קישורים בשברים

From Students' Problem- Solving Strategies to
Connections in Fractions

מאת: Alfinio Flores and Erika Klein

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, Vol. 11 No. 9. May 2005, pp. 452-457

תרגום: ברכה סגליס

למורים רבים של ביה"ס היסודי, עזרה לתלמידים להבין מושגים מתמטיים ולעשות קישורים לתחומי תוכן אחרים, הינה אתגר. מושגים הקשורים לשברים הינם קשים במיוחד עבור חלק מהתלמידים. מאמר זה מציג אסטרטגיות של תלמידים לפתרון בעיה בשברים, במטרה להטיל אור על האופן שבו תלמידים חושבים על חילוק ועל שברים. המאמר מדגים גם כיצד מורים יכולים להשתמש באסטרטגיות אלה כדי לעזור לתלמידים לבסס קשרים בין מושגים שונים בשברים.

אריקה קליין, מורה בכיתה ג', הציגה בפני תלמידיה את הבעיה הבאה:

> הערב אמי, אבי, סבתי ואני נשב לאכול ארוחת ערב. לקינוח יהיו 7 עוגיות שוקו-צ'יפס.
> איך אפשר לחלק את העוגיות כך שכל אחד יקבל כמות שווה? אני רוצה להיות
> בטוחה שאבי, שאוהב מאוד עוגיות שוקו-צ'יפס, לא יקח לעצמו מנה גדולה יותר.
>
> (מעובד מתוך Tierney, and Berle-Carman, 1995).

לפני הצגת הבעיה לכיתה, גב' קליין נתנה לכל תלמיד גיליון גדול של נייר שעליו שבעה מלבנים זהים בגודלם. המלבנים ייצגו את שבע העוגיות שהתלמידים היו צריכים לחלק לבני המשפחה. כמו כן, היא נתנה לתלמידים מספריים, דבק ודף נייר להצגת התוצאות ואסטרטגיות הפיתרון. התלמידים עבדו על הבעיה באופן עצמאי, כשהם מחליפים מדי פעם רעיונות עם עמיתיהם תוך כדי פיתוח דרכי פיתרון. כחלק מאסטרטגיית הפיתרון, תלמידים רבים ציירו 4 אנשים על דף הנייר שלהם, או חילקו אותו לארבעה חלקים. תלמידים התחילו לשים עוגיות וחלקי עוגיות בחלקים השונים, כשהם מקפידים שכל אחד מקבל כמות שווה.

התלמידים השתמשו באסטרטגיות שונות כדי לפתור את בעיית העוגיות. אלכסיס נתנה עוגייה אחת לכל אדם. אחרי זה היא חתכה את אחת העוגיות שנשארו לחצאים, ונתנה חצי עוגייה לכל אחד משני אנשים. אחרי זה היא חתכה עוד עוגייה אחת לשני חלקים שווים ונתנה חצי עוגייה לכל אחד משני האנשים הנותרים. העוגייה שנשארה נחתכה לארבעה חלקים שווים וכל אחד קיבל רבע. היא הדביקה את החתיכות ודווחה על תשובה של $1\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ (**איור 1**). תיאודורה השתמשה באותה אסטרטגיה ונתנה שם לכל חתיכה לפי הערך שלה: 1 שלם, $\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{4}$. היא דווחה על תשובה של $1\frac{3}{4}$ (**איור 2**). תלמידים אחרים רשמו בתשובתם "$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1", או "$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1$".

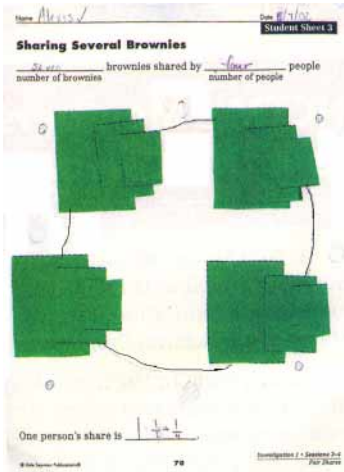
אסטרטגיות שונות במקצת הובילו גם כן לתוצאה $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1$. תלמידה אחת פתרה את הבעיה בכך שנתנה

אחד שלם לכל אדם. לאחר מכן היא שברה את שלושת השלמים הנותרים לששה חצאים ונתנה חצי אחד לכל אדם. לאחר מכן שברה את שני החצאים הנותרים לארבעה רבעים ונתנה רבע אחד לכל אדם.

