מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים

אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

مثلثات متّصلة

تطوير مفاهيم حول إنشاء تجميعة من المثلثات المتصلة

لقاء جماعي حول القدرة الحسابية والقدرة على الرؤية في الفراغ

صفوف أوّل- ثان

ترجمة: كواكب سيف

مركز المعلمين القطري في موضوع: الرياضيات. جامعة حيفا تقوم بالمشروع وفقا للمناقصة رقم **1.07/6**
المشروع أجريَ لقسم تخطيط وتطوير المنهاج التعليمي, السكرتارية التربوية, وزارة التربية

مركز المعلمين القطري للرياضيات في المرحلة الابتدائية- פקס. 8288073 - 04
قسم التربية, جامعة حيفا,حيفا 31905
8240646 - 04هاتف 8288073 - 04فاكس.
عنوان الموقع:http://ymath.haifa.ac.il بريد الكتروني:E-mail:mathcntr@edu.haifa.ac.il

موضوع اللقاء/الدّرس: **مثلثات متصلة**

ملخّص: في هذه الفعالية يبني الطلاب مثلثات متصلة من عيدان ثقاب بحيث أن كل عود ثقاب يمثّل ضلعًا واحدا في المثلث. في الفعالية يصل الطلاب إلى الفهم الأوَلي بالنسبة "للضلع المشترك". تبدأ الفعالية ببناء مثلثين متصلين مع فحص عدد عيدان الثقاب التي استعملت للبناء, تتطوّر الفعالية إلى بناء ثلاثة مثلثات متصلة وأربعة مثلثات متصلة. كنتيجة للعمل على بناء عدة مثلثات تتطوَر لدى الطلاب الفكرة بأنه كلما زاد عدد المثلثات زادت الإمكانيات لبناء مبانٍ مختلفة. خلال الفعالية يطور الطلاب الرؤية في الفراغ وذلك بأن يميزون في الشكل المبني مضلعات معروفة لهم. تدمج الفعالية بين التجربة والنقاش بين مجموعة من الطلاب مع المعلم.

أهداف اللقاء:

- أن يبني الطلاب مثلثات بحيث تكون لها أضلاع مشتركة وأن يصفوا طريقة بناء هذه المثلثات.
- أن يلائم الطلاب تعبيرا حسابيا لإيجاد عدد القطع في المبنى المكوّن من عدّة مثلثات.
- أن يطوّر الطلاب القدرة لرؤية مضلعات مألوفة موجودة داخل شكل مركّب.
- أن يكتشف الطلاب الحالات التي تكون فيها عدة خيارات للبناء وأن يفهموا بشكل حدسيّ أنه كلما زاد عدد المثلثات زاد عدد الإمكانيات(لأن هنالك إمكانيات كثيرة لإضافة المثلث للمبنى).

وسائل الإيضاح: عيدان ثقاب، أوراق بيضاء، دفتر لكتابة التمارين وصمغ.

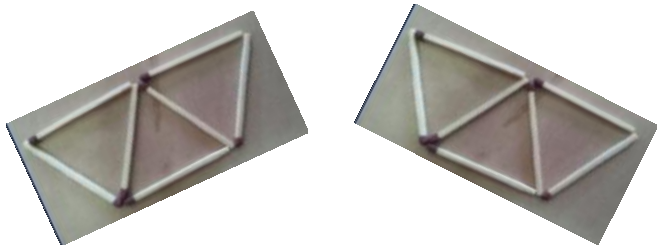
أفكار رياضية:

الأفكار الرياضية في الفعالية	تعبير تعليمي عن الفكرة في الفعالية
- عند بناء مضلع من مضلعات أخرى بواسطة لصق/وصل الأضلاع المتساوية مع بعضها، عدد الأضلاع في المضلع الناتج سيكون أصغر من مجموع أعداد أضلاع المضلعات التي تكوّن المضلع الناتج.	- عند لصق/وصل المضلعات بواسطة أضلاعها المتساوية تنتج لدينا مضلعات أخرى. - قسم من أضلاع المضلعات السابقة يبقى أضلاعا للمضلع الجديد والقسم الاخر –لا يكون من أضلاع الشكل الجديد. في حالة تكوين هذه الأشكال من مثلثات مكوّنة من عيدان الثقاب، عدد عيدان الثقاب في مجموعة المثلثات التي تكوّن هذه الأشكال يكون أصغر من عدد عيدان الثقاب في مجموعة المثلثات غير المتصلة مع بعضها.
- ضلع مشترك- يستخدم كضلع مشترك لمثلثين.	- نفس الضلع ممكن أن يُستخدم كضلع مشترك بين مضلعين.
- كلّما كان المضلع مبني من وحدات متساوية، **كانت امكانيات** لصق/وصل وحدة إضافية لكل واحدة من الوحدات المتساوية **أكبر**. لذلك، يكبر عدد الإمكانيات المتنوعة لبناء مضلعات تختلف عن بعضها البعض (المضلع مبني من نفس عدد الوحدات المتساوية).	- عند لصق/وصل أربعة مثلثات يكون عدد المضلعات المختلفة عن بعضها البعض أكبر من عدد المضلعات عند وصل مثلثين أو ثلاثة مثلثات. إذا واصلنا البحث في حالة خمسة مثلثات سنحصل على عدد مضلعات أكبر من الحالة السابقة (حالة وصل أربعة مثلثات).

