

נקודות מעבר

Transition Points

מאת : Marion Lee Caldwell

הופיע ב : Teaching Children Mathematics , Vol. 10 No. 4, Dec 2003, pp. 218-223

תרגום : ברכה סגליס

לפני חמש שנים, כאשר התחלתי ללמד, הדאגה העיקרית שלי היתה ניהול הכיתה. מאחר שהייתי מאוד בטוחה בעצמי כשלימדתי מתמטיקה, הפיתרון שלי היה לשלוט על התנהגות הכיתה באמצעות מערכת תמריצים המבוססת על מושגים ומיומנויות במתמטיקה. בניתי תוכנית סביב הזמנים בהם הכי סביר שהתלמידים יהיו לא ממושמעים: כאשר הם עוברים מפעילות אחת לפעילות אחרת. 'נקודות מעבר' התפתח עם השנים ומשמש עתה ככלי המשלב מושגים מתמטיים מגוונים בשגרת הכיתה היומיומית. מאמר זה משתף מתודולוגיה של מתמטיקה משולבת בתוך הקשר משמעותי, אשר מעודד גם סביבת למידה בונה. מורים יכולים לאמץ את "נקודות מעבר" כדי לחזק את נושאי הלימוד במתמטיקה המתאימים לתוכנית הלימודים שלהם וכדי לעודד בכיתותיהם את ההתנהגות הרצויה בעיניהם.

חזרה להתחלה

בשנתי הראשונה כמורה לימדתי בכיתה ג'. חלק חשוב מתוכנית הלימודים היה מניה והמרה של מטבעות כסף בעלי ערכים שונים (pennie = 1 סנט; nickel = 5 סנט; dime = 10 סנט; ו- quarter = 25 סנט = 1/4 דולר). הדגמתי כיצד צריכה להראות התנהגות טובה והסברתי שכאשר "אתפוס" את הכיתה בהתנהגות טובה, אשים pennie לתוך הצנצנת של 'המורה הגאה'. כמו כן אזכה את הכיתה ב-nickle אם יתכנסו או יתנהגו בתרגיל של מצב חרום בסדר מופתי. כל יום אחה"צ, שני ילדים היו אחראים למנות את הכסף שהכיתה הרוויחה - להמיר אותו לאוסף המינימלי (לדוגמה, האוסף המינימלי לשבעה pennie הוא nickel אחד ושני pennie, מספר המטבעות הקטן ביותר), ולרשום את הרווחים של אותו יום על הלוח. היום שלאחריו התחיל עם תרגיל חישוב שבו הוסיפו את הרווחים הללו לסכום הקודם כדי לקבל סה"כ כללי. קבעתי את המטרה שלנו כ- 1 דולר. תוך זמן קצר, הילדים עסקו בחיסור הסכום הנוכחי מ- 1 דולר כדי לראות כמה עוד הם צריכים להרויח. תלמידים אחדים עסקו כבר בחישובי ממוצע כדי למצוא מהו רווח יומי סביר, ובהתאם עריכת ניבוי באיזה יום הם יגיעו למטרה. כאשר הכיתה הרוויחה דולר אחד, הוספתי סכום שווה, כדי שתלמידי ידעו עד כמה אני גאה בהתנהגות הקבוצתית שלהם. לאחר מכן נתתי את 2 הדולר לאחד התלמידים לקחת הביתה כדי לקנות כיבוד לילדי הכיתה (שמתי לב שההורים הוסיפו סכום משלהם, משום שהכיבודים היו תמיד יקרים יותר מסכום של 2 דולר).

