אחד ישאל, "מה קורה עם הבעיה היא  $1/2$  של  $5/6$  או  $1/2$  של  $3/5$ ?" מאחר וחצי של חמש הוא שתיים וחצי, אז חצי של חמש שישיות צריך להיות שתיים וחצי שישיות, וזה מאוד מסורבל לכתוב. כאשר תלמידים מכינים טבלאות המראות אלו מספרים יהיה "נחמד" לחלק לחצאים, הם נוכחים מהר מאוד שהבעיות תהיינה קלות יותר אם המונה יהיה מספר זוגי (איור 3). הבעיות  $1/2$  של  $5/6$  ו-  $1/2$  של  $3/5$  הן "לא נחמדות", אבל  $1/2$  של  $10/12$  ו-  $1/2$  של  $6/10$  הן "כן נחמדות". תלמידים יכולים לתעד את הליכי החשיבה שלהם לבעיות כאלה (איור 4). תלמידים שהידע שלהם אודות שברים שקולים מבוסס דיו, מבינים שניתן להמיר שבר שקול אחד למשנהו. מסיבות אלה, אני טוענת שהמילה צמצם צריכה להימחק מאוצר המילים של ההוראה שלנו.

**איור 4: תהליך החשיבה של תלמיד למיון שברים**

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$$

↓

$$\frac{1}{2} \text{ of } \frac{5}{6}$$

↑

not nice  $\rightarrow \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18}$   
 nice

$$\frac{1}{2} \text{ of } \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$$

**איור 3: מיון שברים: האם "נחמד" לקחת חצי או "לא נחמד" לקחת חצי**

"נחמד" לקחת $1/2$ שלו	"לא נחמד" לקחת $1/2$ שלו
$10/12$	$5/6$
$2/3$	$3/5$
$6/10$	$1/4$
$8/9$	$7/8$

## שברים שקולים

כבר בכיתות הנמוכות אומרים לתלמידים, "אל תשכחו לצמצם!" ו- "כדי שתשובתך תתקבל היא צריכה להיות בשבר מצומצם". הוראת תלמידים לצמצם שברים תמיד, מגבילה את אופן הסתכלותם על מושג השקילות. הם לומדים רק דרך אחת – חלוקת המונה והמכנה באותו מספר – כדי לקבל שבר שקול אחר, ואפילו אז הם לא מאמינים באמת שהשברים שקולים. כאשר אנו דנים בתרגיל כמו  $1/8 + 3/8$ , הם מזדרזים לומר לי ש-  $4/8$  אינו תשובה נכונה. שימו לב לשיחה הבאה:

מורה: מדוע לא?

תלמיד: המורה שלי בשנה שעברה אמרה שצריך לצמצם.

מורה: לצמצם, למה אתה מתכוון?

תלמיד: אני צריך לעשות את המספרים קטנים יותר.

מורה: האם אתה מתכוון שחצי קטן יותר מארבע שמיניות?

תלמיד: בודאי, אחד קטן יותר מארבע ושתיים קטן יותר משמונה.

לעיתים קרובות אני ממשיכה כוון זה של תשאול בדוגמה של פיצה:

ג'ין וברנדי קנו בחנות פיצה גדולה. ג'ין אכלה  $1/2$  משלה. צבעו מה שהיא אוכלת. ברנדי אכלה  $4/8$  משלה. צבעו מה שהיא אוכלת. מי אכלה יותר פיצה?

גישה כזו כמעט ולא עוזרת לשנות את התפיסה השגויה של תלמידים ש"צמצום" פירושו לעשות את התשובה קטנה יותר. אחרי הכל, הם יודעים שצריך לצמצם את הפסולת הרעילה, לצמצם את כמות השומנים שאנו אוכלים, ושצריך לצמצם את הגרעון הלאומי. לא רק שהמילה עצמה מביאה את התלמידים לחשיבה שגויה, אלא גם הפרוצדורה של "צמצום" יוצרת אצל התלמידים את התחושה שיש רק דרך נכונה אחת להציג את התשובה.

אנו צריכים לשנות את הדגש מצורה "טובה ביותר" של תשובה, להבנה שתשובה יכולה להיות כתובה בדרכים רבות. עלינו לאפשר לתלמידים להשיב בדרכים השקולות הרבות ולבחור את התשובה המתאימה ביותר מבחינה הגיונית לבעיה נתונה. כדי לעודד ילדים להשיב תשובות מרובות במקום תשובה "מצומצמת" אחת, אנו יכולים לבקש חמש תשובות שקולות.

