

## פעילות מעשירה עם מרובעים בלוח מסמרים

### Unexpected Riches from a Geoboard Quadrilateral Activity

מאת : Barbara J. Britton and Sheryl L. Stump

הופיע ב: Mathematics Teaching in the Middle School, 6 (8), April 2001, pp. 490-493

תרגום: ברכה סגליס

חקירה של מרובעים בלוח מסמרים של  $3 \times 3$  התגלתה כפעילות מאוד מאתגרת בהוראת נושאים של בית הספר היסודי ובשיעורי המתודיקה של הוראת המתמטיקה. בגיליון של Mathematics Teacher מאפריל 1998, Kennedy ו-McDowell תארו פעילות נפלאה שהתמקדה במציאת כל המרובעים המיוחדים אותם אפשר לבנות על לוחות מסמרים בגדלים שונים<sup>1</sup>. במאמר זה אנו מתמקדות בתכונות של מרובעים. הפעילות שאנו מתארות משמשת בכיתות הביניים לעיתים קרובות כפעילות מבוא ליחידה בגיאומטריה. Tom Lewis, מביה"ס באילינוי, השתמש גם הוא בפעילויות אלה בכיתה ה' ודווח על תוצאות דומות.

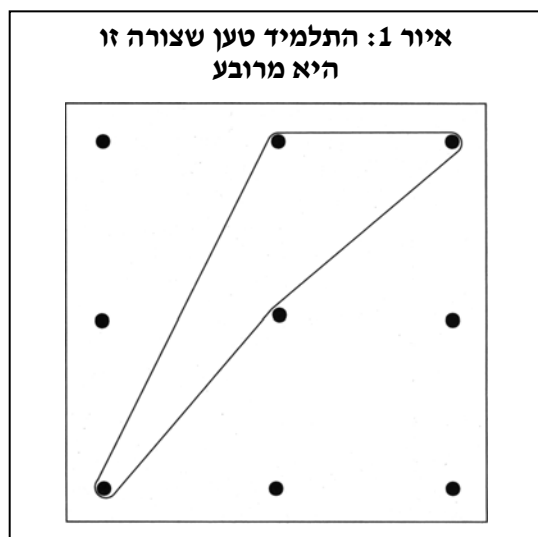
### התחלת הפעילות

הפעילות הכיתתית מתחילה בעבודה בקבוצות שבהן התלמידים מוצאים את כל המרובעים השונים שניתן ליצור בחלק של  $3 \times 3$  מתוך לוח מסמרים. הם מציירים את מה שמצאו על דפים עם רשת נקודות. מתנהל דיון בקבוצות לגבי המשמעות של מרובעים שונים. ברוב הקבוצות מבינים ששונים פירושו אינם חופפים, ומתחילים מיד בפעילות. בקבוצות אחרות יש תחושה של בלבול והם שואלים את המורה האם שני ריבועים בעלי גודל שונה נחשבים כשונים, או שהם אותו דבר משום שיש להם אותה צורה. המורה שואל את תלמידי הקבוצה האם לדעתם הם אותו דבר, ובדרך כלל התלמידים עונים שלא. באמצעות דיון התלמידים מחליטים שהצורות נחשבות שונות אם לא ניתן להניח אותן זו על גבי זו, כך שיתאימו בדיוק. התלמידים מתחילים לזהות צורות כחופפות אם יש ביניהן קשרים של שיקוף, סיבוב או הזזה, אם כי לא תמיד הם יודעים להשתמש במונחים אלה. לאחר שכל הקבוצות חושבות שהן מצאו את כל המרובעים האפשריים, הכיתה נאספת כדי לשתף זה את זה בתוצאות. ניתן להניח את לוחות המסמרים עצמם על מגש הגירים של הלוח, או שניתן לבקש מן התלמידים להעתיק את הצורות שמצאו לדפי רשת גדולים ולהדביקם על הלוח. כל קבוצה, בוחרת, לפי התור, צורה אחת ומציגה אותה לפני כל הכיתה. הצורה צריכה להיות שונה מהצורות שכבר הוצגו. לעיתים, מוצגת צורה חופפת המעוררת מיד דיון של כל הכיתה בנושאים של שיקוף, סיבוב והזזה. תוך כדי הצגת הצורות דנים בשמותיהן ובתכונות שלהן.

<sup>1</sup> תיאור הפעילות מופיע בנספח למאמר זה.

לאחר שכל הקבוצות מציגות את המרובעים שמצאו המורה מציינת שיש 16 צורות אפשריות ומודיעה כמה צורות עדיין לא הוצגו והקבוצות מתמודדות כעת עם הבעיה של מציאת הצורות החסרות.

