מנסרות ופירמידות: בניית מודלים תלת-ממדיים כדי לפתח הבנה

Prisms and Pyramids:

Constructing Three-Dimensional Models to Build Understanding

מאת: Beverly A. Koester

הופיע ב: Teaching Children Mathematics , Vol. 9 No. 8, April 2003, pp. 436-442

תרגום: ברכה סגליס

Photograph by Kathryn D. McPherson; all rights reserved

הסטנדרטים לגיאומטריה של ה- NCTM (Principles and Standards for School Mathematics, 2000) מדברים על לימוד של צורות דו- ותלת-ממדיות. בכיתות היסוד, מושם על פי רוב דגש רב יותר על הגיאומטריה של המישור מאשר על גיאומטריה תלת-ממדית. בכיתות רבות תלמידים חוקרים באופן פעיל צורות דו-ממדיות בעזרת חומרים מגוונים, הכוללים טנגרם, לוחות מסמרים, וצורות הפלא. לעומת זאת, חומרים ומערכי שיעור לחקירת צורות תלת-ממדיות אינם כה נפוצים.

מאמר זה מתאר כיצד תלמידים בכיתות ג׳ - ה׳ יכולים לחקור באופן פעיל צורות תלת-ממדיות בעזרת חומרים פשוטים וזולים: ניירות וקשיות. המאמר דן בתחילה בעקרונות בסיסיים המונחים ביסוד הוראת הגיאומטריה, לאחר מכן מציג מגוון של התנסויות המתמקדות על התכונות של מנסרות ופירמידות ועל היחסים שבין הצורות השונות.

המודל של ואן-הילה לחשיבה גיאומטרית

מודל החשיבה הגיאומטרית של ואן-הילה הנחה אותי כאשר היה עלי לבחור דרכי הוראה לתלמידי בכיתה ד׳ (Van Hiele 1999). על סמך ניסיונם כמורים בבתי ספר בהולנד, פייר ודינה ואן-הילה פיתחו תיאוריה לפיה תלמידים מתקדמים בתוך רמות ההתפתחות הבאות של חשיבה גיאומטרית:

הרמה הויזואלית - תלמידים שופטים צורות על פי המראה שלהן. ילד יכול לומר, ״זה מלבן משום שזה נראה כמו קופסה.״

הרמה התיאורית - תלמידים מנתחים צורות על סמך תכונות ומאפיינים. הם מסוגלים לעשות הכללות בנוגע לצורות מסוימות, אבל אינם מסוגלים לעשות הכללה אודות היחס שבין תכונות שונות של הצורה, או אודות היחס שבין צורות שונות.

הרמה הדדוקטיבית הלא-פורמלית - תלמידים מסוגלים לעשות הכללות על קשרים פנימיים בתכונות של אותה צורה, או בין צורות שונות. הם מסוגלים להבין ולפתח הגדרות מופשטות, ולמיין צורות לפי היררכיות.

התיאוריה של ואן-הילה טוענת שהתפתחות החשיבה הגיאומטרית תלויה יותר בהוראה מאשר בגיל. בני הזוג ואן-הילה הציעו ללמד בשלבים עוקבים כדי לעזור לתלמידים להתקדם מרמה לרמה. ההוראה צריכה לכלול רצף של פעילויות שמתחילות ב"משחק" וחקירה, בהדרגה בונות מושגים ושפה קשורה, ומסתיימות בפעילויות סיכום שעוזרות לתלמידים לעשות אינטגרציה של רעיונות חדשים עם הידע הקודם שלהם.