כדי לפתור את התרגיל  $1/2 \times 3/8$ , תלמידים שבאמת מבינים את מושג השקילות, יכולים להסתמך על הידע שלהם כדי לכתוב מחדש את התרגיל כ-  $1/2 \times 6/16$ , שהוא תרגיל "נחמד" לפתרון. למרות שזו אולי אינה הדרך המהירה ביותר לכפול שברים, גישה זו לא רק עוזרת לתלמידים למצוא הגיון בתרגיל, אלא גם מספקת להם את האסטרטגיות המתמטיות הנדרשות.

ומה אם התרגיל הוא  $1/3 \times 2/5$ ? מאחר ש- 2 איננו מספר "נחמד" לחלק לשלישים, תלמידים יכולים ללמוד להכין רשימה של שברים השקולים ל-  $2/5$ , כמו  $4/10 = 6/15 = 8/20$ .... על ידי שימוש בזיכרון, או אחרי מחשבה, או בעזרת לוח הכפל. בשעה שהם בוחנים את הרשימה, הם יכולים לחפש צורה שקולה שתהיה "נחמדה" לחלוקה לשלישים, ולהבחין ש-  $6/15$  מתאים. חלוקת  $6/15$  לשלושה חלקים שווים פרושה שבכל קבוצה יהיו  $2/15$ :  $1/3 \times 2/5 = 1/3 \times 6/15 = 2/15$ . גם ציור יכול לעזור להמחיש מושג זה (איור 5). בהמשך באים באופן טבעי תרגילים כמו  $1 \frac{1}{4} \times 1/3$  (איור 6).

איור 6: הפיכת  $1 \frac{1}{4}$  "לא נחמד" ל-  $\frac{15}{12}$  "נחמד"

$\frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4}$

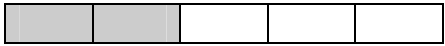
↑  
not nice to →  $1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12}$   
take  $\frac{1}{3}$  of nice

↓

$\frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{15}{12} = \frac{1}{3}$  of  $\frac{15}{12} = \frac{5}{12}$

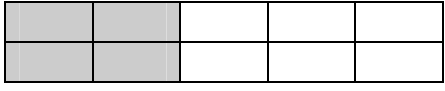
איור 5: המחשת  $\frac{1}{3}$  של  $\frac{2}{5}$  על ניר משובץ

$\frac{2}{5}$



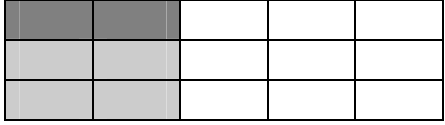
לא קל לחלק שני חלקים לשלישים.

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$



לא קל לחלק ארבעה חלקים לשלישים.

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$



תמונה זו קל לחלק לשלישים. כל שלישי מכיל  $\frac{2}{15}$ , אז

$\frac{1}{3}$  של  $\frac{6}{15}$  שווה ל-  $\frac{2}{15}$

כדי למצוא  $\frac{2}{3}$  של מספר, עוזר להתבסס על העיקרון ששני שלישי זה פעמיים שלישי אחד. מאחר ו-  $\frac{1}{3}$  של  $\frac{15}{12}$  הוא  $\frac{5}{12}$ , אזי  $\frac{2}{3}$  יהיה פעמיים כמות זו, או  $\frac{10}{12}$ . באופן דומה, ניתן למצוא  $\frac{3}{4} \times \frac{8}{10}$  ו-  $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ .

$\frac{3}{4} \times \frac{8}{10}$  פירושו  $\frac{3}{4}$  של  $\frac{8}{10}$ .

מיצאו תחילה  $\frac{1}{4}$  של  $\frac{8}{10}$  שווה ל-  $\frac{2}{10}$ .

$\frac{3}{4}$  של  $\frac{8}{10}$  יהיה 3 פעמים  $\frac{2}{10}$ , או  $\frac{6}{10}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \text{ פירושו } \frac{2}{3} \text{ של } \frac{5}{6}.$$

מיצאו תחילה  $\frac{1}{3}$  של  $\frac{5}{6}$ . מאחר ו-  $\frac{5}{6}$  הוא "לא נחמד", כיתבו את המספר מחדש:  $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18}$  נחמד

ואז  $\frac{1}{3}$  של  $\frac{15}{18}$  שווה ל-  $\frac{5}{18}$ , ו-  $\frac{2}{3}$  של  $\frac{5}{6}$  יהיה שתי פעמים  $\frac{5}{18}$ .

$$\left(\frac{10}{18}\right) = \frac{5}{18} \text{ שתי פעמים}$$

ניתן לרשום את התרגיל  $2 \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$  כ-  $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2}$ , או להחליף אותו במהירות ל-  $1 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$  תוך שימוש בחוק החילוף בכפל. נוכל כעת ליישם אותו תהליך שעשינו קודם לבעיה זו.

