



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף למדעים



מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

מה מסתתר בחלק המושחר?

פיתוח תובנות לגבי כיסוי שטח של מצולע על-ידי פירוק והרכבה

מפגש קבוצתי לפיתוח יכולת חישובית ויכולת ראייה מרחבית

כיתות א'-ב'

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע ע"י אוניברסיטת חיפה עפ"י מכרז מס' 1.07/6
הפרויקט מבוצע עבור האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי – הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04

E-mail: mathcntr@edu.haifa.ac.il דואל:

כתובת האתר: <http://ymath.haifa.ac.il>

נושא המפגש/שיעור:

מה מסתתר בחלק המושחר?

תקציר:

הפעילות עוסקת במשימות שבהן התלמידים מכסים מצולע באמצעות מצולעים אחרים (מתוך צורות הפלא). הפעילות משלבת היבטים גיאומטריים ואריתמטיים. הפעילות מיועדת לפתח יכולת הרכבה ופירוק של מצולעים, והבניית תובנות אינטואיטיביות לגבי שטח צורה כסכום שטחי החלקים שלה ומספר יחידות השטח, כולל ביצוע המרות בין יחידות שטח שונות. הדיון על דרכי כיסוי השטח מתקשר לארגון המספר 10 כסכום, בדרכים שונות, בין השאר - כסכום של מכפלות. הפעילות מכוונת לעבודה עם כלי המחשה בקבוצות קטנות בשילוב יישומונים.

מטרות המפגש: -

- התלמידים יתנסו בכיסוי מצולע במצולעים שונים, תוך כדי הפעלת שיקולים כמותיים ומרחביים לבחירת דרכי הכיסוי.
- התלמידים יעסקו באופן אינטואיטיבי בעקרון שימור שטח של צורה, באמצעות פירוקה לחלקים/הרכבתה מחלקים.
- התלמידים יביעו באמצעות תרגיל את מספר יחידות השטח הנדרשות לכיסוי צורה, כשהם משתמשים בערכים מספריים המבטאים את מספר יחידות השטח של המצולעים, שנבנו מיחידת השטח הבסיסית המשמשת למדידה.
- התלמידים ילמדו לתאר פעילות מוחשית של כיסוי הצורה בעזרת תרגילי חיבור, כפל ותרגילים המשלבים בין שתי הפעולות.

אמצעי המחשה:

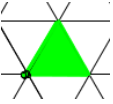
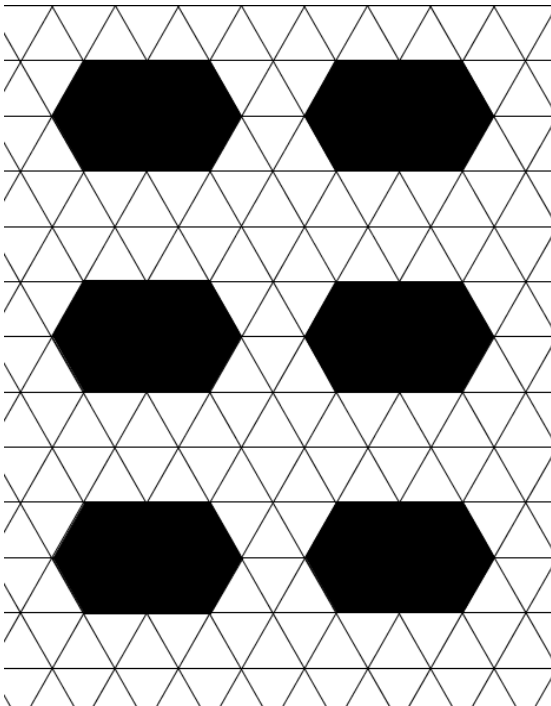
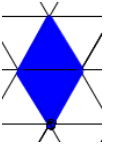
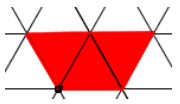
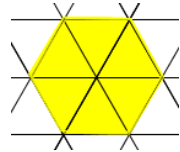
דף עם רשת המשולשים ועליה הצורה המושחרת (נספח א'); דף עם רשת משולשים ומספר צורות מושחרות (נספח ב') מצולעים (משולשים, מעוינים, טרפזים ומשושים) מתוך ערכת 'צורות הפלא' – בכמות שתספיק להתנסות אישית של התלמידים.