הרקע של התלמידים שלי

לפני לימוד גיאומטריה תלת-ממדית, התלמידים חקרו נושאים בגיאומטריה של המישור באמצעות מגוון של פעילויות אקטיביות. הבחנתי שמרבית התלמידים מסוגלים לנתח מרכיבים של צורות דו-ממדיות, בהתאם לרמת החשיבה התיאורית על פי ואן-הילה. תלמידים אחדים נעו לעבר רמת החשיבה הדדוקטיבית הלא-פורמלית, שבה תלמידים מארגנים תכונות באופן לוגי.
באמצעות הערכה לא פורמלית, גיליתי שתלמידים רבים חושבים עדיין על צורות תלת-ממדיות ברמה הויזואלית. זה לא הפתיע אותי, משום שתלמידים לעיתים קרובות חושבים על מושגים שונים ברמות שונות, תלוי במידת הניסיון שלהם. למרות שתלמידים רבים הכירו את השמות המתמטיים של צורות תלת-ממדיות (כמו- **קובייה**, **כדור**, **גליל** ו**חרוט**), הם לא פיתחו את השפה הנחוצה לתיאור תכונות של צורות אלה (כמו למשל - **צורת הפאות** ו**מספר הצלעות**). התלמידים לא היה מנוסים מספיק כדי לעשות הכללות אודות סוגים של צורות. לדוגמה, הסברתי לאחת התלמידות שקובייה היא סוג מיוחד של מנסרה. היא הגיבה, "אני יודעת שזה קובייה. אם זה קובייה, איך זה יכול להיות גם מנסרה? חשבתי שלמנסרה צריך להיות משולש בקצוות." תלמידים אחדים ידעו את המונחים **מנסרה** ו**פירמידה**, אבל הם קישרו מונחים אלה עם מקרים פרטיים של הצורות במקום עם משפחה שלמה של צורות (ראה **איור1** ו- **איור 2**).

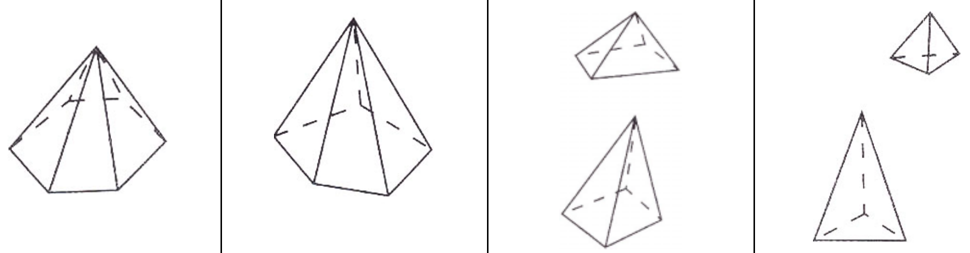
הסטנדרטים לגיאומטריה של ה- NCTM

רציתי לעזור לתלמידים שלי לעבור מהרמה הויזואלית לרמות חשיבה גבוהות יותר אודות צורות תלת-ממדיות. ידעתי שהתלמידים יזדקקו להתנסות עם דוגמאות רבות ומגוונות של מנסרות ופירמידות כדי לעשות הכללה של המאפיינים המשותפים לסוגי צורות אלה. רציתי לתכנן פעילויות שיעסיקו את התלמידים בבניה ובציור, ביחד עם חשיבה ודיבור אודות תכונות גיאומטריות ויחסים.
בהתאמה עם התיאוריה של ואן-הילה, הסטנדרטים של ה- NCTM תומכים בגישה פעילה ללמידה, עם גישה למגוון של עצמים מוחשיים. הסטנדרטים לגיאומטריה לכיתות ג' - ה' מתארים ציפיות ספציפיות מן הלמידה של התלמידים (NCTM 2000). כאשר פיתחתי פעילויות עבור תלמידי התמקדתי בעיקר בציפיות הבאות:
בכיתות ג' - ה' כל התלמידים צריכים -