נטשה התחילה גם כן במתן עוגייה אחת לכל אדם. אחרי זה היא חילקה את אחת העוגיות הנותרות לארבעה חלקים שווים ונתנה רבע לכל אדם. היא חזרה על תהליך זה עם שתי העוגיות האחרות. היא הציגה את תשובתה כ- $1\frac{3}{4}$ (**איור 3**). תלמידה אחרת השתמשה באסטרטגיה דומה, אבל אחרי שנתנה עוגייה אחת לכל אדם, היא חתכה את כל שלושת העוגיות שנשארו לארבעה חלקים.

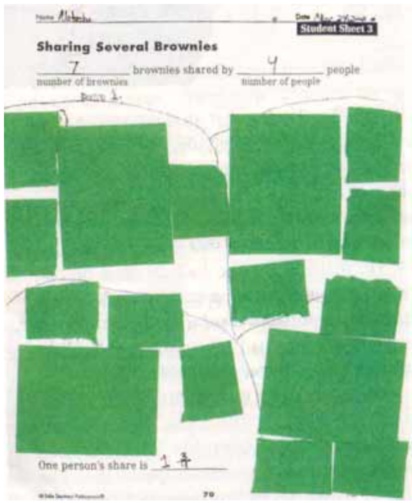
קונור החליט לחתוך כל אחת משבע העוגיות לארבעה חלקים שווים, כך שכל חלק היה רבע. הוא שם לב שהיו לו 28 חלקים כאלה, חילק 28 ב- 4, ונתן 7 חתיכות לכל אדם (**איור 4**). הוא דווח על תשובתו כ- $\frac{7}{4}$.

איור 1: הפתרון של אלכסיס

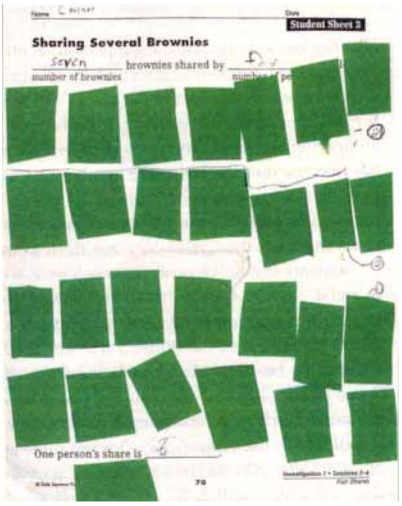


איור 2: הפיתרון של תאודורה

איור 3: הפתרון של נטשה

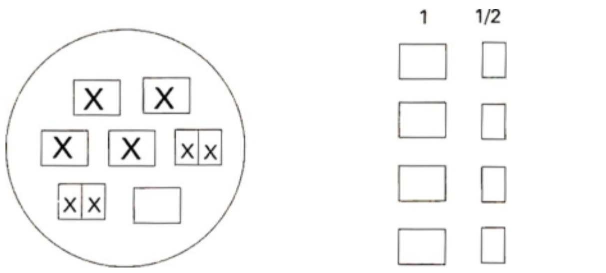


איור 4: הפתרון של קונור



לאחר שמרבית התלמידים פתרו את הבעיה ותעדו את הפיתרון שלהם על הדף, גבי קליין ביקשה מתלמידים אחדים לשתף את הכיתה בפתרונות ובאסטרטגיות שלהם. בשעה שהתלמידים הסבירו בעל-פה את הפתרונות שלהם, גבי קליין הדגימה את התהליכים שלהם על המטול. המורה ייצגה שבע עוגיות וארבעה אנשים. התלמידים הסבירו מה הם עשו עם כל עוגייה או חלק שברי (fractional part), וגבי קליין הדגימה כל צעד על המטול, כשהיא מניחה את החלק עליו מדובר ליד כל אדם, וכותבת את שם השבר שלו. כל עוגייה שחולקה לאנשים, נמחקה ממאגר העוגיות (איור 5). תלמידים אחרים עמדו בפני הכיתה והסבירו את האסטרטגיות שלהם תוך כדי הצגת דפי הפתרונות שלהם.