באחת הכיתות להן הוצגה משימה זו, אף אחת מהקבוצות לא חשבה על האפשרות של יצירת מרובעים לא קמורים. כאשר אחד התלמידים גילה אפשרות זו, שמעו את ה"אהה!" בכל רחבי הכיתה, וכל יתר המרובעים הלא קמורים נמצאו במהירות.

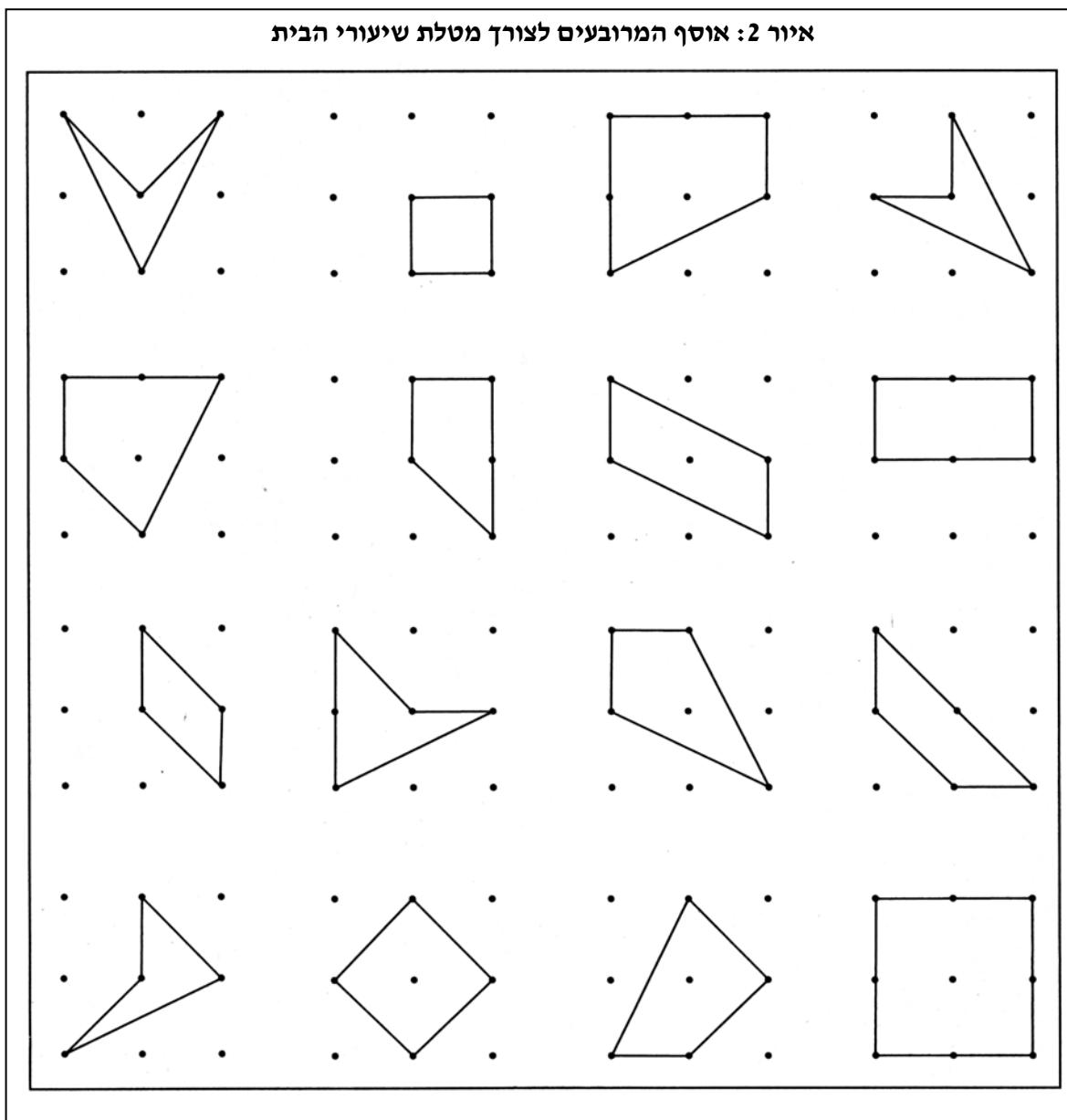


אחד הדיונים המעניינים ביותר שנבעו מפעילות זו היה כאשר תלמיד טען שהצורה המוצגת באיור 1 הינה מרובע. המורה ביקשה מתלמידי הכיתה להחליט האם צורה זו היא, אכן, מרובע. הכיתה החליטה שלא. התלמידים נכחו לדעת שלמרות שלראשי המסמרים יש קוטר, הרי שמבחינה מושגית הם מייצגים נקודות והגומיות מייצגות ישרים. לכן, אם הגומיה נמצאת מצד אחד של המסמר או מצידו השני אין זה אומר שהיא עוברת דרך נקודות שונות.