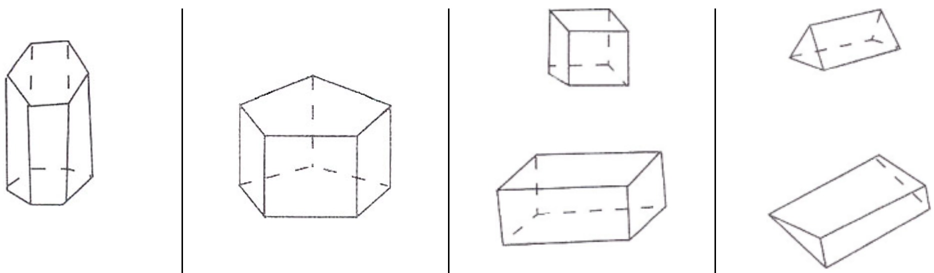
- לזהות, להשוות ולנתח מאפיינים של צורות דו- ותלת-ממדיות ולפתח אוצר מילים לתיאור המאפיינים (רמה תיאורית);
- למיין צורות דו- ותלת-ממדיות על פי התכונות שלהן ולפתח הגדרות לסוגים של צורות כמו משולשים ופירמידות (רמה דדוקטיבית לא-פורמלית);

- לחקור חפיפה ודמיון ;
- לבנות ולצייר עצמים גיאומטריים.

איור 1: פירמידות



איור 2: מנסרות



המודל הראשון שלנו:
קיפול נייר כדי ליצור פאות של צורות תלת-ממדיות

מלבנים לגלילים ולמנסרות

מה קורה כאשר אתם מגלגלים נייר מלבני? אתם יוצרים את פני השטח של גליל. כעת, נניח שאתם קודם מקפלים את המלבן לאורך סדרה של קווים מקבילים, ולאחר מכן שמים זה על זה חלק אחד או מספר חלקים. בדרך זו, תוכלו ליצור את הפאות הצדדיות של מנסרה (ראה **איור 3**). למרות שדגם זה אינו כולל את שני הבסיסים של המנסרה, ניתן בקלות לדמיין את הפאות החסרות.

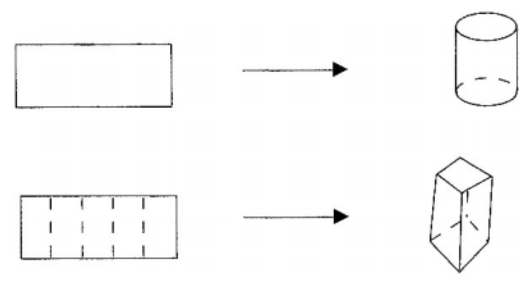
חלקתי את תלמידי לקבוצות של ארבעה ונתתי לכל קבוצה אוסף של מלבנים מנייר בגדלים שונים, מספריים וניר דבק. ביקשתי מכל קבוצה ליצור לפחות דגם אחד של מנסרה משולשת, מנסרה מלבנית, מנסרה מחומשת, ומנסרה משושה. דנו בקשר שבין השם של מנסרה לצורת הבסיס שלה.

עיגולים לחרוטים ולפירמידות

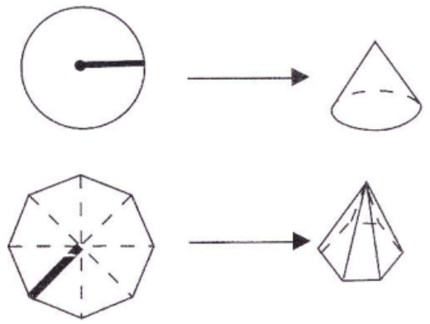
כמו שניתן לקשר בין גלילים למנסרות, ניתן לקשר בין חרוטים לפירמידות. התלמידים גזרו עיגול, גזרו לאורך הרדיוס שלו ויצרו חרוט. לאחר מכן הם גזרו מתומנים משוכללים. על ידי הנחת מספר שונה של חלקים זה על זה, התלמידים יצרו פירמידות ישרות בעלות בסיסים שונים : משולש, מלבן, מחומש, משושה ומשובע (**ראו איור 4**). תלמידים אחדים המשיכו את החקירה כשהם מתחילים עם ריבועים

ומשושים במקום עם מתומנים.