איור 5: מחיקת העוגיות שכבר חולקו לאנשים



עזרה בעשיית קישורים

פעילויות לכיתות ג׳ או ד׳ כמו זו שתוארה במאמר זה, יכולות להוות במה לעשייה מפורשת של קישורים מתמטיים חשובים רבים. קישור אחד הוא הקשר בין חילוק מספרים שלמים לבין שברים. לעיתים קרובות, תלמידים תופסים חילוק של מספרים שלמים ושברים כשני נושאים נפרדים שאין ביניהם קשר. הצגת מצב שבו ניתן להמשיך ולחלק את היחידות יכולה לעזור לתלמידים לעשות את הקישור. חישבו עד כמה שונה היה הפתרון אם העצמים לחלוקה היו כאלה שלא ניתן לחתוך : התגובה הטבעית יותר היתה להשתמש בשארית ולא בשבר. לדוגמה, אם היה צריך לחלק 9 גולות בין ארבעה ילדים, כל ילד היה מקבל 2 גולות, וגולה אחת היתה נשארת. הילדים אינם יכולים לחתוך גולה לרבעים.

תלמידים אחדים יבחינו שאותם מספרים מופיעים בתרגיל החילוק 7 : 4 ובתשובה, $\frac{7}{4}$. קריסטין, תלמידת כיתה ה׳, רשמה בתשובתה את הערכים 1, $\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{4}$. לאחר מכן היא המירה הכל לרבעים ומצאה שכל אדם קיבל $\frac{7}{4}$. היא התבוננה במספרים שבתשובה ובנתוני הבעיה. היא מתחה קו מתחת ל- 7 ול- 4 שבבעיה המקורית 7 : 4 והביעה את השתוממותה כשהיא מצביעה על ה- 7 וה- 4 : ״זה ממש מוזר שזה יצא אותו דבר כמו זה וזה.״ תלמידים אחדים יבחינו בדפוס הזה אחרי מספר דוגמאות ; אחרים יצטרכו הנחייה מפורשת כדי לבסס את הקישור. מורים יכולים לעזור לתלמידים לראות את הקשר באמצעות הנחיה לכתוב מחדש את התשובה שלהם בדרכים שונות, אשר תביא את הקישור לחזית הקדמית. תלמיד אשר רושם את התשובה לבעיה מסוג 5 : 4 כ- $1\frac{1}{4}$ יהיה מוכן יותר לראות את הקישור אם יעודדו אותו לכתוב את התשובה גם כ- $\frac{5}{4}$.

אנשים שיודעים את הקשר שבין חילוק לשברים עוברים בקלות בין שני המושגים מצד לצד, ולפעמים גם מבלי לשים לב לכך. הקו הנטוי של סימן השבר (למשל: 1/2) מציין לעיתים קרובות מצב של חילוק. לדוגמא, במחשבונים רבים משתמשים בקו הנטוי כדי לציין את מקש החילוק. מחשבונים אחדים שמשתמשים בסימן : על מקש החילוק, משתמשים בקו הנטוי על הצג. עם זאת, תלמידים צריכים זמן והזדמנויות לבסס קישור זה. עבור מרבית התלמידים הקשר בין 4 : 3 לבין 3/4 לא יהיה אוטומטי, ולא נוכל להניח שהוא קשר טבעי. תלמידים אחדים עלולים אף להתנגד להשתמש בשברים כדי להציג בעיית חילוק. תלמיד בכיתה אחרת ציין בהתלהבות, "אנחנו לא מדברים על שברים, אנחנו מדברים על חילוק" (Toluk 1999, p. 182).

