

מאפייני תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה ואסטרטגיות יעילות לטיפול בהם

מתוך: תקצירי מחקרים (Research Clips and Briefs), NCTM, 2007

<http://www.nctm.org/news/content.aspx?id=8468>

תרגום: ברכה סגליס

חלק א': מהם המאפיינים של תלמידים בעלי קשיי למידה במתמטיקה?

מחקרים רבים ומקיפים בדקו תלמידים החווים קשיים משמעותיים ברכישת ידע מתמטי, לאורך שנות לימוד רבות, וללא קשר למידת המוטיבציה שלהם, לאיכות ההוראה הקודמת שניתנה להם, ולידע שהיה להם בכניסתם לבית הספר בנוגע למספרים ולתובנת המספר. תוצאות מחקרים אלה מצביעות על מספר ממצאים עקביים.

שליפה איטית או לא מדויקת של עובדות חשבון בסיסיות

אחת הבעיות היסודיות, המופיעה בספרות אודות תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה, הינה השליפה האיטית באופן קיצוני, אפילו של עובדות החשבון הבסיסיות ביותר (Hasselbring, Bransford, and Goin 1988). ממצא זה התגלה שוב ושוב במספר מחקרים. במיוחד, אחד המחקרים הראה שבעיה זו התמידה אפילו כאשר תלמידים אלה התקדמו בלימודי המתמטיקה של בית הספר היסודי, והראו שיפור ביכולתם לבצע חישובים (Geary 1993). בכיתות הלימוד הראשונות, חישובים אלה כוללים עובדות כמו $3 + 6$. אצל תלמידים בוגרים יותר, זה יכול להתבטא בעובדות כפל וחילוק פשוטות, כמו 2×4 . תלמידים שאינם מסוגלים לשלוף בקלות עובדות כאלה, הולכים לאיבוד, ולעיתים קרובות מתקשים לעקוב אחר ההיגיון של הסבר הניתן על ידי המורה או על ידי חבר, כמו למשל בבעיות פשוטות באלגברה, או בחילוק ארוך. המורה, או ספר הלימוד, מניחים שלתלמיד יש שליפה אוטומטית של העובדות ומבססים את ההסברים על הנחה זו. לדוגמה, במהלך שיעור על שברים שקולים, המורה יניח שהתלמידים "יודעים" ש $2 \times 5 = 10$, וישתמש בידע זה במהלך ההסבר מדוע חמש עשיריות הן כמו חצי. אם התלמיד צריך להשתמש באצבעותיו כדי לחשב מידע זה, הרי שכל המסר של השיעור הולך לאיבוד.

לא קיימת אחידות דעים לגבי הדרך הטובה ביותר לעזור לתלמיד בעל בעיה כזו. מרבית המאמצים הם בכיוון של עבודה יומיומית של לימוד משפחות של עובדות, על מנת לראות את הקשרים שבין העובדות. התקווה היא שתרגול חוזר ולמידת יתר (overlearning) ישפרו את מהירות השליפה. למרבה הצער, אף אחד לא בדק סוגיה זו באופן שיטתי. מורים צריכים להכיר בעובדה שישנם תלמידים אשר יתקשו בשליפה מהירה, ושהמורים יצטרכו להשתמש

באמצעים חלופיים (למשל, שימוש בלוח חיבור ובלוח כפל) כדי שתלמידים יבינו באופן מלא את המושגים שהם מציגים בפניהם.

אימפולסיביות

בעיה גדולה אחרת שנמצאה בספרות המחקרית הינה אימפולסיביות או היעדר ריסון. לדוגמה, כאשר תלמיד התבקש לענות כמה הם $4 + 8$, הוא עלול לפלוט מיד 5 או 9 משום שבספירה, מספרים אלה באים אחרי המספרים שבבעיה (Geary, 2005; Passolunghi and Siegel, 2004). דוגמה זו מראה שלתלמיד יש קושי רב לרסן אסוציאציות שאינן רלבנטיות ולהתמקד בבעיה שלפניו. מאפיין זה יכול להסביר מדוע גישות הוראה המעודדות את התלמידים לחשוב בקול רם או לצייר את הבעיה, עשויות לעזור במיוחד לתלמידים בעלי קשיים במתמטיקה.

