



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים



מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משולשים מתחברים

פיתוח תובנות לגבי יצירת אוסף משולשים מחוברים

מפגש קבוצתי לפיתוח יכולת חישובית ויכולת ראייה מרחבית
כיתות א'-ב'

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע ע"י אוניברסיטת חיפה עפ"י מכרז מס' 1.07/6
הפרויקט מבוצע עבור האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04

E-mail: mathcntr@edu.haifa.ac.il: דואל

כתובת האתר: <http://ymath.haifa.ac.il>

תקציר:

בפעילות זו תלמידים בונים מגפרורים משולשים מחוברים שכל גפרור מייצג צלע אחת של משולש. בפעילות נוצרת הבנה ראשונה של המושג "צלע משותפת". הפעילות מתחילה מבניית שני משולשים מחוברים ובדיקת מספר הגפרורים המתקבל, ומתפתחת לשלושה משולשים מחוברים ולארבעה משולשים מחוברים. כתוצאה מהתעסקות במספר המשולשים מפתחים התלמידים תובנה שכלל מספר המשולשים יש יותר אפשרויות למבנים שונים. במהלך הבנייה התלמידים מפתחים ראייה מרחבית של זיהוי מצולעים מוכרים בתוך צורה מורכבת. הפעילות משלבת התנסות ודיון של קבוצת תלמידים עם מורה.

מטרות המפגש:

- התלמידים יבנו משולשים שיש להם צלעות משותפות ויתארו את דרך הבנייה שלהם.
- התלמידים יתאימו ביטוי חשבוני למציאת מספר קטעים במבנה של מספר משולשים.
- התלמידים יפתחו יכולת לראות מצולעים מוכרים בתוך צורה מורכבת.
- התלמידים יגלו מקרים שבהם יש כמה אפשרויות לבנייה ויבינו בצורה אינטואיטיבית שכלל מספר המשולשים גדל מספר האפשרויות (כי יש אפשרויות רבות יותר להוספת משולש למבנה).

אמצעי המחשה:

גפרורים, דפי נייר חלקים, מחברת לכתיבת התרגילים ודבק.

רעיונות מתמטיים:

ביטוי דידקטי של הרעיון בפעילות	הרעיונות המתמטיים בפעילות
<ul style="list-style-type: none"> - בהצמדת מצולעים על-ידי צלעות שוות מתקבלות מצולעים אחרים. - חלק מצלעות המצולעים נשארות צלעות המצולע החדש וחלקן – לא. <p>במקרה של הרכבת צורות אלה ממשולשים הבנויים מגפרורים, מספר הגפרורים באוסף המשולשים קטן יותר מאשר מספר גפרורים באוסף של משולשים אשר אינם מחוברים אחד עם השני</p>	<ul style="list-style-type: none"> - בהרכבת מצולע ממצולעים על-יד הצמדת צלעות שוות, מספר הצלעות במצולע המתקבל קטן יותר מסכום מספרי הצלעות של המצולעים המרכיבים אותו
<ul style="list-style-type: none"> - אותו קטע יכול להיות צלע משותפת בשני מצולעים 	<ul style="list-style-type: none"> - צלע משותפת- הצלע משמשת כצלע של שני משולשים
<ul style="list-style-type: none"> - כאשר מצמידים ארבעה משולשים מקבלים יותר מצולעים השונים זה מזה מאשר במקרה שמצמידים שניים או שלושה משולשים. אם ממשיכים לחקור את המקרה של חמישה משולשים יתקבל מספר עוד יותר גדול של מצולעים. 	<ul style="list-style-type: none"> - ככל שמצולע בנוי מיותר יחידות זהות, יש יותר אפשרויות להצמיד לכל אחת מהיחידות יחידה נוספת. לכן, מגוון האפשרויות לבניית מצולעים שונים זה מזה (מאותו מספר של יחידות זהות) גדול יותר.

מהלך אפשרי של המפגש:

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>- בניית המצולעים על דף מאפשרת לסובב את הדף כדי לראות את הצורה המתקבלת בתנוחות שונות, ולהשוות עם הבניות של תלמידים אחרים.</p>	<p>1. מבקשים מכל תלמיד לבנות על הדף שלפניו שני משולשים מגפרורים, כך שכל גפרור ייצג צלע אחת של המשולש</p>  <p>שואלים:</p> <ul style="list-style-type: none"> - בכמה גפרורים השתמשתם? - האם יש דרך לדעת בכמה גפרורים השתמשתם מבלי למנות אותם. כתבו תרגיל מתאים. <p>תשובה צפויה:</p> <ul style="list-style-type: none"> - משולש בונים משלושה גפרורים וכיון שיש 2 משולשים זה יהיה $3+3=6$, או $2 \times 3=6$ <p>2. מבקשים מהתלמידים לנסות לבנות שני משולשים עם פחות מ- 6 גפרורים.</p> <ul style="list-style-type: none"> - כדי לקבל שני משולשים בפחות גפרורים, צריך לחבר את שני המשולשים כך שתהיה להן צלע משותפת. או לבנות משולש אחד ולהוסיף לו עוד 2 גפרורים, כך שיתקבלו שני משולשים וצלע אחת תהיה משותפת לשניהם. 	<p>משימת פתיחה</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>- ראיית הצלע המשותפת היא קשה לתלמידים. במידה ותלמידים לא מבינים שנוצרו כאן שני משולשים, מומלץ להעתיק את צורת המבנה לדף, לגזור לאורך הצלע המשותפת ולהראות לתלמידים שמתקבלים שני משולשים. כמו כן, אפשר להסביר את רעיון ה"שיתוף" באמצעות קיר משותף בין שני חדרים.</p> <p>- יתכן, שלאחר הבנייה יהיו ילדים שיציינו שלמעשה התקבל מעוין או מרובע. חשוב שהתלמידים יבחינו במורכבות של המבנה שרואים בו גם מרובע שהוא מעוין וגם שני משולשים.</p> <p>- נושא האלכסון, לא נלמד בכיתות א-ב, אך יתכן שתלמידים יציינו שבמרובע/מעוין יש קו שמחבר בין שני קודקודים ומחלק אותו לשני משולשים. במידה שהתלמידים יבחינו בכך, מומלץ לומר שלקו שמחבר בין שני קודקודים קוראים "אלכסון" אך אין צורך לפתח דיון בנושא.</p> <p>- כל תרגיל שיש בו יותר מפעולה אחת יכול להיות גם מיוצג בעזרת יותר מתרגיל אחד. למשל, $2 \times 3 - 1$ יכול להיות מיוצג גם כ- $2 \times 3 = 6$ ובשלב הבא: $6 - 1$</p> <p>- דרך החישוב בעזרת כמה תרגילים היא קלה מאשר תרגיל שרשרת ומתאימה יותר לתלמידים בכיתות היסוד. חשוב להציג</p>	<p>- במידה והתלמידים לא מגלים זאת, המורה תכוון אותם לבניה כזו.</p> <p>- אם תלמיד בונה צורה משני משולשים שאינם חופפים</p>  <p>המורה תזכיר שכל גפרור צריך להיות צלע של משולש.</p>  <p>מדביקים על דף נייר את המבנה שהתקבל. לאחר בניית זוג המשולשים שואלים: כמה גפרורים חסכנו בבניה כזו? ומבקשים לכתוב תרגיל מתאים. תרגילים מתאימים: $3+3-1=5$; או $2 \times 3=6$, $6-1=5$; או $2 \times 3-1=5$.</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>את החישוב בדרך זו ולשוחח על הקשר שבין מספר תרגילים לתרגיל השרשרת שמבטא את כל התרגילים ביחד.</p>		
<p>- בבניית 3 משולשים, מ-7 גפרורים מתקבלת צורה אחת בלבד. ניתן לראות זאת ע"י סיבוב הדף שעליו בנויה הצורה</p>  <p>- חשוב שהתלמידים ייחשפו למגוון דרכי בנייה גם במקרה שהמבנה הסופי המתקבל הוא זהה אצל כולם.</p> <p>- תשובות מספריות זהות מתקבלות באמצעות אסטרטגיות חישוב שונות. חשוב לעודד את הדיון על ריבוי דרכי החישוב למבנה אחד.</p> <p>- גם במקרה זה יש להניח שיהיו תלמידים שיבחינו במכלול של צורות במבנה. במקרה זה הם עשויים לציין שהם רואים מרובעים שהם טרפז, מקביליות ומעוינים, בנוסף לשלושת המשולשים. חשוב לשוחח ולהצביע על הצורות השונות.</p>	<p>א. מבקשים מהתלמידים לבנות שלושה משולשים מכמה שפחות גפרורים ולכתוב תרגיל שיתאים לבנייה שלהם. לאחר הבנייה מבקשים מהתלמידים לתאר את דרך הבנייה שלהם ולהסביר את התרגיל שכתבו.</p> <p>מדביקים על דף נייר את המבנה שמתקבל.