יישומונים:

יישומון שהוכן לפעילות זו בעזרת תוכנת הגיאוגברה (היישומון קיים בשתי גרסאות) (יישומון נוסף: http://ejad.best.vwh.net/java/patterns/patterns_j.shtml) השימוש ביישומונים מדגיש את מושג השטח בהקשר של מדידת אובייקט דו-ממדי, לעומת השימוש באביזרים

שהם תלת-ממדים.

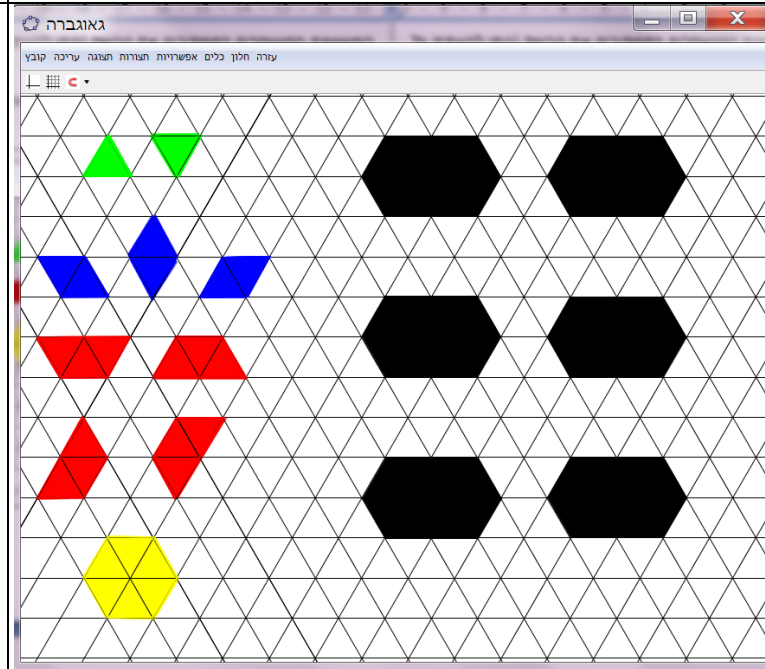
תיאור היישומונים: יישומון א' - "[צורות ללא סיבוב](#)", יישומון ב' - "[צורות עם אפשרות סיבוב](#)".
בכל יישומון יש רשת משולשים משוכללים, ועליה מספר משושים זהים המסתירים חלק מהמשולשים שברשת.
ביישומון קיימים 4 מצולעים (מתוך ערכת צורות הפלא):

| | | |
|---|--------------------------------------|--|
|  | 1. משולש, הזהה למשולש הרשת. |  |
|  | 2. מעוין, המורכב משני משולשים ברשת. | |
|  | 3. טרפז, המורכב משלושה משולשים ברשת. | |
|  | 4. משושה משוכלל הבנוי מששה משולשים. | |

אפשר להזיז את המצולעים ולהניחם על רשת המשולשים ואפשר לגרור אותם עם העכבר לכל מקום ברשת. כאשר מניחים מצולע על הרשת או על המשושה המושחר שעל הרשת, "מתגלים" קוי הרשת - וכך ניתן לגלות את מספר המשולשים המכוסים.