בעיות אחרות

שלושה מאפיינים נוספים של תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה הם:

- בעיות ביצירת דימויים מנטליים של מושגים מתמטיים (למשל, ישר המספרים כאמצעי ויזואלי לייצוג החיסור כהליך של שינוי. (Geary, 2004).
- יכולת חלשה להפיק משמעות מספרית מסמלים (למשל תובנת מספרים לא מפותחת) (Gersten and Chard 1999; Rousselle and Noel 2006)
- קשיים בהחזקת מידע בזיכרון העבודה (Swanson, Passolunghi and Siegel 2004; and Beebe-Frankenberger 2004).

ישנם חילוקי דעות בין החוקרים, אילו ממאפיינים אלה, אם בכלל, הינם בעיות בסיסיות של תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה. מחקרים רבים הראו שלתלמידים הנאבקים עם המתמטיקה היו בעיות לפתח ולשמר דימויים מנטליים או ייצוגים של מושגים בסיסיים כמו המבנה העשרוני (Geary, 2005). מורים הניחו, על פי רוב, שבכיתה ג' תלמידים יכולים לדמיין בקלות את המבנה העשרוני, אבל ישנם תלמידים הממשיכים להתקשות בכך. תלמידים בעלי זיכרון עבודה חלש מתקשים לרוב לפתור בעיות שפתרון כולל מספר צעדים (Swanson and Beebe-Frankenberger 2004). חוקרים אחדים (Witzel, Mercer, and Miller 2003) תכננו התערבויות העוזרות לתלמידים אלה להבין מושגים מספריים על ידי מעבר איטי ומדורג מהמוחשי למופשט, ומייצוגים ויזואליים של הבעיה למצב של הסמלה.

ההשפעה של התיאוריות על קשיים במתמטיקה, ושל המחקרים העוסקים בתכנון של התערבויות, הינה, במקרה הטוב, לא ישירה ולא פורמלית.

מעובד מתוך ניתוח מחקרים שנכתב ע"י Russell Gersten and Benjamin S. Clarke.

חלק ב': אסטרטגיות יעילות להוראת תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה

תקציר מחקרים זה מתבסס על התנסויות בפועל של הוראת תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה. התקציר מתבסס בעיקר על שני ניתוחי-על (meta-analyses) שנערכו לאחרונה (Baker, Gersten, and Lee 2002; Gersten et al. 2006), וכן על עבודה משלימה שנעשתה על ידי Kroesbergen and van Luit (2003). ביחד, הסקירה כוללת יותר מחמישים מחקרים, ולמרות שזהו בסיס מחקרי איתן, הוא רחוק מלהיות מוחלט. באופן כולל, המחקרים שנסקרו מציגים תמונה של היבטים ספציפיים של הוראה אשר נמצאו בעקביות כיעילים בהוראה של תלמידים המגלים קשיים במתמטיקה. העקרונות שעלו מתוך המחקרים, נראים מתאימים להוראה במגוון של מצבים וסביבות אפשריות. ששה היבטים של הוראה נחקרו באופן מעמיק. טבלה 1 מציגה כל אחד מהיבטים אלה ביחד עם מידת ההשפעה הממוצעת בהוראת תלמידים מהחינוך המיוחד (Gersten et al. 2006), ובהוראת תלמידים בעלי קשיים בלימוד מתמטיקה (Baker, Gersten, and Lee 2002). מידת השפעה של 0.2 נחשבת כהשפעה נמוכה, 0.4 – כהשפעה בינונית, ו-0.6 ומעלה כהשפעה גבוהה. השפעה נמוכה עשויה להעלות את ציוני התלמידים במבחן מתוקן ב-8 נקודות (מתוך 100), השפעה גבוהה עשויה להעלות את הציון בכ-25 נקודות (מתוך 100).