</p>  <p><u>אסטרטגיות אפשריות לבניית המבנה:</u></p> <p>1. בונים שלושה משולשים נפרדים, ואז מחברים אותם ובכל חיבור, מורידים גפרור אחד. תרגילים מתאימים: $3+3+3-1-1=7$, $3+3+3-2=7$, $3 \times 3 - 2 = 7$</p> <p>2. בונים משולש אחד מ-3 גפרורים, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש. תרגיל מתאים: $3+2+2=7$</p> <p>3. מוסיפים למבנה של שני המשולשים מ-5 גפרורים, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש, ביחד זה</p>	<p>המשימה המרכזית של השיעור</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>- חשוב להדגיש את האסטרטגיה שבה מסתמכים על הבנייה הקודמת. רעיון זה מחזק את הרעיון של שימוש בנקודת אחיזה כאסטרטגיה לחישובים שונים או השוואות, שהתלמידים יתקלו בהם בהמשך הלמידה.</p> <p>- גם במקרה של ארבעה משולשים יש להניח שיהיו תלמידים שיבחינו במכלול של צורות במבנה. במקרה זה, להבדיל מהמקרים הקודמים, מתקבל גם משולש וגם משושה שאינו קמור. (שעשוי להיות מצולע שלתלמידים יהיה קשה לזהות אותו כמשושה).</p> <p>- אם התלמידים יציגו רק דרך אחת מבין השלוש, יש לבקש מהם לנסות לבנות בעוד דרכים, ובמידת הצורך לכוון אותם לאפשרויות הנוספות לבנייה.</p>	<p>7. תרגיל מתאים: $5+2=7$</p> <p>ב. מבקשים מהתלמידים לבנות ארבעה משולשים מכמה שפחות גפרורים ולכתוב תרגיל שיתאים לבנייה שלהם.</p> <p>- מספר הגפרורים הקטן ביותר הנדרש לבניית ארבעה משולשים מחוברים הוא 9.</p> <p>- בבניית ארבעה משולשים מחוברים, מתקבלות 3 צורות השונות זו מזו בקווי המתאר שלהן: משולש שווה צלעות שכל צלע מורכבת משני גפרורים, מקבילית, ומשושה לא קמור.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
<p>- דרך חישוב זו מבהירה כי הצורות המתקבלות מכילות אותו מספר גפרורים, אך הצורה עצמה תלויה במקום הצמדת שני גפרורים נוספים למבנה הקיים.</p>	<div data-bbox="1326 284 1541 464" data-label="Image"> </div> <p>מדביקים על דף נייר את כל שלושת הבניות האפשריות.</p> <p><u>אסטרטגיות שונות לבנייה ולכתיבת תרגילים:</u></p> <p>1. בונים 4 משולשים נפרדים, ואז מחברים אותם ובכל חיבור, מורידים גפרור אחד. דוגמאות לתרגילים מתאימים: $3+3+3+3-1-1-1=9$, $3+3+3+3-3=9$, $4 \times 3 = 12$ ולאחר מכן $12-3=9$, $3 \times 3 = 9$.</p> <p>2. בונים משולש אחד מ-3 גפרורים, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש. מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש. תרגילים מתאימים: $3+2+2+2=9$ או $3 + 2 \times 3$ או שורת התרגילים הבאה: $3 + 2 = 5 \leftarrow 5 + 2 = 7 \leftarrow 7 + 2 = 9$</p> <p>3. הסתמכות על הבנייה הקודמת של שלושה משולשים משבעה גפרורים, מוסיפים עוד 2 גפרורים ומקבלים עוד משולש, ביחד זה 9. תרגיל מתאים: $7+2=9$.</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
	<p>מציגים לתלמידים את הדפים שעליהם כל הבניות שנעשו במפגש- בניות של שני משולשים מחוברים, של שלושה משולשים מחוברים ובניות של ארבעה משולשים מחוברים. מבקשים מהילדים לסכם את מה שהם רואים. בסיכום של הילדים צפוי שיעלה:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. הדרך שבה יצרו משולשים צמודים (על ידי שימוש בגפרור אחד כצלע של שני משולשים) 2. ה"חיסכון" בגפרורים כאשר יוצרים משולשים מחוברים 3. מכלול הצורות שמתקבלות בכל מבנה- לדוגמה: "קיבלנו משולש גדול שבנוי מארבעה משולשים קטנים, אבל אפשר לראות בו גם מעוין..." 4. העובדה שמשניים ושלושה משולשים אפשר היה לקבל רק מבנה אחד ואילו מארבעה משולשים כבר אפשר לקבל שלושה מבנים. בהקשר זה חשוב לשאול את התלמידים אם הם חושבים שבבנייה של חמישה משולשים צמודים יהיה מבנה אחד או יותר. חשוב שיפתחו את התחושה שכלל שמוסיפים משולשים יש יותר אפשרויות (הנובעות ממגוון אפשרויות רחב יותר להצמיד את המשולש הנוסף). 	<p>דיון מסכם קצר</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	משימות
	<p>לתלמידים מתעניינים במיוחד אפשר להציע</p> <ul style="list-style-type: none"> - לנסות לבנות מבנים שנבנו מחמישה, שישה או יותר משולשים מחוברים (שימו לב כי מששה משולשים אפשר לקבל 'מבנה סגור' של משושה גדול מורכב ממשולשים אלה); - לבנות 'שורה' של משולשים מחוברים ולגלות כיצד משתנה מספר הגפרורים הנדרש להצמדת משולש נוסף. 	<p>פעילות נוספת אפשרית</p>