## מיון המרובעים

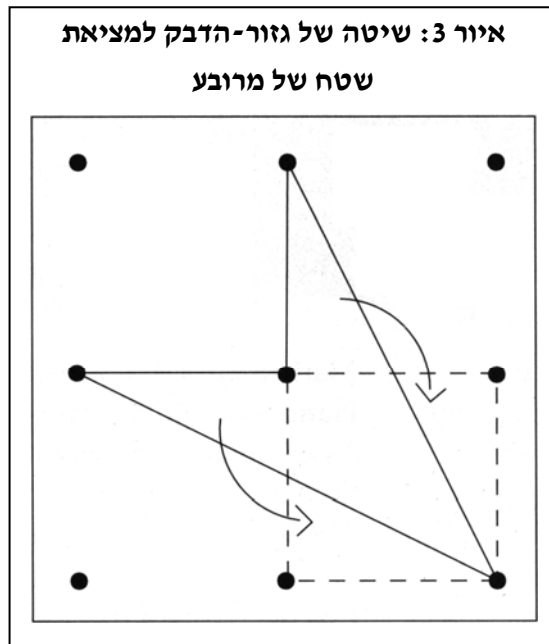
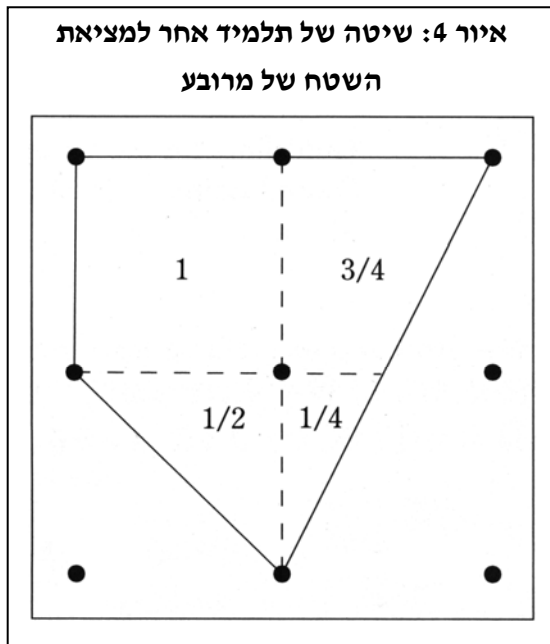
אחרי שהתלמידים מצאו ודנו בכל המרובעים, המורה מציגה בפני הכיתה פעילות של מיון. היא מזיזה את לוחות המסמרים, או את הדפים, על הלוח וממיינת אותם לשתי קבוצות. היא אומרת לתלמידים שלכל המרובעים בקבוצה הראשונה יש תכונה משותפת שלא קיימת באף אחד מהמרובעים שבקבוצה השנייה. התלמידים מנסים לזהות את התכונה. דוגמאות לתכונות שבהן השתמשו הן: זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות; שני זוגות של צלעות מקבילות; זווית ישרה; ארבע זוויות ישרות; זווית קהה; מרובע לא קמור; מרובע קמור; ו-מרובע בעל סימטריה קווית. פעילות המיון מאפשרת לתלמידים להציג בקול את דרכי החשיבה המתמטית שלהם. ישנם תלמידים המתקשים למצוא את השפה המתאימה לתאר את התכונות הגיאומטריות שהם רואים. המורה יכולה לסייע לתלמידים לקשר את הרעיונות שלהם למונחים המתמטיים הפורמליים. אם הזמן מאפשר, ניתן לבקש מתלמידים לגשת ללוח להציע דרכי מיון משלהם. עצם הרעיון של מיון הוא אתגר עבור תלמידים. כשעורי בית, התלמידים מקבלים דף שבו מצוירים 16 המרובעים האפשריים, על רשת נקודות של  $3 \times 3$ . (ראו איור 2). התלמידים גוזרים את המצולעים מתוך הדף, ממיינים אותם לשתי קבוצות ומדביקים אותם על דף חלק בהתאם. התלמידים מתבקשים גם לכתוב הסברים אודות התכונות שבהן השתמשו לצורך המיון שעשו. על התלמידים למצוא תכונה שלא נדונה כבר בכיתה.