טבלה 1: מידות השפעה של אסטרטגיות הוראה עבור תלמידי חינוך מיוחד ותלמידים תת-משיגים אחרים

מידת השפעה עבור תלמידים תת-משיגים	מידת השפעה עבור תלמידי חינוך מיוחד	אסטרטגיית הוראה	
אין נתונים	0.50 בינוני	תיאור ויזואלי וגרפי של בעיות	1
0.58 בינוני - גבוה	1.19 גבוה	הוראה מפורשת ומובנית	2
אין נתונים	0.98 גבוה	תלמידים חושבים בקול רם	3
0.62 גבוה	0.42 בינוני	פעילות מובנית בקבוצות הטרוגניות	4
0.51 בינוני	0.32 נמוך - בינוני	נתוני הערכה מעצבת הניתנים למורים	5
0.57 בינוני - גבוה	0.33 נמוך - בינוני	נתוני הערכה מעצבת הנמסרים ישירות לתלמידים	6

להלן פרוט אסטרטגיות ההוראה :

1. תיאורים ויזואליים וגרפיים של בעיות

ייצוגים גרפיים של מושגים ובעיות במתמטיקה מופיעים במרבית ספרי הלימוד המקובלים. הם מהווים מרכיב הכרחי בתוכניות הלימודים של מדינות שהפגינו ביצועים גבוהים במבחני השוואה בינלאומיים, כמו סינגפור, קוריאה, או הולנד. הממצאים הראו שלגישות אלה היתה

השפעה בינונית עבור תלמידי החינוך המיוחד. מידת ההשפעה הממוצעת היתה 0.50 והטווח נע בין 0.32 ל-0.88. המחקרים שנסקרו בדקו מספר גישות שונות.

אחד הממצאים המעניינים בשימוש של מארגנים ויזואליים וגרפיים היה **שמידת הספציפיות**

של הייצוג הויזואלי קבעה את מידת ההשפעה של ההתערבות. כאשר המורים הציגו

תיאורים גרפיים של מצבי פתרון בעיות בעזרת דוגמאות מרובות, וכאשר הם נתנו לתלמידים

לתרגל תוך שימוש במארגנים גרפיים משלהם, עם הנחייה ספציפית של המורה לגבי איזה

ייצוגים ויזואליים כדאי לבחור ומדוע, ההשפעה היתה גבוהה יותר מאשר אצל תלמידים שלא

קיבלו תרגול והנחיה כזאת.

מימד נוסף לשימוש באמצעים ויזואליים התקבל משני מחקרים עכשוויים שבדקו תלמידים

בחט"ב ובתיכון הלומדים אלגברה ושברים. החוקרים במחקרים אלה פיתחו גישה שכינה

קונקרטי – ייצוגי – מופשט, לשם הוראה מוצלחת של מושגים ופעולות בנושא שברים (Butler

et al. 2003) ומושגים בסיסיים באלגברה (Witzel, Mercer, and Miller 2003). יש לשים

לב שבגישה זו אמצעי ההמחשה אינם מיועדים לעקוף את ההוראה המופשטת הנחוצה להבנה

של המתמטיקה. תחת זאת, משתמשים בהם למשך יום או יומיים כדי שהתלמידים יבינו באמת

את המארגנים הויזואליים ואת הייצוגים. היתרון של גישה זאת יכול להיות בכך

שהאינטנסיויות והקונקרטיות, מסייעים לתלמידים להחזיק בזיכרון העבודה שלהם מסגרת

התייחסות לפתרון בעיות מאותו הסוג. ממצא חשוב נוסף ממחקרים אלה, הוא שמורים ומנחים

צריכים לכלול מידה מסוימת של עבודה עם אמצעי המחשה עבור תלמידים כאלה, גם בלימודי

חטיבת הביניים והתיכון.

2. הוראה מפורשת ומובנית

השפעות חזקות נמצאו באופן עקבי במחקרים, עבור הוראה מפורשת ועקבית. אנו מגדירים

הוראה מפורשת כהוראה שבה המורה מדגים תוכנית ספציפית (אסטרטגיה) לפתרון סוגים

שונים של בעיות, והתלמידים משתמשים בתוכנית זו כדי לחשוב על דרך העבודה שלהם

במהלך הפתרון.