קישור נוסף שניתן לעשות תוך שימוש בבעיית העוגיות כקרש קפיצה, הוא לשברים שקולים. גב' קליין הציגה שלוש תשובות שהתקבלו משימוש באסטרטגיות שונות: $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1$; $1\frac{3}{4}$; ו- $\frac{7}{4}$. הכיתה דנה בתשובות השונות והסכימה שכולן שוות. תלמידים טענו שבכל מקרה, חולקו שבע עוגיות באופן שווה בין ארבעה אנשים, כך שהתשובות ייצגו אותה כמות למרות שהן היו כתובות באופן שונה. תלמיד אחד ציין: "רק משום שיש לך מספרים שונים, זה לא אומר שהם [השברים] שונים." גב' קליין סיכמה את השקילות על המטול בכתיבת שלוש המשוואות הבאות:

$$1\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$$

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=1\frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{4}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

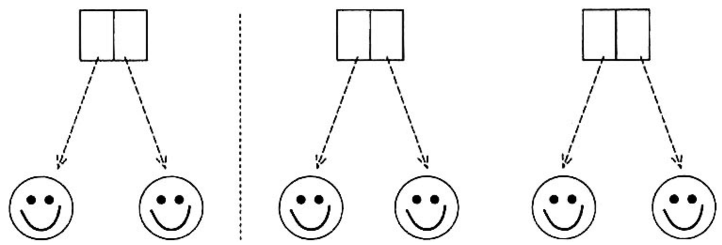
במקרה זה, התלמידים עשויים לראות את סימן השוויון בדרך חדשה. תלמידים מניחים על פי רוב ש "=" פירושו שיש לבצע פעולה מצד שמאל של הסימן, ומצד ימין של הסימן יש לכתוב את התשובה. הבנת משמעות סימן השוויון חשובה ומכריעה לעתיד המתמטי של התלמידים (לדוגמה באלגברה). מורים בכיתות הנמוכות יכולים להניח יסוד להבנה זו על ידי שימוש בסימן השוויון להראות שקילות.

אפילו אחרי שתלמידים נוכחו לדעת שהתשובות $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1$; $1\frac{3}{4}$; ו- $\frac{7}{4}$ מייצגות אותה כמות, חשוב לזמן להם אפשרויות נוספות להסביר בצורה מפורשת מדוע שברים מסוימים שקולים. לדוגמה, כאשר מציינים ש- $1\frac{3}{4}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, הם צריכים לומר במפורש ש- $\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$. הצגת המושג של מכנה משותף בכיתה ג' אינו נחוץ; תלמידים יכולים להיווכח שהשברים שקולים באמצעות הנחת המלבנים המייצגים אותם, זה על גבי זה. תלמידים יווכחו לדעת ש- $\frac{3}{4}$ ו- $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ אכן מכסים אותה כמות של היחידה המלבנית. הם יכולים גם לשבור $\frac{1}{2}$ לשני חלקים שווים ולהשתמש בעובדה ש- $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ כדי לעשות את הקישור. באותו האופן, תלמידים יכולים להיווכח ש- $1\frac{3}{4}$ ו- $\frac{7}{4}$ הם שקולים. או שהם יכולים להשתמש

בעבודה ש- $\frac{4}{4}=1$ כדי לראות שיש שבעה $\frac{1}{4}$ ב- $1\frac{3}{4}$. בגיל זה, פיתוח אלגוריתמים יעילים למעבר בין שברים מעורבים לשברים מדומים, אינו חשוב. מה שחשוב הוא שלתלמידים יהיו דרכים לשכנע את עצמם ואת האחרים האם שני שברים הם באמת שקולים או לא. כאשר משווים שברים כדי לבסס שקילות, יהיה גם נוח, או אפילו הכרחי, שהמורה תספק חתיכות גזורות מראש של שברים, כך שההשוואות תהיינה מדויקות.