איור 3: מלבנים לגלילים ולמנסרות



איור 4: עיגולים לחרוטים ולפירמידות



תיאור מנסרות ופירמידות - התחלה

לאחר שהתלמידים יצרו דגמים מנייר, הצבתי שני לוחות גדולים מכוסים בגיליונות נייר, עם הכותרות "תכונות של מנסרות" ו- "תכונות של פירמידות". המטרה שלי היתה שהתלמידים יתחילו להתבונן ולהשוות תכונות משותפות לכל המנסרות ולכל הפירמידות, המבוססות על הדגמים שיצרו. בשעה שהתלמידים ערכו את התצפיות, הצגתי בפניהם את המונחים - **פאה**, **צלע**, **קדקוד** ו**מישור** - כדי לעזור להם לתאר תכונות באופן מדויק יותר. עברנו גם על מונחים שנלמדו כשעסקנו בצורות דו-ממדיות, כמו **מצולע**, **מקביל**, ו**מאונך**. הנה דוגמה לשיחה טיפוסית.

תלמיד 1: מנסרה היא כמו גליל, רק שהחלק העליון והחלק התחתון הם צורות שונות במקום עיגולים.

מורה: הפאות בקצה של הגליל או המנסרה נקראות **בסיסים**. מה תוכל לומר על הבסיסים של כל המנסרות שיצרתם? מה משותף לכל הצורות האלה?

תלמיד 1: לכולם יש צלעות ישרות. כולם מצולעים.

תלמיד 2: לשני הבסיסים יש אותו גודל ואותה צורה.

מורה: אז נוכל לומר שהבסיסים של מנסרה הם מצולעים **חופפים**.

תלמיד 3: הנה עוד משהו: הגליל מתעקם בין הבסיסים. למנסרה יש מלבנים שמחברים את הבסיסים.

מורה: האם זה נכון לכל המנסרות? בואו נתבונן בדגמים מנייר. האם הפאות הצדדיות האלה [מצביעה] כולן מלבנים? [התלמידים עונים, "כך"]. מחר ניצור דגמים חדשים בעזרת קשיות ומחברים. תוכלו לגלות שניתן לבנות מנסרה עם פאות צדדיות שאינן מלבנים.

המודל השני: חיבור קשיות כדי ליצור צלעות של צורות תלת-ממדיות

למחרת, הראיתי לתלמידים שלי דגם של מנסרה מלבנית שבניתי על ידי חיבור קשיות שתייה בעזרת מחברים. ביקשתי מהתלמידים להשוות דגם זה עם דגם של מנסרה מנייר. הדגם מנייר מראה את **פאות** המנסרה. הדגם מקשיות מראה את **צלעות** המנסרה. על פי ההגדרה, מנסרה כוללת את כל הצלעות כמו גם את כל הנקודות שבתוך החלק הפנימי של כל פאה שהצלעות יוצרות.

חומרים והכנה

השתמשנו באלף קשיות שתיה מפלסטיק בעלות קוטר קטן, כמות מספקת עבור חקירות של כיתה שלמה. ביקשתי מן התלמידים למדוד ולגזור את הקשיות לשלושה אורכים שונים - שלושה אינץ', חמישה אינץ' ושבעה אינץ'. שימוש בקשיות מגדלים שונים מאפשר לתלמידים ליצור מגוון גדול יותר של צורות, מאשר שימוש בקשיות בעלות אורך אחיד. כמחברים, השתמשנו בקופסה של אלפיים חוטי ברזל

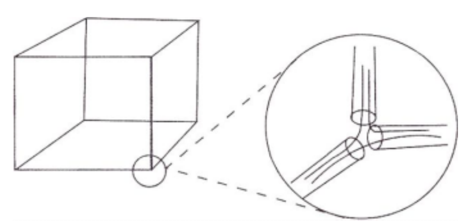
מצופים בפלסטיק באורך ארבעה אינץ' המשמשים על פי רוב לסגירת שקיות פלסטיק. התאפשר לי לקנות אותם בחנות המכולת הסמוכה במחיר נמוך. מנקי מקטרות מתאימים גם כן כמחברים, אבל הם יקרים יותר. הקשיות והמחברים ניתנים לשימוש חוזר. התלמידים הבינו שהם יוכלו לבנות מספר צורות תלת-ממדיות ושלאחר מכן הם יצטרכו לפרק אותן כדי לחקור בעיות חדשות.