במרבית המחקרים, הדגש היה על מתן מודלים מפורשים של צעדים ופרוצדורות, או שאלות

שיש לשאול בעת פתרון הבעיות (כרטיסי ניווט). מידת המובנות והספציפיות אינה טיפוסית

לטכסטטים הרגילים להוראת מתמטיקה. חילקנו את המחקרים העוסקים בהוראה מפורשת

לשתי קטגוריות: אלה העוסקים רק בסוג אחד של בעיות, ואלה העוסקים בסוגים מרובים של

בעיות. בשני המחקרים, מידת ההשפעה הממוצעת היתה גבוהה הן עבור תלמידי החינוך

המיוחד והן עבור התלמידים התת-משיגים ללא ליקויי למידה ספציפיים. אמנם מרבית

המחקרים עסקו בידע פרוצדורלי, אך תלמידים רבים עם ליקויי למידה במתמטיקה מתקשים

במה שנחשב לפרוצדורות מתמטיות בסיסיות, וקשיים אלה מגבילים את יכולתם לפתור סוגי בעיות מורכבות יותר שבהן משולבות הפרוצדורות הבסיסיות.

3. תלמידים חושבים בקול רם

מחקרים הראו שכאשר תלמידים נתקלו בבעיות רב-שלביות, הם נטו לפתור אותן על ידי ביצוע חישובים על המספרים באופן אקראי, במקום ליישם אסטרטגיית פתרון שלב אחרי שלב. התהליך של עידוד התלמידים להמליל את החשיבה שלהם - באמצעות דיבור, כתיבה, או ציור של הצעדים שבהם השתמשו לצורך פתרון הבעיה – היה באופן עקבי אפקטיבי. במידת מה, תהליך זה אפקטיבי משום שהוא מטפל בנטייה לאימפולסיביות של תלמידים רבים בעלי קשיים במתמטיקה. התוצאות עבור תלמידים אלה היו מרשימות ביותר, עם מידת השפעה ממוצעת של 0.98 שהינה גבוהה מאוד. באחת מקבוצות המחקרים, המורים סיפקו מודלים מפורשים רבים לדרכים בהן ניתן לפתור בעיה מסוימת או סוג מסוים של בעיות. הם ביקשו מהתלמידים לתרגל המללה של הפיתרון. הם הקדישו זמן רב, לדוגמה, לדרך שבה פותרים סוגים שונים של בעיות חיסור תוך שימוש ביחסי חלק-שלם. נראה שהמללה זו סייעה לעגן את התלמידים הן מבחינה התנהגותית והן מבחינה מתמטית.

4-6. פעילויות למידה הנתמכות על ידי עמיתים ונתונים של הערכה מעצבת

התפקיד של פעילויות למידה הנתמכות על ידי עמיתים ושל נתונים שוטפים של הערכה מעצבת, יידון בהרחבה בתקצירי המחקרים הבאים של ה-NCTM¹. ממצאי מחקרים בנושא שימוש בפעילויות למידה הנתמכות על ידי עמיתים עבור תלמידים תת- משיגים הינם מבטיחים ביותר, אך פחות ברורים עבור תלמידי החינוך המיוחד הלומדים בכיתה הרגילה. השימוש בנתונים שוטפים של הערכה מעצבת בקביעות, שיפר תמיד את ההישגים המתמטיים של תלמידים בעלי קשיים במתמטיקה.

¹ עיינו במאמר: [חמש אסטרטגיות מפתח להערכה מעצבת אפקטיבית](#)

סיכום

לסיכום, הכמות הקטנה יחסית של מחקרים בנושא ההוראה, מציעה דרכי הוראה חשובות אחדות. עבור תלמידים תת-משיגים הדברים החשובים ביותר הם, שימוש בפעילויות למידה הנתמכות על ידי עמיתים, הוראה מפורשת ומובנית, ונתוני הערכה מעצבת הנמסרים הן למורה והן לתלמידים. עבור תלמידי החינוך המיוחד, הוראה מפורשת ומובנית הכוללת שימוש נרחב בייצוגים ויזואליים, נראה כקריטי. במצבים רבים יש אצל תלמידי החינוך המיוחד יתרון לעידוד התלמידים לחשוב בקול רם בזמן שהם עובדים, יתכן על ידי שיתוף החשיבה שלהם עם חבר. גישות אלה מסייעות גם לרסן אותם תלמידים המנסים לפתור בעיות מהר מדי ובאופן אימפולסיבי, ללא הקדשת תשומת לב הולמת לחשיבה אודות המושגים והעקרונות המתמטיים הנדרשים לשם פיתרון.