מושג הקשור לשברים שקולים הוא הרעיון של יחסים שווים. תלמידים עשויים להיווכח שחלוקת שתי עוגיות בין ארבעה אנשים, זה אותו דבר כמו לחלק עוגייה אחת בין שני אנשים (**איור 6**). בשני המקרים, כל אדם מקבל אותה כמות. כמה תלמידים יבחינו בקשר הפוך בין מספר החתיכות לבין הגודל שלהן, עבור שברים שקולים. לדוגמה, כאשר משווים פתרונות מספריים כמו $\frac{2}{4}$ ו- $\frac{1}{2}$, לשבר הראשון יש כמות כפולה של חתיכות, אבל החתיכות הן חצי מגודל החתיכות בשבר השני; בהשוואת $\frac{3}{6}$ ו- $\frac{1}{2}$, מספר החתיכות הוא פי שלוש אבל הגודל שלהן הוא שליש.

איור 6: 2 : 1 נותן אותה תוצאה כמו 4 : 2



תלמידים יכולים לפתור בעיות כמו $2:4$, $3:6$ ו- $4:8$ ולהיווכח שבכל מקרה התוצאה היא $\frac{1}{2}$, או שבר שקול ל- $\frac{1}{2}$ כמו $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ או $\frac{4}{8}$. תלמידים אחדים יבחינו שהמספר אותו מחלקים הוא חצי מהמחלק. אחדים יבחינו שהתוצאה של שני תרגילי חילוק זהה אם בשני המקרים היחס בין המחולק למחלק זהה. כך $2:3$ זהה ל- $20:30$ ול- $200:300$. בכיתות היסוד הגבוהות, הבחנה זו תסייע לתלמידים להבין את הסיבה מדוע, כאשר מחלקים מספר עשרוני כמו $0.5:2.5$, אפשר במקום זה לפתור את התרגיל $5:25$ ולקבל אותה תוצאה.

באופן דומה, חלק מן התלמידים יבחין שהמונה הוא חצי מהמכנה בשברים השקולים לחצי. הבחנה זו תניח את הבסיס לרעיון ששברים מייצגים לא רק כמות אלא גם יחס. שברים שקולים שווים בכמויות, אבל גם מייצגים אותו יחס.

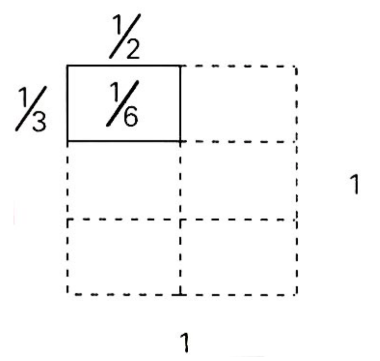
קישור חשוב נוסף בבעיית חילוק הוא הקשר בין השבר המתאים לבין השארית והמחלק. לדוגמה, בתרגיל $9:4$ ניתן לכתוב כתשובה 2 שארית 1; וגם כ- $2\frac{1}{4}$. תלמידים רבים צריכים לקבל הדרכה במעבר לצעד הנוסף של חלוקת השארית כדי לקבל תשובה של שבר. קונטקסט שבו יש היגיון בחלוקת השארית יכול

לקדם את הקישור. למשל, כאשר חושבים על $4 : 9$ במונחים של כסף, תלמידים ייווכחו שכל אדם יקבל שני דולר ורבע אחד, או $2\frac{1}{4}$.