$$2 \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{2}$$

מיצאו תחילה  $\frac{1}{2}$  של  $\frac{7}{3}$ . מאחר ש-  $\frac{7}{3}$  הוא "לא נחמד", כיתבו את המספר מחדש:  $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9}$

ואז  $\frac{1}{2}$  של  $\frac{21}{9}$  שווה ל-  $\frac{7}{6}$ , ו-  $\frac{7}{3}$  של  $\frac{1}{2}$  יהיה 7 פעמים  $\frac{7}{6}$  שהם  $\frac{7}{6}$ .

אפשר לכתוב את התרגיל בדרך חלופית, כך -  $\frac{1}{2} \times \frac{7}{3}$

מאחר ש-  $\frac{7}{3}$  הוא "לא נחמד", כיתבו את המספר מחדש:  $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9}$ . ואז  $\frac{1}{2}$  של  $\frac{21}{9}$  שווה ל-  $\frac{7}{6}$ .

כאשר אני דנה בכפל שברים, אני מלמדת למשמעות ולא לקלות. תלמידי בהוראה מתקנת לומדים לחשוב על המספרים בהם הם משתמשים ומה הפעולה מבקשת מהם לעשות. במקום להציע להם "לצמצם", המטרה שלי היא תמיד לעבוד עם מספרים "נחמדים" (על ידי א) שימוש בידע שלנו לחשב חצי של מספר, שליש של מספר, רבע של מספר וכך הלאה; ב) היכולת להכין רשימה של שברים שקולים; ג) כתיבה מחדש של תרגילים "מבולגנים" כתרגילים "נחמדים" על ידי שימוש בעיקרון של החלפה; ו- ד) שימוש בעיקרון שאם שישית של מספר היא בעלת ערך מסוים, אז חמש שישיות של המספר יהיו חמש פעמים של אותו ערך.

## חילוק שברים

ביטוי נוסף של שפה גסה הוא **כפול בהפכי**. כאשר מורים מתחילים להפוך מספרים, תלמידים מתחילים להאמין שמתמטיקה כרוכה בעשיית קסמים ושרק מי שיודע את הסוד יכול לעשות זאת. ניתן להציג חילוק של שברים בצורה מושגית על ידי שימוש בידע של תלמידים אודות המשמעות של חילוק. מאחר ש 2 : 6 פירושו "כמה קבוצות של שתיים יש בשש?" הרי שבהרחבה  $2/10 : 6/10$  פירושו "כמה קבוצות של שתי עשיריות יש בשש עשיריות?" שימוש בלוחיות צבעוניות כדי ליצור מלבן ש  $6/10$  ממנו אדום, ואז מניית מספר הקבוצות של שתי עשיריות (שתי לוחיות אדומות) שניתן להרכיב, עוזר גם כן לתלמידים לראות מושג זה. תלמידים יכולים גם לצייר ציורים הממחישים את התרגיל (איור 7). כמו בכפל שברים, אנו מסתמכים בחילוק שברים על הידע של התלמיד אודות שברים שקולים. הידיעה שניתן לכתוב את  $3/4 : 1/8$  כ-  $6/8 : 1/8$  מייצרת תרגיל "נחמד" לפיתרון.

תרגילים כמו  $2/8 : 5/8$  ו-  $5/12 : 7/12$  מציגים בפני התלמידים את המושג של יצירת חלק מקבוצה. כמה קבוצות של  $2/8$  יש ב-  $5/8$ ? (ראה איור 8). אנו יכולים ליצור שתי קבוצות וישאר לנו מספיק בשביל עוד חצי קבוצה. כמה קבוצות של  $5/12$  יש ב-  $7/12$ ? אנו יכולים ליצור קבוצה אחת ושתי חמישיות של קבוצה נוספת. תלמיד יכול לתעד את עבודתו לתרגיל  $1/4 : 1/3$  כפי שניתן לראות באיור 9. כאשר תלמידים מפרשים תרגילים כמו  $2/3 : 1/3$  ו-  $5/8 : 3/8$  כ"כמה שני שלישים יש בשליש?" ו- "כמה חמש שמיניות יש בשלוש שמיניות?" התשובה מופיעה בברור "אין אפילו 1" (ראה איור 10). תלמידים יכולים לתעד את דרך החשיבה שלהם לבעיה  $2/2 : 1/4$  באופן המופיע באיור 11.

**איור 8: תלמיד ממחיש  $5/8 : 2/8$**

$\frac{5}{8} \div \frac{2}{8}$

Shade  $\frac{5}{8}$ .