חקירה

תלמידי היו נלהבים לבנות. תחילה נתתי להם זמן לחקור את החומרים החדשים באופן חופשי, כשאני זוכרת את ההצהרה של פייר ואן-הילה ש"גיאומטריה מתחילה במשחק". תלמידים בנו דגמים של מבנים אמיתיים, כולל הפירמידה הגדולה בגיזה, ציוד למגרשי משחקים, ובתים עם גגות מסוגים שונים. בשעה שהם עבדו, צפיתי בהם ושמעתי את השאלות ששאלו, כמו "כמה קשיות אצטרך? האם לכולם צריך להיות אותו אורך? תסתכל: בחלק העליון של הפירמידה אני צריך לחבר ארבע קשיות בנקודה אחת."

מרבית התלמידים מצאו ללא קושי דרך לחבר שלוש או ארבע קשיות בנקודה אחת. **איור 5** מראה שיטה אחת. אם אתם משתמשים בקשיות בעלות קוטר גדול יותר, אתם יכולים לקפל בערך אינץ' מכל מחבר כדי ליצור חיבור חזק יותר.

איור 5: חיבור קשיות



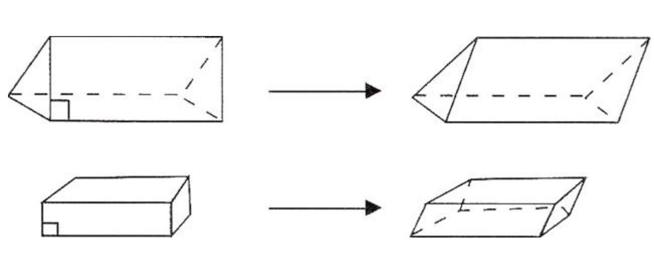
מנסרות משופעות ופירמידות לא משוכללות

ג'ון בנה מנסרה משולשת. לאחר מכן הוא לחץ בעדינות על הצורה ושינה שתיים מהפאות המלבניות למקביליות בעלות זוויות לא ישרות. "תסתכלו!" הוא קרא בהתרגשות. "מעכתי את המנסרה. האם לצורה הזאת יש שם? האם היא עדיין מנסרה?"

ציפיתי להזדמנות זו שתאפשר לי לעזור לתלמידים להרחיב את ההבנה שלהם על מנסרות. ערכנו דיון כיתתי על ההבדל בין מנסרה **ישרה**, שבה הפאות הצדדיות מאונכות לבסיסים, ומנסרה **משופעת**.

תלמידים אחרים התנסו ב"מעיכת" סוגים אחרים של מנסרות על ידי הזזה שלהם בכיוון אחד או יותר (ראה **איור 6**).

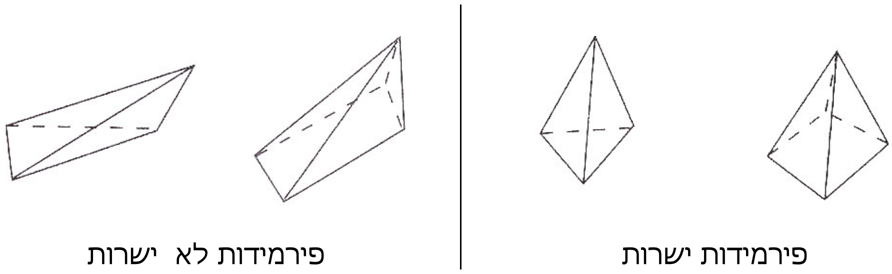
איור 6: מנסרות ישרות ומשופעות



הקשיות והמחברים גם אפשרו לתלמידים להרחיב את ההבנה שלהם על פירמידות. בשימוש בדגם הנייר התלמידים בנו רק פירמידות ישרות שבהן הבסיס הוא מצולע משוכלל עם צלעות שוות וזוויות שוות והקדקוד נמצא בדיוק מעל למרכז הבסיס. כאשר הם השתמשו בקשיות, התלמידים היו מסוגלים לבנות

מגוון גדול יותר של פירמידות (ראה **איור 7**). תלמידים גם בדקו את החוזק של הפירמידות וגילו שצורות אלה הן יציבות ולא ניתנות לשינוי ול"מעיכה" כמו המנסרות.