בגישה של קונור, שתוארה קודם, לקבל 7 חתיכות בגודל $\frac{1}{4}$ נראה טבעי. ניתן לרשום זאת כ- $\frac{7}{4}$, כפי שקונור עשה. שבר זה גדול בברור מ- $\frac{4}{4}$ או שלם אחד. במתמטיקה, המילה **שבר** מציינת את המנה של שתי כמויות, ואין זה בלתי רגיל שהכמות אותה מחלקים גדולה יותר מהמחלק. לעומת זאת, בשפת היומיום **שבר** משמש בדרך כלל לציין קטע - חלק, לא השלם. לעיתים קרובות, כל הדוגמאות של שברים, שתלמידים נתקלים בהן לראשונה בבית הספר, הן חלק משלם. יתר על כן, הכינוי האומלל **שבר מדומה** עלול לרמז לכמה תלמידים שיש משהו "לא חוקי" בקשר לשבר כמו $\frac{7}{4}$, או ששימוש בשברים כאלה אינו תקין. כדי לקדם טיפול בשברים כמו $\frac{7}{4}$, חשוב לאפשר לתלמידים לראות שברים כמו $\frac{3}{4}$ לא רק כשלוש מתוך ארבע חתיכות, אלא גם כשלוש חתיכות שכל אחת מהן בגודל $\frac{1}{4}$. עבור תלמידים רבים, הרחבת משמעות זו של השבר לשברים גדולים מאחד היא קלה יותר, בעוד שלאחרים יש בעיות עם הפירוש של "שבע מתוך ארבע".

תלמידים בכיתות היסוד הגבוהות יכולים לעשות קישורים בין שברים ושטח. כאשר שבר היחידה הוא ריבוע, תלמידים יכולים לראות שכאשר שטח המלבן מייצג שבר, אזי האורך והרוחב גם הם מייצגים שברים. לדוגמה, כאשר יחידה ריבועית אחת מחולקת לששה מלבנים שווים בשטח $\frac{1}{6}$, כפי שניתן לראות **באיור 7**, האורך והרוחב של המלבנים הקטנים יהיו $\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{3}$ מאורך הצלעות של הריבוע המקורי. תלמידים יכולים לראות שגם עבור שברים, מכפלת הצלעות של מלבן נותנת את שטח המלבן, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

איור 7: שטח המלבן הוא אורך כפול רוחב



התייחסות לתפיסות שגויות

חשוב לזכור שתלמידים אינם מגיעים לבית הספר כדף חלק. בעת כניסתם לבית הספר, תלמידים רבים פיתחו כבר הרבה רעיונות מתמטיים לא-פורמליים. בבית הספר הם מפתחים תפיסות ודעות משלהם אודות רעיונות מתמטיים, המבוססים על הדוגמאות וההתנסויות שספרי הלימוד והמורים שלהם מספקים להם. לפעמים התפיסות שתלמידים יוצרים מבוססות על מספר מוגבל של דוגמאות; לפעמים תלמידים יוצרים תפיסות השונות ממה שהמורה התכוון. תפיסות אלה לעיתים קרובות אינן שלמות או אפילו שגויות. חשוב גם לזכור שתפיסות מוקדמות אלה יכולות להיות עמידות למדי, ואין זה מספיק שהמורה יראה את "הדרך הנכונה".

לתלמידים יש תפיסות קודמות אודות חילוק. לדוגמה, אחד התלמידים בכיתתה של גב' קליין התנגד לתרגיל החילוק 7/4 או $4:7$, משום ש- 4 לא נכנס בצורה שווה בתוך 7. המורה יכולה להדריך את התלמידים לחשוב על הפירוש של החילוק כחילוק להכלה (measurement division) כלומר, "כמה פעמים 4 נכנס ב- 7?" עבור תלמידים אחדים, ייצוגים מוחשיים של 7 ושל 4, המאפשרים למדוד כמות אחת במונחי הכמות השנייה, כמו רצועות נייר שעליהן יש סימון ברור של הקטעים, יכולים לעזור. תלמידים יכולים לראות ש- 4 לא נכנס ב-7 שתי פעמים, אבל הוא כן נכנס פעם אחת, ועוד נשאר קצת מקום. תלמידים יכולים לראות שהם יכולים להכניס לשם 3 מתוך ארבעת הקטעים היוצרים את ה- 4, כך שהתשובה היא $1\frac{3}{4}$.