באופן אידיאלי, ההוראה צריכה להתבצע בקבוצה קטנה של לא יותר מששה תלמידים ולכלול:

א. טיפול במיומנויות הנחוצות עבור יחידת הלימוד הנדרשת,

ב. גישה מפורשת ומובנית,

ג. דרישה מהתלמיד לחשוב בקול רם בשעה שהוא פותר בעיות או משתמש בייצוגים

גרפיים לצורך עבודה עם דרכים שונות לפתרון בעיות.

חשוב לאזן בין עבודה על הפעולות הבסיסיות של המספרים השלמים או של המספרים

הרציונאליים (לפי רמת הגיל), לבין אסטרטגיות לפתרון בעיות מורכבות יותר.

קריטריונים אלה צריכים להילקח בחשבון גם בהערכת תוכניות ההתערבות עבור עבודה עם

סוגים אלה של תלמידים.

מעובד מתוך ניתוח מחקרים שנכתב ע"י *Russell Gersten and Benjamin S. Clarke*.

ביבליוגרפיה לחלק א'

- Fuchs, Lynn S., Douglas Fuchs, and Karin Prentice. "Responsiveness to Mathematical Problem-Solving Instruction: Comparing Students at Risk of Mathematics Disability with and without Risk of Reading Disability." *Journal of Learning Disabilities* 37 (2004): 293–306.
- Geary, David C. "Mathematical Disabilities: Cognitive, Neuropsychological, and Genetic Components." *Psychological Bulletin* 114 (1993): 345–62.
- . "Mathematics and Learning Disabilities." *Journal of Learning Disabilities* 37 (2004): 4–15.
- . "Role of Cognitive Theory in the Study of Learning Disability in Mathematics." *Journal of Learning Disabilities* 38 (2005): 305–7.
- Gersten, Russell, and David Chard. "Number Sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities." *Journal of Special Education* 33 (1999): 18–28.
- Hasselbring, Ted S., John D. Bransford, and Laura I. Goin. "Developing Math Automaticity in Learning Handicapped Children: The Role of Computerized Drill and Practice." *Focus on Exceptional Children* 20 (1988): 1–7 .
- Passolunghi, M. Chiara, and Linda S. Siegel. "Working Memory and Access to Numerical Information in Children with Disability in Mathematics." *Journal of Experimental Child Psychology* 88 (2004): 348–67.
- Pelligrino, James W., and Susan R. Goldman. "Information Processing and Elementary Mathematics." *Journal of Learning Difficulties* 20 (1987): 23–32.
- Rouselle, Laurence, and Marie-Pascale Noel. "Basic Numerical Skills in Children with Mathematics Learning Disabilities: A Comparison of Symbolic versus Non-Symbolic Number Magnitude Processing." *Cognition*, 2006. doi:10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Swanson, H. Lee, and Margaret E. Beebe-Frankenberger. "The Relationship between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties." *Journal of Educational Psychology* 96 (2004): 471–91.
- Witzel, Bradley, Cecil D. Mercer, and David M. Miller. "Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties: An Investigation of an Explicit Instruction Model." *Learning Disabilities Research and Practice* 18 (2003): 121–31.

ביבליוגרפיה לחלק ב'

- Baker, Scott, Russell Gersten, and Dae-Sik Lee. "A Synthesis of Empirical Research on Teaching Mathematics to Low-Achieving Students." *Elementary School Journal* 10 (2002): 51–73.
- Butler, Frances M., Susan P. Miller, Kevin Crehan, Beatrice Babbit, and Thomas Pierce. "Fraction Instruction for Students with Mathematics Disabilities: Comparing Two Teaching Sequences." *Learning Disabilities Research and Practice* 18 (2003): 99–111.
- Gersten, Russell, David Chard, Madhavi Jayanthi, and Scott Baker. *Experimental and Quasi-Experimental Research on Instructional Approaches for Teaching Mathematics to Students with Learning Disabilities: A Research Synthesis*. Signal Hill, Calif.: Center on Instruction/RG Research Group, 2006.
- Kroesbergen, Evelyn H., and Johannes E. H. van Luit. "Mathematics Interventions for Children with Special Education Needs: A Meta-analysis." *Remedial and Special Education* 24 (2003): 97–114.
- Witzel, Bradley, Cecil D. Mercer, and David M. Miller. "Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties: An Investigation of an Explicit Instruction Model." *Learning Disabilities Research and Practice* 18 (2003): 121–31.