'נקודות מעבר' מתפתח

אני ותלמידי סיימנו יחד באותה שנה, והיתה לי הזכות ללמד אותם שוב בכיתה ד' וההזדמנות לפתח עוד את הנקודות מעבר. שנתיים לאחר מכן, לימדתי בכיתה ה', שם המשכתי להתאים את שיטת התמריצים שלי המבוססת על מתמטיקה כדי שתעסוק בדרישות של כיתה גבוהה יותר. בסופו של דבר 'נקודות מעבר' התפתח לדפוס מסוים. להלן התוכנית הבסיסית:

1. קובעים מטרה ומה התגמול עבורה.
2. מגדירים התנהגויות רצויות, רושמים בטבלה וקובעים ניקוד לכל סוג התנהגות (tally marks).
3. הצלחה בהתנהגויות הרצויות נרשמת בטבלה באמצעות סימני קווים.
4. הזכיות היומיות נצברות עד שמגיעים למטרה.

המטרה תוכננה כך שניתן להשיגה בערך כל חמישה ימים, כל עוד התלמידים עומדים בציפיות של ההתנהגות הרצויה. התנהגות מופתית מקצרת משך זמן זה, והתנהגות שמתחת לרמה מאריכה אותו. התגמול להשגת המטרה יכול להיות כל דבר שהכיתה כולה רוצה מאוד. עשרים וחמש דקות של פעילויות גילוי (לפי בחירה) הן תגמול טוב והן זהות לכמות הזמן שנחסכה במהלך השבוע כאשר אנו עושים מעברים יעילים בין פעילויות.

איור 1: דוגמה לנקודות מעבר

מטרה = 1,000,000

מטרה	נקודות	מעברים
	20,000	הגעה; שונות; צהרים; ניקיון
	10,000	ספריה; לימוד עמיתים; מעבדת מחשבים
	100,000	מליאה; התנהגות במצב חירום
	5,000	מעברים בכיתה

אם הרווחים שהצטברו מן הימים הקודמים שווים 435,000 וביום שלישי סימנתי את הקווים שבטבלה, אז השיעור ביום רביעי מתחיל עם רישום המשוואות הבאות:

נרשום $T =$ נקודות המעבר של יום שלישי

$$T = (4 \times 20,000) + (0 \times 10,000) + (1 \times 100,000) + (3 \times 5,000)$$

$$T = 80,000 + 0 + 100,000 + 15,000$$

$$T = 195,000$$

סה"כ חדש = $T +$ סה"כ קודם

$$\text{סה"כ חדש} = 435,000 + 195,000$$

$$\text{סה"כ חדש} = 630,000$$

נקודות נדרשות = סה"כ חדש - מספר המטרה

$$\text{נקודות נדרשות} = 1,000,000 - 630,000$$

$$\text{נקודות נדרשות} = 370,000$$

לאחר מכן הייתי מציגה את המידע על ציר המספרים:

2

Translated and reprinted with permission from Teaching Children Mathematics, copyright © 2003

by the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved.

NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

איור 1 מראה דוגמה לפעילות זו. בדוגמה זו התלמידים נדרשים לתרגל חישובים במספרים גדולים ולבחון מחדש את מושג ערך המקום. כמו כן היא עורכת להם הכרות עם משוואות אלגבריות. פעילות זו נותנת לתלמידים גם הזדמנויות לזהות את תכונת הכפל באפס ואת תכונת הזהות בכפל ב-1. רישום ההתקדמות לקראת המטרה על ציר המספרים, נותנת פרספקטיבה על הקשר שבין המספרים ומעודד תובנה מספרית.

עצות ליישום נקודות מעבר

כאשר אני מציגה בנקודות מעבר נושא חדש בפעם הראשונה, אני מדגימה ומסבירה. כאשר, בעקבות ההתנסות היומיומית, המבנה נעשה מוכר לתלמידים, הידע הקודם שלהם מתחזק ומאפשר להם לבנות הבנה חדשה. בתחילה התלמידים מעתיקים למחברותיהם את המשוואות שאני רושמת על הלוח. בהדרגה, אני מעבירה תרגיל זה אליהם. תלמידים שמתחילים להרגיש בטוחים, מסייעים לפי התור לחבריהם לבצע את הצעדים הנדרשים. בשלב האחרון התלמידים מסוגלים להשלים באופן עצמאי את הפעילות של נקודות מעבר ואז הם מוכנים להערכה. כל "מבחן" של נקודות מעבר מאפשר לי לראות כיצד תלמידי עושים אינטגרציה של מושגים מתמטיים והיכן, אם בכלל, החשיבה המתמטית שלהם נכשלת. מידע זה מכוון אז את המשך ההוראה שלי.