אפילו כאשר הייצוג המוחשי של שברים מונח לפניהם, תלמידים נוהגים לרוב לפעול רק על הייצוג הסמלי ושוכחים לבדוק האם התשובה שלהם הגיונית. שגיאה שכיחה, כאשר מנסים לקבוע כמה הם $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ הוא לחבר את המונים ואת המכנים ולקבל תוצאה של $\frac{2}{6}$. אין זה מספיק שהמורה תציין בפני התלמידים שכך לא מחברים שברים. במקום זאת, התלמיד יכול לייצג את התרגיל עם רצועת נייר של $\frac{1}{2}$ ורצועת נייר של $\frac{1}{4}$, להסביר מה משמעות של חיבור שתי הכמויות, ולהיווכח שהתשובה תהיה גדולה מ- $\frac{1}{2}$. התלמיד יכול גם לייצג $\frac{2}{6}$ של אותה יחידה ולראות ששבר זה קטן מ- $\frac{1}{2}$, כך ש- $\frac{2}{6}$ לא יכול להיות התשובה לתרגיל $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

קישור הבעיה לבעיות מוכרות יותר יכול לעזור לתלמיד למצוא היגיון בתשובה. בהתחלה, תלמידים מוצאים היגיון בעיקר דרך קישורים לעצמים מוחשיים ולמצבים. בהדרגה, תלמידים צריכים לפתח יכולת למצוא היגיון על ידי קישור בעיה במתמטיקה למצבים מתמטיים אחרים המוכרים להם יותר. לדוגמה, כאשר בוקו, תלמיד בכיתות היסוד הגבוהות, נשאל כיצד קיבל את התשובה $1\frac{3}{4}$ לבעיית החילוק $4:7$,

הוא אמר: "ארבע פעמים $1\frac{1}{2}$ הם שש; ארבע פעמים שתיים הם שמונה; אז התשובה צריכה להיות בחצי הדרך בין $1\frac{1}{2}$ ל- 2."

סיכום

בהינתן הקונטקסט המתאים, כלים והדרכה, תלמידים צעירים יכולים לפתח הבנה על שברים ולעשות קישורים לתחומים אחרים במתמטיקה. בעזרת המורים, הם יכולים להניח יסוד לעיסוק בהמשך בדרכים שיטתיות יותר בשברים שקולים, המרת שברים מייצוג אחד לייצוג אחר, ומעבר בין חילוק במספרים שלמים לחילוק במספרים רציונליים. כמובן, חשוב גם שלמורים תהיה הכרות טובה עם המושגים הקשורים לשברים. כפי שתואר קודם, חשוב עם זאת באותה מידה, שהידע על שברים יהיה רלבנטי ומותאם ללמידה. ידע זה כולל על פי שולמן (Shulman, 1986), את "הצורות השימושיות ביותר לייצוג אותם רעיונות, האנלוגיות בעלות העוצמה הרבה ביותר, וההמחשות, דוגמאות, הסברים והדגמות הטובים ביותר" (עמ' 9). לא לכל הדוגמאות והקונטקסטים יש עוצמה שווה לביסוס קישורים, ולא כולם משמשים באותה מידה לסילוק תפיסות שגויות. העובדה שלא קיימת צורת ייצוג אחת ויחידה שהיא הטובה ביותר להציג רעיון, מוכחת בברור מתוך מגוון האסטרטגיות בהן תלמידים משתמשים. מורים צריכים לפתח רפרטואר של גישות וצורות אלטרנטיביות להצגת רעיונות. מורים יכולים לשאוב זאת ממקורות שונים, כולל האסטרטגיות של תלמידיהם, ממחקר, מחומרים לדוגמה, ממורים אחרים ומרפלקציה על הניסיון שלהם לגבי מה עובד ומדוע.

ביבליוגרפיה

Shlman, Lee S. "Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching." *Educational Researcher* 15 (1) (1986): 4-14.

Tierney, Cornelia, and Mary Berle-Carman. *Fair Shares.* Palo Alto, Calif.: Dale Seymour Publications, 1995.

Toluk, Zulbiye. *Children's Conceptualization of the Quotient Subconstruct of Rational Numbers.* Unpublished doctoral diss. Arizona State University, 1999.