איור 7: פירמידות ישרות ופירמידות לא ישרות



חקירה מובנית ופתרון בעיות

לאחר זמן של חקירה חופשית, הצגתי בפני התלמידים את הבעיה הבאה לחקירה בקבוצות קטנות: כמה מנסרות מלבניות שונות תוכלו לבנות בעזרת קשיות בעלות שני אורכים שונים: 3 אינץ' ו- 7 אינץ'? בקבוצה אחת התלמידים ניגשו בזריזות לעבודה, כשהם בונים את שתי הקוביות של 3×3×3 אינץ' ושל 7×7×7 אינץ'. הצגתי את המונח **דומה**, שפירושו אותה צורה אבל בגודל שונה. מל עבדה על מנסרה אחרת עם המידות 3×3×7 אינץ'. היא שאלה, "למה את מתכוונת ב'שונה'? האם מנסרה זו תהיה שונה אם אני אסובב אותה כך שתהיה גבוהה?" חזרנו אז על המונח **חופף**, אותו התלמידים פגשו קודם כשלמדו על גיאומטריית המישור. אחרי מעט מחשבה אמרה שרה, "ובכן, אנחנו יכולים לעשות ריבוע גדול למטה, ועם צלעות קצרות יותר שעולות למעלה. זה יהיה שונה." היא ניגשה לעבודה ובנתה את הפתרון 3×7×7.

עודדתי את התלמידים לתעד את הפתרונות שלהם, באמצעות ציורים, מילים ומספרים. תלמידים אחדים היו מאוד מעוניינים לצייר ייצוגים דו-ממדיים לדגמים התלת-ממדיים ובילו זמן רב בתרגול מיומנות זו. הקשבתי לתלמידים עם ניסיון רב יותר בציור כשהם נותנים עצות לעמיתיהם, כמו "צייר בהתחלה את הפאה הקרובה ביותר. אחרי זה הוסף קווים שהולכים אחורה."

במהלך זמן המוקדש למשימות בחירה, מספר תלמידים היו מעוניינים לחקור את הבעיות היותר מאתגרות הבאות:

- כמה מנסרות מלבניות שונות ניתן לבנות מקשיות בעלות שלושה אורכים שונים: 3 אינץ', 5 אינץ' ו- 7 אינץ'? (יש עשר אפשרויות).
- כמה פירמידות משולשות שונות ניתן לבנות מקשיות בעלות שני אורכים שונים: 5 אינץ' ו- 7 אינץ'? (תלמידים הופתעו לגלות תשעה סידורים שונים של קשיות, הכוללים פירמידות ישרות ופירמידות לא ישרות. בעיה זו עוררה דיון נמרץ אודות חפיפה וסימטריה.)

ספירת פאות, צלעות וקדקודים: קישור הגיאומטריה לאלגברה

"כמה פאות יש לקוביה?" התלמידים שלי היו בטוחים שלקוביה יש שש פאות. הם השתמשו במונחים **פאה**, **קדקוד** ו- **צלע** כדי לתאר צורות. כעת רציתי שהם יחשבו על הקשר שבין מבנה הצורה למספר הפאות, קדקודים וצלעות שיש לה. שאלתי, "כמה פאות יש למנסרה?" שמחתי כאשר התלמידים הגיבו, "תלוי בסוג המנסרה."

ידעתי שספירת פאות, קדקודים וצלעות של צורות תלת-ממדיות יספק הזדמנויות רבות לחקירת דפוסים אלגבריים. כפי שמציינים **הסטנדרטים והעקרונות**, "תלמידים צריכים לקבל את ההזדמנות ליישם רעיונות ויחסים גיאומטריים בשטחים אחרים של מתמטיקה... באלגברה, תלמידים בכיתות ג' - ה' עובדים לעיתים קרובות עם צורות גיאומטריות כדי לחקור דפוסים ופונקציות" (NCTM 2000 עמ' 169).