How many groups of  $\frac{2}{8}$  are in the shaded region?

There are 2 groups and enough to make half of another group.

$\frac{5}{8} \div \frac{2}{8} = 2\frac{1}{2}$

**איור 7: תלמיד ממחיש  $6/10 : 2/10$**

$6 \div 2$

3 groups

$\frac{6}{10} \div \frac{2}{10}$

Shade  $\frac{6}{10}$ .

How many groups of  $\frac{2}{10}$  are in the shaded region?

איור 10: תלמיד ממחיש  $1/3 : 2/3$

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$$

How many  $\frac{2}{3}$ 's are in  $\frac{1}{3}$ ?  
NOT EVEN 1!

[Each tile represents  $1/3$ .]

Shade  $\frac{1}{3}$ .

We have 1 piece out of the 2 pieces needed to make  $\frac{2}{3}$ .

Answer: 1 out of 2

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

[We get  $1/2$  of a group of  $2/3$ .]

איור 9: ההסבר של תלמיד אחד לתרגיל

$$1 \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$$

$$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{15}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$

← nice numbers

$$\frac{4}{3} \div \frac{1}{4}$$

$$1\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{15}{12} \div \frac{3}{12} = (5)$$

איור 11: דרך החשיבה של תלמיד לתרגיל

$$1/4 : 2 \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2}$$

↓

$$\frac{1}{4} \div \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{10}{4}$$

How many groups of  $2\frac{1}{2}$  are in  $\frac{1}{4}$ ?

NOT EVEN 1!

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = \frac{20}{8}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$

How many groups of  $\frac{10}{4}$  are in  $\frac{1}{4}$ ?

NOT EVEN 1!

We can make part of a group.

Only 1 piece out of the 10 needed to make a group is there.

Answer: 1 out of 10

$$\left(\frac{1}{10}\right)$$

[We get  $1/10$  of a group of  $10/4$ .]

[יש רק חתיכה אחת מתוך ה-10 שצריך בשביל ליצור קבוצה.

התשובה היא: 1 מתוך 10. אנו מקבלים  $1/10$  מקבוצה של  $10/4$ ]



## מסקנות

מורים צריכים לשאול את עצמם מדוע הם מלמדים תלמידים **לבטל**, **לצמצם** ול**כפול בהופכי**. לעיתים קרובות הם מרגישים שהם עוזרים לתלמידים בכך שהם נותנים להם קיצור דרך. יתכן שעומד לרשותם רק יום אחד לדון בכפל שברים, או שהם מרגישים את לחץ הציפיות של המורים מן הכיתה של השנה הבאה. הקורא עשוי לחשוב שהצגת כפל שברים באופן שנדון במאמר זה יהיה מסובך מדי, אבל למעשה תלמידי חושבים שזה די קל. למרות שהוראה של קיצורי דרך נראית כדרך קלה יותר, הרי שהוראה של פרוצדורות ללא ביסוס מושגי מזיקה לתלמידים בטווח הארוך. הם אולי עשויים לבצע במבחן סוף הפרק בצורה נפלאה, אבל אחרי שלושה חודשים הם לא יהיו בטוחים איזה קיצור דרך הולך עם איזה תרגיל. תלמידים רבים מתחילים לראות בעצמם דפוסים כאשר הם לומדים כפל וחילוק של שברים. תוך זמן קצר הם מוצאים לעצמם קיצורי דרך. בכך שהם לומדים תחילה למשמעות, תמיד תהיה אסטרטגיה אליה יוכלו לחזור אם הם שוכחים את קיצור הדרך. באופן דומה, אם מעודדים תלמידים לראות קשרים בין שברים שקולים למספרים עשרוניים, הם מפתחים דפוסי חשיבה המאפשרים להם להשתמש באותה צורה מסוימת של המספר המתאימה ביותר מבחינה הגיונית לבעיה.

**בטל**, **צמצם** ו- **כפול בהופכי** ימשיכו להיות "שפה גסה" עד אשר ארגיש בביטחון שלתלמידי יש הבנה משמעותית מבוססת של המושגים של כפל וחילוק שברים. הקלות הנראית של מחיקת מספרים בפרוצדורת הצמצום לא נותנת הצדקה לגזול מן התלמידים את ההזדמנות להבין את ההיגיון שבבעיה ואת האפשרות לפתח דרכי חישוב מהירים משלהם. אנו כמורים צריכים לשקול ברצינות את ההשפעות של הוראת קיצורי דרך כאמצעי הראשון והיחיד שדרכו התלמיד נחשף למושגים.

## ביבליוגרפיה

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1989.