## איור 2: אוסף המרובעים לצורך מטלת שיעורי הבית



### חישוב השטחים של המרובעים

כהרחבה נוספת של הפעילות, ניתן לבקש מן התלמידים לחשב את השטחים של המרובעים. ניתן לבצע פעילות זו בכיתה בעבודה בקבוצות, או לתת אותה כשיעורי בית. אחרי שהתלמידים מצאו את השטחים, הם משתפים את כל הכיתה בתשובותיהם ובשיטות שבהם השתמשו. מגוון השיטות למציאת השטחים הוא מדהים והתלמידים דנים במושגים גיאומטריים רבים בשעה שהם מציגים טיעונים כדי לשכנע שהשיטות שלהם מבוססות. תלמידים רבים משתמשים בגזור של גזור והדבק (ראו איור 3). הם רואים שחלק אחד של הצורה מתאים לאזור לא מכוסה של ריבוע אחר, וצריכים לשכנע את יתר הכיתה שהחתיכות חופפות. הטיעונים שלהם מובילים לסקירה של עקרונות גיאומטריים רבים אודות משולשים חופפים משום שהחלקים שהם "גזור" הם על פי רוב משולשים. מדי פעם, תלמיד יאמר שהוא, ממש גזר את הצורה לחלקים ולכן הוא יודע שהחלקים מתאימים.



גישה אחרת למציאת השטח של מרובעים אלה מודגמת על ידי ההיגד: "חלק זה נראה כמו רבע והחלק ההוא נראה כמו חצי" (ראו איור 4). היגדים כאלה על פי רוב נכונים, אבל החשיבה שמאחוריהם אינה אינטואיטיבית מובנת מעליה. המורים יכולים לנצל מצב זה לפתרון בעיות ולבקש מן התלמידים להוכיח שלחלק שהם חושבים שהוא חצי, או אחד, אכן יש שטח זה. כמובן, ישנם תלמידים שמתמשים בנוסחאות שטח כדי למצוא את השטחים. גישות אחרות שראינו אצל התלמידים כוללות קביעת השטח שמחוץ לצורה וחסורו מהערך 4; חשיבה על משולשים כחצאי מלבנים מתאימים; ו-שימוש בשטחים שנמצאו קודם כסיוע למציאת שטחים חדשים. אין ספק שתלמידים יכולים להעלות גם אסטרטגיות נוספות. מדי פעם בפעם תלמידים מפתיעים אותנו עם אסטרטגיות חדשות שהם מעלים.

### סיכום

מה שהתחיל כפעילות להצגת לוח המסמרים בפני התלמידים, הפך באופן מפתיע לפעילות עשירה במיוחד. זיהוי צורות והתכונות שלהם; מושגים של נקודות וישרים; שיקוף, סיבוב והזזה; צורות חופפות; הוכחה גיאומטרית; ומושגי שטח – כולם מוצגים באותה משימה. פעילות זו מראה גם לתלמידים שניתן לפתור בעיות במגוון של דרכים.

### ביבליוגרפיה

Kennedy, Joe, and Eric McDowell. "Geoboard Quadrilaterals." *Mathematics Teacher* 91 (April 1998): 288-290.

## נספח למאמר: פעילות מעשירה עם מרובעים בלוח מסמרים

### תאור הפעילות המופיעה במאמר:

Kennedy, Joe, and Eric McDowell. "Geoboard Quadrilaterals." *Mathematics Teacher* 91 (April 1998): 288-290.

1. מצאו את כל הריבועים השונים שאפשר לבנות על לוח מסמרים  $3 \times 3$ .
2. מצאו את כל המלבנים השונים, שאינם ריבועים, שאפשר לבנות על לוח מסמרים  $3 \times 3$ .
3. מצאו את כל המקביליות השונות, שאינם מלבנים, שאפשר לבנות על לוח מסמרים  $3 \times 3$ .
4. מצאו את כל הטרפזים השונים, שאפשר לבנות על לוח מסמרים  $3 \times 3$ .

אפשר לחזור על אותה משימה גם בלוח של  $4 \times 4$ .

### למורה:

#### בלוח $3 \times 3$

1. מספר הריבועים השונים הוא 3.
2. מספר המלבנים השונים, שאינם ריבועים, הוא 1.
3. מספר המקביליות השונות, שאינן מלבנים, הוא 2.
4. מספר הטרפזים השונים הוא 3.

#### בלוח $4 \times 4$

1. מספר הריבועים השונים הוא 5.
2. מספר המלבנים השונים, שאינם ריבועים, הוא 4.
3. מספר המקביליות השונות, שאינן מלבנים, הוא 12.
4. מספר הטרפזים השונים הוא 22.