בתכנון שלי מוקדשות עשר דקות ביום לנקודות מעבר, לאחר שזה נכנס לשיגרה, אבל אני משתדלת להיות גמישה. הרבה "רגעים של למידה" מופיעים בשעה שתלמידים עושים קשרים בין מושגים ומגלים משמעות במיומנויות שרכשו קודם.

"נקודות מעבר" מתוכנן כמערכת תגמולים ולא כמערכת עונשים. כאשר התלמידים לא מגיעים להתנהגות הרצויה, אני פשוט אומרת להם, "טוב, ניקיון לא היה ברמה היום. אני יודעת שתצליחו בזה טוב יותר מחר ותוכלו לזכות בנקודות שלכם." למחרת, אם התלמידים צריכים זירוז, אני עשויה לעודד את ההתנהגות הרצויה על ידי הצעה למספר נקודות "כפול או לא כלום". גמישות זו הופכת גם את החישובים ביום המחרת למעניינים יותר.

נקודות מעבר בכיתה ה'

אני מתחילה את הנקודות מעבר של כיתה ה' בקביעת מטרה של מליון נקודות (ראה איור 1). המספרים הגדולים מרשימים יותר. להרוויח עשרים אלף נקודות עבור ישיבה במקום לאחר הגעה בבוקר, נראה כשווה את המאמץ. ברגע שהתלמידים מראים יכולת לתמרן בקלות עם מספרים גדולים, אני מפתיעה אותם עם מטרה חדשה: נקודה אחת (ראה איור 2). המסע אל המטרה דומה, באופן פרופורציונלי, אבל סדר הגודל של המספרים שונה. כעת, ערך המקום במספרים עשרוניים מקבל תפקיד, בתוך הקשר שכבר מוכר. תלמידים מגלים מהר שהחוקים של מערכת המספרים בבסיס עשר המוכרת להם מתאימים גם למספרים עשרוניים על פני רצף של מספרים ההולכים וקטנים

איור 2: קביעת מטרה של נקודה אחת

מטרה = 1.0

נקודות	מעברים
0.02	הגעה; שונות; צהרים; ניקיון
0.01	ספריה; לימוד עמיתים; מעבדת מחשבים
0.1	מליאה; התנהגות במצב חירום
0.005	מעברים בכיתה

באמצע חודש אוקטובר, אני קובעת את המטרה של חמישה עשר משושים, והתלמידים מרוויחים נקודות כחלקים שבריים מתוך שלם. אני אומרת לתלמידים לעבוד עם צורות הפלא. אמצעי המחשה אלה מתאימים לשמש כמודל קונקרטי לשברים בגלל השטחים הפרופורציונליים שלהם (ראו איור 3). קובעים שמשושה אחד שווה לשלם אחד, ולכן טרפז שווה ל- $1/2$ (שני טרפזים מכסים משושה אחד), מעוין שווה ל- $1/3$ (שלושה מעוינים מכסים משושה אחד), ומשולש שווה צלעות שווה ל- $1/6$ (ששה משולשים מכסים משושה אחד).





איור 3: שימוש בצורות הפלא כדי להמחיש שברים



איור 4 משלב גיאומטריה ושברים בתוך מסגרת העבודה של נקודות מעבר. שימו לב שחלק מן ההתנהגויות הרצויות שונו בהתאם לצרכים של הכיתה הנוכחית. תלמידים מתחילים בעבודה עם צורות הפלא (ראו איור 5א'). לאחר מכן הם מתקדמים לייצוגים מצוירים בתוך המשוואות שהם כותבים (ראו איור 5ב') ולבסוף לייצוגים המספריים של השברים (ראו איור 5ג').