مسار ممكن للقاء:

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط نلفت نظر المعلم اليها
مهمة افتتاحية	1.نطلب من كل طالب أن يبني على الورقة التي أمامه مثلثين من عيدان ثقاب، بحيث أن عود الثقاب الواحد يمثل ضلعا واحدا من أضلاع المثلث. نسأل: - كم عود ثقاب استعملتم؟ - هل هناك طريقة لمعرفة عدد عيدان الثقاب التي أستُعمِلت دون أن نعدّها؟. اكتبوا تمرينا ملائما. - إجابة متوّقعة: - نبني المثلث الواحد من ثلاثة عيدان ثقاب، وبما أنه موجود لدينا مثلثان لذلك سيكون الحساب - $6=3+3$, أو- $6=3\times2$ 2.نطلب من الطلاب أن يجربوا بناء مثلثين مع أقل من 6 عيدان ثقاب. - حتى نحصل على مثلثين من أقل عدد من عيدان ثقاب، يجب وصل مثلثين معا بحيث يكون لهما ضلع مشترك. أو أن نبني مثلثا واحدا ونضيف لهما عودين ثقاب، بحيث نحصل على مثلثين وضلع واحد مشترك للمثلثين.	- بناء المضلعات على الورقة تمكننا من استدارة الورقة ورؤية الشكل بعروض وأوضاع مختلفة، والمقارنة مع ما بناه باقي الطلاب. - رؤية الضلع المشترك هو أمر صعب بالنسبة للطلاب، في حالة أن الطلاب لم

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت نظر المعلم اليها
	- في حالة لم يكتشف الطلاب ذلك، على المعلمة أن توجههم لبناء مثلثين بهذه الطريقة. - إذا بنى أحد الطلاب شكلا من مثلثين غير متطابقين: عندها تعود المعلمة وتذكر أن كل عود ثقاب يجب أن يكون ضلعا لمثلث. نلصق المبنى الذي حصلنا عليه على ورقة بيضاء . بعد بناء زوج المثلثات نسأل: كم عود ثقاب " وفّرنا" في بناء كهذا؟ ونطلب كتابة تمرين ملائم. تمارين ملائمة : 5=1-3+3; أو 6=2x3, 5=1-6; أو 5=1-3×2.	يفهموا أنه نتج لدينا مثلثان، من المستحسن أن ننسخ شكل المبنى إلى الورقة، ونقصّ الشكل على طول الضلع المشترك ونبيّن للطلاب أننا نحصل على مثلثين. وأيضا، ممكن أن نشرح فكرة ال**"اشتراك"** بواسطة إعطاء مثال عن حائط **مشترك** بين غرفتين. - بعد البناء، من المحتمل أن يشير بعض الأولاد ،إلى أننا حصلنا عمليا على معيّن أو شكل رباعيّ. من المهم أن يدرك الطلاب أن هذا المبنى مركب، بحيث أنهم يرون في هذا المبنى شكلا رباعيا والذي هو معيّنا وأيضا مثلثين. - بالنسبة لموضوع القطر، فإنه لا يُدرّس في صفوف أوّل- ثانٍ، لكن من المحتمل أن يشير بعض الطلاّب أنّه في الشكل الرباعي/المعيّن يوجد خط يصل بين رأسين ويقسم الشكل لمثلثين. إذا لاحظ الطلاب ذلك، فمن المفضل القول بأن الخط الذي يصل بين أي رأسين نُسميه "قطرا" لكن لا حاجة للتوسّع في الحديث عن هذا الموضوع. - عندما يحتوي التمرين على أكثر من عملية حسابية يمكن كتابته بواسطة أكثر من تمرين واحد. مثلا، 1 – 3 x 2 يمكن تمثيله في المرحلة الأولى كتمرين- 6 = 3 x 2 وفي المرحلة الثانية: 1 – 6 - طريقة الحساب باستعمال أكثر من تمرين واحد هي أسهل وملائمة أكثر لطلاب الصفوف الدنيا، من استعمال تمرين السلسلة (تمرين يحتوي على أكثر من عملية حسابية). من المهم عرض الحساب بهذه الطريقة وأن نتحدث

