מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים

אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

بناء أشكال من مثلثات

تطوير مفاهيم حول امكانيات بناء مضلعات مختلفة من عدد معيّن من المثلثات المنتظمة

لقاء جماعي من أجل تطوير القدرة الحسابية والقدرة على الرؤية في الفراغ

صفوف أول- ثان

ترجمة: كواكب سيف

مركز المعلمين القطري في موضوع: الرياضيات. جامعة حيفا تقوم بالمشروع وفقا للمناقصة رقم **1.07/6**
المشروع أجريَ لقسم تخطيط وتطوير المنهاج التعليمي, السكرتارية التربوية, وزارة التربية

مركز المعلمين القطري للرياضيات في المرحلة الابتدائية- פקס. 8288073 - 04
قسم التربية, جامعة حيفا,حيفا 31905
8240646 - 04هاتف 8288073 - 04فاكس.
عنوان الموقع:http://ymath.haifa.ac.il بريد الكتروني:mathcntr@edu.haifa.ac.il:E-mail

موضوع اللقاء/الدرس: **بناء أشكال من مثلثات**

ملخص: في هذه الفعالية يعمل الطلاب على بناء اشكال من مجموعة مثلثات متساوية الأضلاع ومتطابقة. يصف الطلاب المضلعات التي يتم الحصول عليها عند البناء ويميزون اشكالاً معروفة لهم. خلال عملية البناء يكتشف الطلاب عدد الامكانيات لبناء أشكال من مثلثين، ثلاثة مثلثات، أربعة أو ستة مثلثات.

أهداف اللقاء:

- أن يكتشف الطلاب طرقًا متنوعة لبناء اشكال من مثلثات متطابقة.
- أن يتعرف الطلاب على مضلعات مختلفة ويجربوا وصف هذه المضلعات بمساعدة المصطلحات، ضلع، رأس، وزاوية (ركن).
- أن يتعمق الطلاب بشكل حدسي (بديهي) في فهم مبدأ المساواة بين مساحة الأشكال المكونة من نفس عدد الوحدات.
- يكتشف الطلاب أن عددًا صغيرًا من الأمثلة لا يكفي للتعميم.

وسائل ايضاح: أشكال مجموعة "الأشكال العجيبة"- لأجل تجربة الطلاب.

تطبيقات محوسبة: http://ofek.cet.ac.il/units/he/math/unit1039/act1.aspx

التطبيق المحوسب معدٌّ لتجربة الطلاب وللنقاش الجماعي ويشدد على كون هذه الأشكال ثنائية الأبعاد (خلافًا للوضع الذي نستخدم به عادةً مجموعة "الأشكال العجيبة").

وصف التطبيق المحوسب: في التطبيق المحوسب نفسه يوجد وصف مفصل لطرق العمل به تحت عنوان: "ارشاد لتشغيل ورشة العمل".

التطبيق المحوسب مفتوح لاستعماله لكل المشتركين في آفاق من قبل مطاح. كبديل يمكن الدخول للرابط التالي:

http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=27

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_169_g_1_t_2.html?open=activities

أفكار رياضية:

أفكار رياضية في الفعالية	تعبير تعليمي عن الفكرة في الفعالية
- اسم المضلع يحدد حسب عدد أضلاعه. تتميز المضلعات بعدد الأضلاع، عدد الرؤوس والزوايا في كل مضلع، هذه الأعداد الثلاثة تكون متساوية. - هنالك مجموعة كبيرة من الأشكال التي لها نفس الاسم حسب عدد الأضلاع. من بينها، لأي عدد من الأضلاع هنالك مضلع واحد فقط بحيث أن كل أضلاعه وكل زواياه متساوية (مضلع منتظم). - بمساعدة تحريك المضلعات ممكن أن ننقل مضلع واحد إلى مضلع آخر يطابقه.	- تعرض لنا الأشكال العجيبة مجموعة متنوعه من المضلعات المختلفة. - المثلث الموجود في مجموعة الأشكال العجيبة هو مثلث متساوي الأضلاع (مثلث منتظم). - في مجموعة الأشكال الرباعية التي في الأشكال العجيبة موجودة أشكال رباعية مختلفة، - أحيانًا تظهر مضلعات متطابقة بأنها مختلفة وذلك جراء وضعها بطريقة مختلفة في المستوى. يمكن فحص تطابقها عن طريق المقارنة المباشرة وهي أن نضع مضلعًا واحدًا فوق الآخر.
- بمساعدة وصل/ لصق أضلاع المضلعات مع بعضها يمكن بناء مضلعات جديدة. من مجموعة ثابتة من الاشكال ممكن بناء تشكيلة من الاشكال المختلفة. - عدد أضلاع المضلّع الّذي ينتج من وصل مضلّعين يكون أصغر من مجموع أضلاع المضلّعين اللذين يتألّف منهما المضلّع الناتج. - عند تكوين أشكال من مثلثين متساويي الاضلاع أو ثلاثة مثلّثات متساوية الاضلاع نحصل في كل مرّة على شكل واحد فقط. من أربعة مثلّثات وأكثر ممكن الحصول على مضلّعات مختلفة. - من مثلّثات ممكن أن نحصل على مضلّعات مختلفة.	- يمكن الحصول على احد المعيّنات الموجودة في مجموعة الاشكال العجيبة بواسطة وصل مثلثين متساويين الاضلاع من مجموعة الاشكال العجيبة. هذا هو الشكل الوحيد الذي يمكن الحصول عليه من وصل /لصق مثلثين منتظمين. - يمكن الحصول على الشكل الرباعي الموجود في الاشكال العجيبة والذي يدعى "شبه منحرف متساوي الساقين" بواسطة وصل /لصق ثلاثة مثلثات متساوية الاضلاع من المجموعة. هذا هو الشكل الوحيد الذي يكمن الحصول عليه من وصل ثلاثة مثلثات منتظمة. - من مثلثين منتظمين أو ثلاثة مثلّثات منتظمة نحصل على مضلّعات لها نفس عدد الاضلاع الا وهي اشكال رباعيّة.

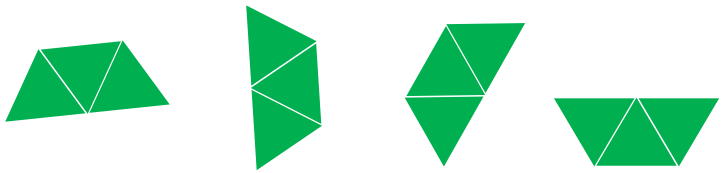
- المضلّعات المكوّنة من نفس الاجزاء ممكن أن تكون مختلفة حتى في عدد أضلاعها، لكن مساحاتها تكون متساوية دائماً.	- عند تكوين مضلعات من أربعة مثلثات نحصل على مثلث منتظم ًكبيرً، شكل رباعي(متوازي أضلاع) أو شكل سداسي مقعّر. هذه الاشكال غير متطابقة لكنها مكوّنة من نفس عدد وحدات القياس (مثلثات) لذلك لها نفس المساحة. - من ستّة مثلّثات منتظمة يمكن أن نحصل على مضلّعات مختلفة ومن بينها شكل سداسي منتظم.

مسار ممكن للقاء:

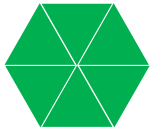
مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
ملاحظة عامّة: - يجب الانتباه إلى أن الاشكال العجيبة هي اجسام (مناشير)، لكن في هذه الفعاليّة لا نهتم للبعد الثالث ألا وهو الارتفاع في الجسم، بينما نأخذ بعين الاعتبار فقط شكل وجه قاعدة الجسم. لذلك، العمل يكون فقط في المستوى(يعني على سطح مثل الطاولة).(بينما، في التطبيق المحوسب الأشكال تكون ثنائية الأبعاد وهذه هي إحدى أفضليات استعمال التطبيق المحوسب)		
مهمّة افتتاحيّة	1. تعرض المعلّمة جميع المضلّعات الموجودة في مجموعة الاشكال العجيبة وتطلب منهم تسمية ووصف كل مضلع من المضلعات، مع شرح عن سبب التسمية. يعطي الطلّاب اسما لكل مضلّع بحسب عدد أضلاعه (مثلث، شكل رباعي، شكل سداسي) 	- الهدف أن يصل الطلّاب لطرق تفسير متنوّعة بما يتعلّق بإعطاء أسماء للمضلّعات. ليس فقط حسب عدد الاضلاع إنّما بواسطة عدّ الرؤوس والزوايا.
	2. تسأل المعلّمة: " هل جميع المثلّثات الموجودة في المجموعة هي متطابقة"؟ كيف تفحصون ذلك؟ يضع الطلاب مثلّثا واحدا فوق المثلث الآخر ويفحصون تطابق المثلّثين. يستنتج الطلاب أنه إذا غطى الشكلان أحدهما الآخر بالضبط فهما متطابقان.	- الفحص يتمّ بمساعدة مقارنة مباشرة- لكل مثلثين يتطابقان من جراء التطابق ينتج ان للشكلين نفس المساحة.
	3. تسأل المعلّمة: " هل كلّ الاشكال التي في هذه المجموعة هي متطابقة؟" كيف يمكن فحص ذلك؟ يضع الطلّاب مربعا على مربع ويكتشفون أنّ جميع المربّعات متطابقة لبعضها البعض، كل الاشباه المنحرفة متطابقة لبعضها، لكن المعينات	- من المهم أن نشدّد في النقاش أن هناك عددا من الاشكال العجيبة المختلفة تحمل نفس الاسم (شكل رباعي) الذي يتقرّر حسب عدد الاضلاع(الرؤوس والزوايا).

مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
	ليست جميعها متطابقة. ايضا المربّع لا يطابق لأيّ معيّن أو شيه منحرف. تطلب المعلّمة من الطلاب تسمية كلّ شكل من الاشكال الرباعيّة باسمه الخاص (مربّع، معيّن وشبه منحرف) 4. تطلب المعلمة من الطلّاب ان يضعوا مثلثا على مثلّث آخر وان يدوّروا أحد المثلّثات حتى يصلوا إلى الحالة التي تتحدّ فيها الرؤوس مرّة اخرى. تسأل المعلّمة: " ما هو الخاص في هذه المثلّثات؟"	- ليس من الضروري في هذه المرحلة أن نتحدث عن كل صفات كل شكل رباعي خاص (مربّع، معيّن وشبه منحرف)، يعرف الطلاب الأشكال حسب مظهرها. - من المفروض أن يكتشف الطلاب أن أضلاع المثلث متساوية في طولها, يعني أن المثلثات هي متساوية الأضلاع. من المستحسن أن لا يعتمد التعليل على المظهر مثلا ان نقول :" هذه المثلّثات من جميع الجهات نفس الشيء" - للتعمّق أكثر في الاكتشاف أن جميع اضلاع المثلث متساوية، يمكن أن نقترح على الطلّاب أن يفحصوا الاشكال الأخرى(بواسطة الدوران) ويشاهدوا في أيّ اشكال تكون الاضلاع متساوية وفي أيّها غير متساوية.
المهمّة المركزيّة في الدرس: امكانيات متنوّعة لبناء اشكال من مثلّثات منتظمة	1. تطلب المعلمة من كل طالب أن يأخذ مثلثين وأن يبني منهما شكلا جديدا بواسطة لصق الضلع الواحد على الضلع الآخر كلّه. تسأل المعلّمة: أ. على ماذا حصلتم؟ هل حصلتم على نفس الشكل؟ كيف تفحصون ذلك ؟ يضع الطلّاب الاشكال التي كوّنوها الواحد فوق الاخر ويفحصون فيما اذا يتطابق الشكلان. .	- تُنفذ الفعالية عندما تكون الاشكال موضوعة على الطاولة او بمساعدة التطبيق المحوسب. - عند لصق/ وصل ضلعي مثلثين منتظمين، ممكن الحصول فقط على شكل واحد آلا وهو المعيّن.

مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
	ب. تعرض المعلّمة الشكل الجديد بتمثيلات مختلفة وتسأل: " هل الاشكال التالية متطابقة ام مختلفة؟ كيف تفحصون ذلك؟ ت. ما هو اسم الشكل ؟ اجابات ممكنة (قسم منها خاطئ): شكل رباعي، مثلثان، معيّن، شكل هندسي، مربّع. ابحثوا في مجموعة الاشكال العجيبة عن شكل مطابق بحيث يغطّي تماما الشكل الذي نتج اعلاه، أيّ شكل من الاشكال العجيبة يلائمه؟ ما هو اسمه ؟ اعطوا اسما آخر لهذا الشكل. ث. كم ضلعا يوجد للشكل الجديد؟ اجابات ممكنة(قسم منها خاطئ): - اربعة اضلاع (اجابة صحيحة). - ستة اضلاع (اجابة غير صحيحة والتي تستند على مجموع اضلاع مثلثين).	- يفحص الطلاب عن طريق استدارة احد الاشكال حتى يصبح بنفس الوضع مثل الشكل الثاني، او عن طريق وضع شكل واحد على الثاني واستدارته حتى يتطابق على الشكل الثاني. استنتاج: ثلاثة الأشكال المكوّنة من مثلثين من مجموعة الأشكال العجيبة هي أشكال متطابقة - بما إنّ الطلاب يلصقون المثلثين بجانب بعضهما فمن الممكن انهم لا يعتبرون ذلك شكلا كاملا، لذلك فيمكن ان يجيبوا: "اسم الشكل :مثلثان". لذلك على المعلّمة توجيههم لإيجاد المعيّن المطابق للشكل الذي نتج(المعيّن من مجموعة الأشكال العجيبة). - هنالك طلاب يحتارون/يتلخبطون عند استعمال الاسم شكل رباعي او مربّع. - للشكل الذي بنوه توجد عدة اسماء: شكل رباعي، معيّن، متوازي اضلاع ودالتون. ينبغي ان نشير فقط للأسماء : شكل رباعي ومعيّن. - يجب أن نبيّن العلاقة بين هذين الشكلين (دون أن نشير إلى خاصة الاحتواء): المعيّن هو شكل رباعي بحيث ان جميع اضلاعه متساوية في الطول. - يجب الانتباه إلى ان بعض أضلاع المثلثات المكوّن منها المعيّن لم تعد اضلاعا في هذا المعيّن.

مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
	ج. هل جميع الاضلاع في هذا الشكل متساوية في طولها؟ كيف تفحصون ذلك؟ طرق ممكنة: - وصل/ لصق أضلاع "نسختين" لنفس الشكل العجيب؛ - وضع النسخة الواحدة من الشكل فوق الاخرى. - بمساعدة وسيط الذي هو ضلع المثلث. - اعتبارات منطقيّة: هذه الاضلاع كانت أضلاعا لمثلثات متساوية الاضلاع. 2. تطلب المعلّمة من كل طالب ان يبني شكلا جديدا من 3 مثلثات عن طريق وصل/لصق الضلع كله للضلع الآخر كله. تسأل المعلّمة: أ. على ماذا حصلتم؟ هل حصل الجميع على نفس الشكل؟ لماذا حصلنا على نفس الشكل؟ كيف تفحصون ذلك؟ ما هو وجه التشابه ووجه الاختلاف بين الشكلين الرباعيين اللذين امامكم؟ انظروا إلى عدد الاضلاع، اطوال الاضلاع وانظروا ايضا إلى زوايا الاشكال.	- تُنفّذ الفعالية عندما تكون الاشكال موضوعة على الطاولة أو بمساعدة التطبيق المحوسب. - عند وصل / لصق اضلاع ثلاثة مثلّثات منتظمة، يمكن أن نحصل فقط على شكل واحد الا وهو شبه المنحرف (متساوي الساقين) . - تقبل اجابات الطلّاب التالية: شكل رباعي، شبه منحرف . - عند العمل في التطبيق المحوسب نحصل على صور متنوّعة لنفس شبه المنحرف في اوضاع مختلفة. على الطلّاب التأكّد من أن الاشكال التي تمّ الحصول عليها متطابقة.  - في النقاش عن اسم الشكل حسب الاضلاع من المهم التشديد على ان هذا الشكل هو شكل رباعي. من المهم ان نناقش عن وجه الاختلاف بينه وبين الشكل

مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
	 3. تقول المعلّمة عندما بنينا شكلا من مثلثين حصلنا على شكل جديد واحد، وعندما بنينا شكلا من 3 مثلثات، حصلنا على شكل جديد واحد. ماذا سيحصل حسب رأيكم إذا بنينا شكلا من اربع مثلثات؟ هل سنحصل عندها على شكل جديد واحد فقط؟ " حاولوا وافحصوا" يجرب الطلّاب ذلك ويكتشفوا ان من اربع مثلثات نستطيع بناء 3 اشكال مختلفة. 4. تطلب المعلّمة الان ان يبنوا اشكالا من ستّة مثلثات. يجرب الطلّاب ذلك ويكشفوا امكانيات متنوّعة لبناء اشكال من ستّة مثلثات. تسأل المعلّمة: هل يمكن ان نحصل من ستّة مثلثات على شكل مطابق لاحد الاشكال العجيبة؟ تبني المعلّمة شكلا سداسيا منتظما من ستّة مثلثات او تشير الى شكل سداسي	الرباعي(المعيّن الذي حصلنا عليه سابقا). - من المفضل ان نشير الى ان ليست جميع اضلاع هذا الشكل الرباعي متساوية في طولها. - هذا الشكل الرباعي يحوي الشكل الرباعي السابق، لكنه مكوّن من عدد أكبر من المثلثات المتطابقة. - الامر يعود الى المعلّمة اذا رأت من المناسب ان تتحدث عن صفات شبه المنحرف مع الطلّاب. انتبهوا إلى إن شبه المنحرف الذي حصلنا عليه هو شبه منحرف متساوي الساقين، مظهر كلاسيكي/ مألوف لذلك علينا ألّا نحاول أن نصل الى تعميمات حول صفات شبه المنحرف دون عرض اشباه منحرفة اخرى. - من المهم ان يكتشف الطلاب اشكالا متنوّعة مكونة من أكثر من ثلاثة مثلثات منتظمة. - من اربعة مثلثات منتظمة (بمساعدة فعالية توضيحية أو بمساعدة التطبيق المحوسب)، يكتشف الطلّاب الامكانيات لبناء "المثلث الكبير"، الشكل الرباعي(الذي هو متوازي اضلاع) و"شكل غريب"(والذي هو شكل سداسي مقعّر). يجب ان لا نطلب اسماء لكل الاشكال التي نحصل عليها، بشكل خاص (الشكل الغريب). على كل حال، يجب ان نذكر ان جميع الاشكال مكوّنة من اربع مثلثات هذا هو

مهام	فعاليات تعليميّة	نقاط نلفت نظر المعلم إليها
	منتظم بناه احد الطلاب وتسأل : - أيّ شكل هذا؟ - كم ضلعًا يوجد له ؟ - هل كلّ الاضلاع متساوية؟ - هل كلّ الزوايا متساوية؟ وكيف نسمي هذا الشكل؟(شكل سداسي منتظم)	وجه الشبه بينها. - عند وصل/لصق أضلاع ستّة مثلّثات منتظمة ، يمكن أن نحصل على مضلّعات مختلفة ومتنوعة، واحد منها هو الشكل السداسي المنتظم. 
نقاش ملخّص	في هذا الدرس بنينا مضلّعات عن طريق وصل/إلصاق مثلّثات. - على كم مضلّع حصلتم عندما استعملتم مثلّثين، 3 مثلّثات، 4 مثلّثات؟ - على أيّ مضلّعات حصلتم من مثلّثين ومن ثلاث مثلّثات؟ - ما هي المضلعات التي حصلتم عيها من 4 مثلّثات؟ - هل حصلتم في كلّ مرّة على نفس عدد الاشكال؟	

.