איור 4: נקודות מעבר תוך שימוש בגיאומטריה ושברים

מטרה: 15 משושים

מעברים	צורות הפלא	נקודות	ספירה
הגעה; שונות; צהרים; ניקיון		1/2	
פעילות בסבב; לימוד עמיתים; בדיקת מחברות		1/3	
מליאה; התנהגות במצב חירום		1/1	
מעברים בכיתה		1/6	

איור 5: שלבי התקדמות בייצוגים של התלמידים



(א)

$$m = (1 \times \text{hexagon}) + (4 \times \text{parallelogram}) + (0 \times \text{blue parallelogram}) + (2 \times \text{triangle})$$

(ב)

$$m = (1 \times 1/1) + (4 \times 1/2) + (0 \times 1/3) + (2 \times 1/6)$$

(ג)

הצורך בשימוש במכנים משותפים מתגלה מהר מאוד. התלמידים אינם יכולים לחבר טרפז ומעוין, אבל אם הם ממירים אותם בערכים השקולים שלהם במשולשים, הם יכולים לחבר משולשים. לכן, $1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6$.

לקראת סוף הסמסטר הראשון, אני קובעת לוח נקודות שמכיל שברים פשוטים ושברים עשרוניים ביחד. לדוגמה, המעבר לארוחת צהרים יכול לזכות ב-0.25 (ייצוג עשרוני), בעוד שהתנהגות הולמת עם עמיתים ללימוד מזכה ב-1/5 (ייצוג בשבר פשוט). כדי לבצע פעולות מתמטיות נדרשות המרות משברים פשוטים לעשרוניים, או משברים עשרוניים לפשוטים. אנו מבצעים את שתיהן, דבר המאפשר לתלמידים לעשות

השוואות, לגלות קשרים בין שברים פשוטים לעשרוניים, ולבדוק את עבודתם. ראו **איור 6** לעבודה של תלמיד.

איור 6: תלמיד מבצע המרות

Math
Transition Points
[Convert to decimals]

Let $t = \text{Thursday's transition points}$
 $t = (1 \times .75) + (1 \times .1) + (2 \times \frac{1}{5}) + (2 \times .25)$
 $t = .75 + .1 + \frac{2}{5} + .5$
 $t = .75 \times .1 + .4 + .5$
 $t = 1.75$
 $t + p = 2.2$
 $\quad \quad \quad + 1.75$
 $\quad \quad \quad \underline{\quad}$
 $\quad \quad \quad 3.95$
 $\text{points needed} = \frac{9.9}{-3.95}$
 $\quad \quad \quad \underline{\quad}$
 $\quad \quad \quad 6.05$

[Convert to fractions]

Let $t = \text{Thursday's transition points}$
 $t = (1 \times .75) + (1 \times .1) + (2 \times \frac{1}{5}) + (2 \times .25)$
 $t = .75 + .1 + \frac{2}{5} + .5$
 $t = \frac{3}{4} + \frac{1}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$
 $t = \frac{15}{20} + \frac{2}{20} + \frac{8}{20} + \frac{10}{20}$
 $t = \frac{35}{20}$
 $t + p = \frac{24}{20}$
 $\quad \quad \quad + \frac{15}{20}$
 $\quad \quad \quad \underline{\quad}$
 $\quad \quad \quad \frac{39}{20}$
 $\text{points needed} = \frac{9 \frac{20}{20}}{-3 \frac{19}{20}}$
 $\quad \quad \quad \underline{\quad}$
 $\quad \quad \quad 6 \frac{1}{20}$

במהלך הסמסטר השני, אני חוזרת על הדפוס של עבודה במספרים גדולים ולאחריה קביעת מטרה הקטנה מאחד. בשלב זה, התלמידים מנוטים בשיטת המספרים העשרונית בביטחון רב יותר ומוכנים לשקול למשל, מטרה של 1.5 טריליון (מיליון מיליונים), המעודדת היכרות עם חזקות (ראו **איור 7**). בצד השני של הטווח, אני עשויה לקבוע כמטרה את 0.15 (ראו **איור 8**).