נתתי לתלמידי טבלאות אשר יסייעו להם לתעד את המידע שלהם (ראה **איור 8**). בשעה שהתלמידים ספרו ותיעדו מספרים, הראו רבים מהם התלהבות כאשר צפו בדפוסים המתגלים. בעזרת שאלות מכוונות אחדות, תלמידים היו מסוגלים לקשר את הדפוסים המספריים עם המבנה הגיאומטרי של מנסרות, כלהלן.

תלמיד 1: מספר הקדקודים במנסרה הוא זוגי.

מורה: האם זה הגיוני? מדוע מספר הקדקודים במנסרה הוא מספר זוגי?

תלמיד 2: ובכן, למנסרה משולשת, יש שלושה חודים למטה ועוד שלושה למעלה. זה כפול 2, אז זה מספר זוגי.

מורה: האם זה יהיה נכון בכל מנסרה? מה אם למנסרה יש חמש צלעות בבסיס?

תלמיד 1: אז יהיו חמישה חודים למטה וחמישה למעלה. זה תמיד כפול 2.

כדי לעזור לתלמידים לעשות הכללה של היחס בין מספר הצלעות בבסיס הפירמידה למספר הפאות, הקדקודים וסה"כ הצלעות, ביקשתי מהם לדמיין מנסרה עם עשר צלעות בבסיס. אמרתי, "נסו לדמיין מנסרה מעושרת, ללא בניית הדגם. מה תוכלו להגיד על מספר הפאות, הקדקודים, והצלעות?" תלמידים רבים ענו על שאלה זו בהצלחה, ע"י העלאה בדמיון את המנסרה, או ע"י ניתוח הדפוסים המספריים, או ע"י שניהם ביחד.

איור 8: דפוסים של מנסרות

שם הצורה	מס' הצלעות של הבסיס	מס' הפאות	מס' הקדקודים	סה"כ מספר הצלעות
מנסרה משולשת	3	(5)	(6)	(9)
מנסרה מלבנית	4	(6)	(8)	(12)
מנסרה מחומשת	5	(7)	(10)	(15)
מנסרה משושה	6	(8)	(12)	(18)
מנסרה בעלת n צלעות בבסיס	n	(n + 2)	(n × 2)	(n × 3)

לקבוצה של תלמידים מעוניינים, הצעתי את הרעיון להשתמש במשתנה n לייצג את מספר הצלעות שבבסיס המנסרה. תלמידים היו מסוגלים ליצור את הפונקציות: פאות = $n + 2$, קדקודים = $n \times 2$, סה"כ צלעות = $n \times 3$.

באופן דומה, ספרנו פאות, קדקודים וצלעות לפירמידות שונות וניתחנו דפוסים. לאחר ההתנסות עם מנסרות, תלמידים רבים היו מסוגלים לנתח ולהכליל לגבי דפוסים של פירמידות באופן עצמאי. לדוגמה, בשימוש במשתנה n לייצג את מספר הצלעות שבבסיס הפירמידה: פאות= $n + 1$, קדקודים = $n + 1$, סה"כ צלעות = $n \times 2$.