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت نظر المعلم اليها
		عن العلاقة بين عدد التمارين وتمرين السلسلة الذي يحلّ محلّ جميع التمارين.
المهمة المركزية في الدرس	آ. نطلب من الطلاب أن يبنوا ثلاثة مثلثات من أقل عدد ممكن من عيدان الثقاب وأن يكتبوا تمرينًا ملائمًا لهذا البناء. بعد انهاء البناء نطلب من الطلاب أن يصفوا طريقة البناء وأن يشرحوا التمرين الذي كتبوه. بعد ذلك نلصق على ورقة بيضاء المبنى الذي حصلنا عليه. <u>استراتيجيات ممكنة لبناء المبنى:</u> 1. نبني ثلاثة مثلثات على انفراد، بعدها نوصلها ببعضها البعض، وعند كل وصلة نزيل عود ثقاب واحد. تمارين ملائمة: 3+3+3-1-1=7, 3+3+3-2=7, 3×3-2=7 2. نبني مثلثا واحدا من 3 عيدان ثقاب، نُضيف عودين لهذا المثلث فنحصل على مثلث ثانٍ، نضيف عودين آخرين فنحصل على مثلث ثالثٍ. تمرين ملائم: 3+2+2=7 3. نضيف للمبنى مثلثين من 5 عيدان ثقاب، نضيف عودين آخرين	- عند بناء 3 مثلثات من 7عيدان ثقاب نحصل على شكل واحد فقط. يمكن رؤية ذلك عن طريق استدارة الورقة التي بُنِي عليها الشكل  - من المهم أن يتعرض الطلاب لطرق متنوعة للبناء حتى لو كان نفس المبنى النهائي جميع الطلاب. - سنحصل على نفس الإجابات العددية لكن باستراتيجيات مختلفة. من المهم أن نشجع النقاش حول تعدد طرق حساب عدد عيدان الثقاب في المبنى الواحد. - في هذه الحالة علينا أن نفترض أن بعض الطلاب سيلاحظون وجود مجموعة من الأشكال في المبنى. وأيضا في هذه الحالة من المتوقع أن يشير الطلاب إلى أنهم يرون أشكالا رباعية وهي: شبه منحرف، متوازيات أضلاع ومعينات بالإضافة إلى ثلاثة مثلثات.من المهم أن نتحدث عن ذلك وأن نشير إلى الأشكال المختلفة.

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت نظر المعلم اليها
	ونحصل على مثلث آخر جديد(ثالث)، جميع عيدان الثقاب سوية هي 7.والتمرين الملائم هو: 7=2+5	- من المهم التشديد على الاستراتيجية التي فيها نعتمد على البناء السابق. هذه الفكرة تعزز فكرة استخدام نقطة ارتكاز (ما بُني سابقا) كاستراتيجية لإجراء حسابات مختلفة أو مقارنات والتي سوف يواجهها الطلاب في وقت لاحق خلال التعلّم.
	ب- نطلب من الطلاب بناء أربعة مثلثات من أقل عدد ممكن من عيدان الثقاب وأن يكتبوا تمرينا ملائما لهذا البناء. - العدد الأصغر من عيدان الثقاب المطلوب لبناء أربعة مثلثات هو 9 عيدان ثقاب. - من بناء أربعة مثلثات متصلة، تنتج 3 أشكال مختلفة عن بعضها البعض: مثلث متساوي الأضلاع بحيث أن كل ضلع من أضلاعه يساوي عودَي ثقاب: متوازي أضلاع: 	- أيضا في الحالة التي فيها أربعة مثلثات علينا أن نفترض أن قسما من الطلاب سوف يميّزون أن هنالك مجموعة من الأشكال في هذا المبنى. في هذه الحالة، خلافا للحالات السابقة، نحصل على مثلث وأيضا على شكل سداسي غير محدّب (الذي من الممكن أن يستصعب الطلاب تمييز هذا المضلع كشكل سداسي). - إذا عرض الطلاب طريقة واحدة فقط من بين الثلاث طرق، فيجب علينا أن نطلب منهم أن يحاولوا البناء بطرق أخرى، وإذا كانت هناك حاجة فيجب أن نوجههم لإمكانيات البناء الإضافية.