לאחר מכן אני חוזרת ומרחיבה חישובים בשברים פשוטים. לדוגמה, תלמידים יכולים להרוויח ביום מסוים $(2 \times 1/3)$, $(1 \times 1/5)$ ו- $(2 \times 1/4)$.

איור 7: תלמיד בודק מטרה של 1.5 טריליון נקודות

Goal = 1.5 trillion

Transition points
quiz

Let \textcircled{Q} = Tuesday's transition points

$$\textcircled{Q} = (3 \times 100,000,000,000) + (4 \times 30,000,000,000) + (1 \times 20,000,000,000) + (2 \times 50,000,000,000)$$

$$\textcircled{Q} = 300,000,000,000 + 120,000,000,000 + 20,000,000,000 + 100,000,000,000$$

$$\textcircled{Q} = 540,000,000,000$$

$$\begin{array}{r} 300,000,000,000 \\ 120,000,000,000 \\ 20,000,000,000 \\ 100,000,000,000 \\ \hline 540,000,000,000 \end{array}$$

$$\text{New total} = \text{previous total} + \textcircled{Q}$$

$$= 300,000,000,000 + 540,000,000,000$$

$$= 840,000,000,000$$

$$\text{Need} = \text{Goal} - \text{New total}$$

$$= 1,500,000,000,000 - 840,000,000,000$$

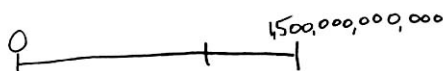
$$\begin{array}{r} 1,500,000,000,000 \\ - 840,000,000,000 \\ \hline 660,000,000,000 \end{array}$$