תיאור מנסרות ופירמידות - המשך

במהלך השבוע, התלמידים המשיכו להוסיף לרשימת התיאורים שלהם על הגיליונות של "תכונות של מנסרות" ו- "תכונות של פירמידות". תלמידים אחדים ניסו לפתח הגדרות תוך שימוש במינימום עובדות- פעילות המאפיינת את רמת החשיבה הדדוקטיבית-פורמלית. לדוגמה, נוח קרא מתוך המחברת שלו: "מנסרה היא צורה מוארכת שצלעותיה יוצרות מלבנים לצורה אחרת, הזהה לצורה ההתחלתית שהתארכה." בדיון כיתתי, דנו בהגדרה של נוח. אחד התלמידים הציע להחליף את המילה "מלבנים" למילה "מקביליות" כדי שההגדרה תכלול גם מנסרות משופעות. לקראת סוף השבוע, שיתפתי את הכיתה עם כמה מההגדרות ל**מנסרה** ול**פירמידה** המופיעות בספרי הלימוד. תלמידים היו מופתעים במיוחד מההגדרה הבאה: "מנסרה היא צורה תלת-ממדית שחתכים שלה הנחתכים במקביל לפאת הקצה, זהים בצורתם לפאת הקצה". תלמידים שמו לב שהגדרה זו כוללת גם גלילים, אז הוספנו היגד שפאות הקצה הם מצולעים.

בנוסף להשתתפות בדיונים של כל הכיתה ובקבוצות קטנות, תלמידים גם רשמו במחברת האישית שלהם תיאורים, ציורים ופתרונות לבעיות. במהלך השבוע, צפיתי בתלמידים העוברים בין הרמות השונות של החשיבה הגיאומטרית. בתחילת השבוע, קלייר רשמה במחברת שלה: "מנסרה היא צורה שמתחו אותה. פירמידה היא צורה עם קצה מחודד." היא תיארה את המראה הכללי (הוליסטי) של צורות אלה וחשיבתה היתה ברמה הויזואלית. לאחר שבנתה דגמים עם קשיות והשתתפה בדיונים הכיתתיים, קלייר הוסיפה לתיאורים שלה: "למנסרה יש צלעות מקבילות ובסיסים מקבילים. לפירמידה יש משולשים בצדדים הנפגשים למעלה ויוצרים קדקוד." כעת היא השתמשה באוצר מילים מדויק יותר לתאר תכונות ספציפיות של צורות והפגינה רמת חשיבה תיאורית. לאחר שחיפשה דפוסים במספר הפאות, הקדקודים והצלעות של המנסרה, קלייר רשמה את ההכללה הבאה: "עבור מנסרה, מספר הפאות הוא שתיים יותר ממספר הצלעות של הבסיס משום שיש פאה עבור כל צלע ואחרי זה מוסיפים את שני הבסיסים. עבור פירמידה, מספר הפאות הוא רק אחד יותר ממספר הצלעות של הבסיס."

בקריאת התיעודים במחברות של התלמידים, הבחנתי שהם הפיקו תובנה אישית מן הרעיונות בהם דנו במסגרת הכיתה. לדוגמה, לאחר דיון כיתתי אודות ההבחנה בין בסיס לבין פאה צדדית, כתבה לורה במחברתה: "לפירמידות יש תמיד קדקוד למעלה, ללא קשר למספר הפאות. הבסיס הוא צורה שאיננה משולש, אלא אם כן זוהי פירמידה משולשת, ובמקרה כזה כל פאה יכולה להיות הבסיס. למנסרות יש תמיד שני בסיסים. אם זו מנסרה מלבנית, זה לא משנה איזה צד הוא הבסיס משום שכל הפאות הן מלבנים."

מסקנה

״מתי נוכל לבנות שוב?״ עד סוף השבוע, כל התלמידים שלי הפכו להיות בנאים מוצלחים של דגמים והם היו להוטים להמשיך ולחקור עם קשיות ומחברים. חומרים פשוטים אלה אפשרו לתלמידים לבנות ידע אודות צורות תלת-ממדיות בדרך פעילה. תוך כדי הבנייה, התלמידים עסקו גם בשיחות אודות הדגמים שלהם, כך שהם למדו והשתמשו באוצר מילים חדש בקונטקסט משמעותי. במקום לשנן בע״פ הגדרות, התלמידים פיתחו דרכים מדויקות לתאר ולמיין צורות כשהם מתבססים על התצפיות ועל ההתנסויות האישיות שלהם.

ביבליוגרפיה

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for* School Mathematics. Reston, Va.: NCTM, 2000.

Van Hiele, Pierre M. " Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play". *Teaching Children Mathematics*,5 (February 1999): 310-16.