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت نظر المعلم اليها
	شكل سداسي غير محدب (مقعّر): نلصق على الورقة البيضاء الإمكانيات الثلاث. <u>استراتيجيات مختلفة للبناء ولكتابة التمارين:</u> 1. نبني 4 مثلثات منفردة، ونصل بينها وفي كل وصلة نقلل عدد عيدان الثقاب بعود واحد. أمثلة لتمارين ملائمة: 3+3+3+3-1-1-1=9 , 3+3+3+3-3-3=9 , 4x3=12 وبعد ذلك 9=3–12, 9=3×3. 2. نبني مثلثا واحدا من 3 عيدان ثقاب، نضيف عودين ونحصل على مثلث إضافي، ثم نضيف عودين أخرين ونحصل على مثلث ثالث، ثم عودين فنحصل على المثلث الرابع. تمارين ملائمة للبناء: 3+2+2+2=9 أو 3 + 2 x 3 أو سلسلة التمارين التالية: 3 + 2 = 5 ← 5 + 2 = 7 ← 7 + 2 = 9 3. في هذه الاستراتيجية نعتمد على البناء السابق لثلاثة مثلثات بحيث استخدمنا 7 عيدان ثقاب، نضيف عودين فنحصل على المثلث الرابع، وبهذا نكون قد استخدمنا 9 عيدان ثقاب. التمرين الملائم	- طريقة الحساب هذه توضّح أن الأشكال التي نحصل عليها تحتوي على عدد من عيدان الثقاب، لكن الشكل نفسه (النهائي) متعلق بالمكان الذي

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط نلفت نظر المعلم اليها
	هو: 9=2+7.	نلصق/نوصل إليه عودي الثقاب الإضافيين إلى المبنى القائم.
نقاش قصير ملخّص	نعرض للطلاب أوراق كل أنواع البناء التي أجريت خلال اللقاء- بناء مثلثين متصلين، بناء ثلاثة مثلثات متصلة وبناء أربعة مثلثات متصلة. نطلب من الطلاب أن يلخصّوا ما يرونه . **في إجمال الأولاد من المتوقع أن تظهر الملاحظات التالية**: 1. الطريقة التي نتج فيها مثلثان متّصلان/ملتصقان (عن طريق استخدام عود ثقاب واحد كضلع مشترك لمثلثين). 2. "التّوفير" في عيدان الثقاب عندما تنتج مثلثات متّصلة. 3. مجمل الأشكال التي نحصل عليها في كل مبنى- مثلا: "حصلنا على مثلث كبير مكوّن من أربعة مثلثات صغيرة، لكن من الممكن أن نرى داخله معينا..." 4. حقيقة الحصول على مبنى واحد فقط عند بناء مثلثين أو ثلاثة مثلثات والحصول على ثلاثة مبانٍ في حالة بناء أربعة مثلثات. في هذا السياق من المهم أن نسأل الطلاب: هل، حسب رأيهم، في حالة بناء خمسة مثلثات متصلة سيحصلون على مبنى واحد أم أكثر؟ من المهم أن يطوّروا الحسّ أنه كلما زدنا عدد المثلثات يزيد عدد الإمكانيات (والذي مصدره عدد الإمكانيات الكبير لموقع إلصاق/	

مهام	فعاليات تعليمية	نقاط تلفت نظر المعلم اليها
	وصل المثلث الإضافي).	
فعاليات إضافية ممكنة	للتلاميذ الذين يبدون اهتماما خاصا ممكن أن نقترح عليهم: - أن يحاولوا بناء مبنى مكون من خمسة مثلثات، ستة مثلثات، أو أكثر وجميعها مثلثات متّصلة (انتبهوا أنّه من ستّة مثلثات ممكن أن نحصل على "مبنى مغلق" وهو شكل سداسي كبير مكوّن من هذه المثلثات الستة). - أن يبنوا "سلسلة" من المثلثات المتصلة وأن يكتشفوا كيف يتغيّر عدد عيدان الثقاب المطلوب من أجل لصق/وصل مثلث إضافيّ.	