$$\text{need} = 660,000,000,000$$

$$6.6 \times 10^{11}$$

$$\text{total} = 840,000,000,000$$

$$8.4 \times 10^{11}$$

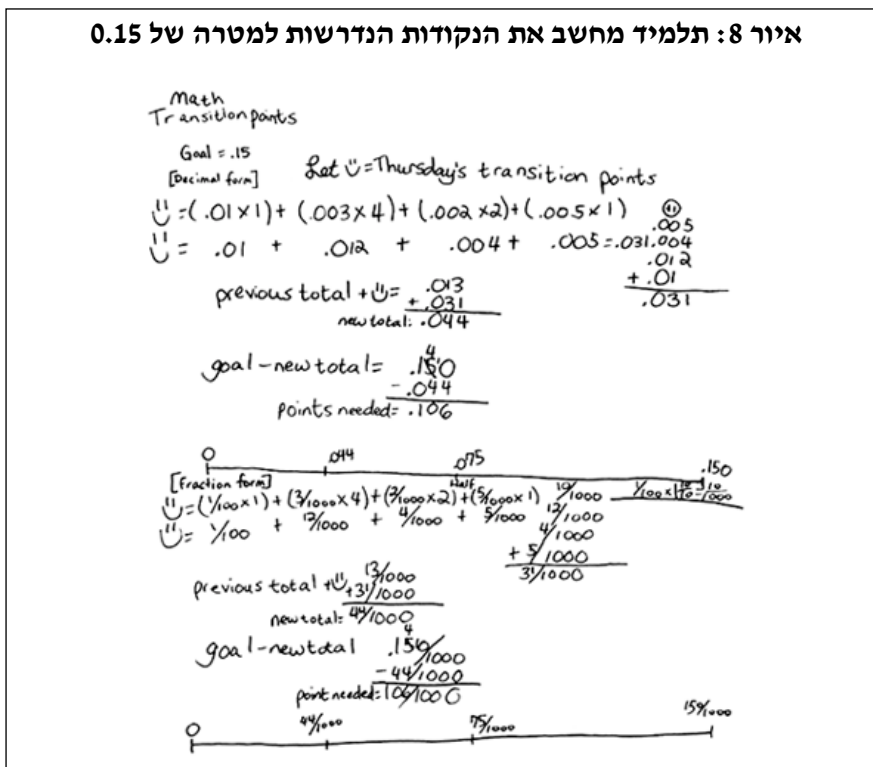


שינויים ואפשרויות

שינוי משעשע של נקודות מעבר התפתח כאשר הכיתה למדה על זוויות ישרות, חדות וקהות ועל מדידת זוויות בעזרת מד-זווית. קביעת מטרה של 720° והקצבת מספר מסוים של מעלות לכל התנהגות נראתה מתאימה. תלמידים ציירו בעזרת מחוגה שני עיגולים כדי לייצג את המטרה. בנוסף לכתיבת המשוואות, הם למדו למדוד את הזוויות שהרוויחו ולסמן אותן בעיגולים שלהם. דברים מעניינים קרו כאשר הזוויות שהרוויחו מילאה עיגול אחד והיה צריך להעביר חלק ממנה לעיגול השני והתלמידים למדו לתאר זאת באופן מתמטי.

בסוף שנת הלימודים בכיתה ה', אנו לומדים על שיטות מתמטיות עתיקות, כדי שהתלמידים יעריכו באמת את שיטת המספרים בבסיס עשר בה אנו משתמשים. בשנה הבאה, אני מתכננת לבקש מן התלמידים להרוויח נקודות מעבר בשיטת המאיה (מערכת מספרים בבסיס עשרים) או בשיטה הבלית (מערכת מספרים בבסיס ששים). האפשרויות לשימוש בנקודות מעבר הן אין-סופיות.

איור 8: תלמיד מחשב את הנקודות הנדרשות למטרה של 0.15



מוטיבציה חיצונית ומוטיבציה פנימית

טיבה של תוכנית התנהגותית הוא לספק מוטיבציה חיצונית כדי לעצב התנהגות. למרות שזה נכון לגבי נקודות מעבר, הרי שמוטיבציה פנימית מתפתחת בו-זמנית. אחד התלמידים שלי הסביר זאת בדרך הבאה: "אנחנו יודעים שמחכה לנו יום נהדר".

המוטיבציה הפנימית הגדולה ביותר שהתגלתה קשורה בעמדות כלפי מתמטיקה. בעקבות עבודה עם נקודות מעבר, תלמידים דווחו על הבנה טובה יותר במתמטיקה, וכתוצאה מכך הפכה המתמטיקה לכיף. תלמידים העסוקים בהתנסויות למידה מאתגרות מגלים צורך מועט להפריע בביה"ס. ככל ששנת הלימודים מתקדמת, תגמולים חיצוניים נעשים פחות חשובים בעוד שסביבת למידה בונה הולכת וגדלה.

מסקנות

נקודות מעבר עוזר לי ליישם את הסטנדרטים למספרים ופעולות של ה-NCTM שבו נאמר: "כאשר תלמידים מתקדמים מן הגן עד לכיתה י"ב, הם צריכים להגיע להבנה עשירה של מספרים – מה הם; כיצד הם מיוצגים בעצמים, בספרות, או בצירי מספרים; כיצד הם קשורים זה לזה; כיצד מספרים משובצים במערכות בעלות מבנים ותכונות; וכיצד להשתמש במספרים ופעולות כדי לפתור בעיות" (עמוד 32).

התלמידים שלי מכיתה ה' לא רק אוהבים מתמטיקה, אלא גם עובדים ביחד בשיתוף ומתנהגים למופת.

ביבליוגרפיה

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 2000.