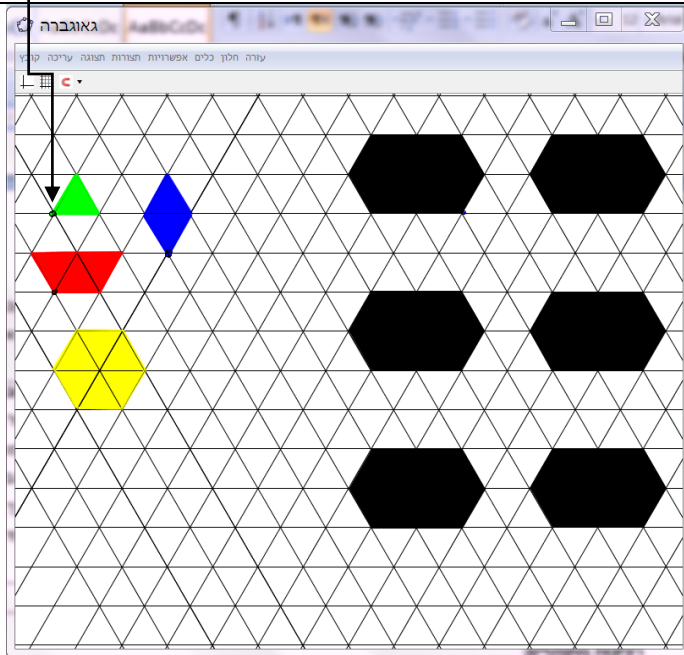
"צורות ללא סיבוב"

בצד שמאל של החלון יש אוסף מצולעים מוכנים לגרירה, לכיסוי המשושים המושחרים המסתירים את הרשת (ניתן להעתיק כל צורה ללא הגבלה). כל צורה מופיעה מספר פעמים (מלבד המשושה הצהוב) במצבי סיבוב שונים, לנוחות הילד הצעיר, על מנת שלא יצטרך לעסוק בסיבובה על פני המסך.



"צורות עם אפשרות סיבוב"

בצד שמאל של החלון יש אוסף מצולעים מוכנים לגרירה, לכיסוי המשושים המושחרים המסתירים את הרשת (ניתן להעתיק כל צורה ללא הגבלה). אפשר לסובב את הצורה על-ידי "תפיסת" הנקודה השחורה באחד מהקדקודים והזזתה בסיבוב בעזרת העכבר.



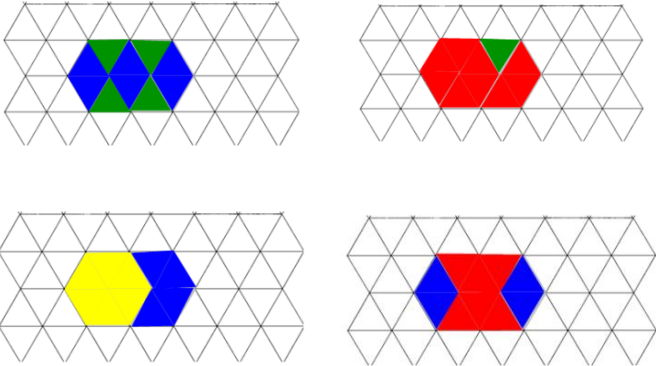
רעיונות מתמטיים:

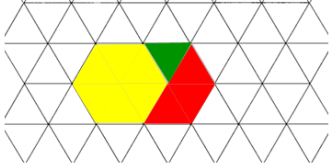
| ביטוי דידקטי של הרעיון בפעילות | הרעיונות המתמטיים בפעילות |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - את המצולע הנתון אפשר לכסות באופנים שונים, בין היתר במצולעים שונים. בכל מקרה, סכום שטחי המצולעים נשמר. - אם כל המצולעים בנויים מאוסף של אותה "צורת הבסיס", הוא משמש כיחידת השטח שבאמצעותה יימדד שטח המצולע. (בפעילות זו צורת הבסיס היא המשולש הירוק). - מספר יחידות השטח נשמר קבוע בכל דרך שבה מכסים את המצולע. - מכיסוי מצולע בעזרת מצולעים המורכבים מחלקים, אפשר להגיע לכיסוי מצולע זה ביחידות שטח בלבד. גם להיפך – אפשר להרכיב מיחידות שטח צורות שונות ולקבל כיסויים שונים לאותו המצולע. | <ul style="list-style-type: none"> - עקרון שימור השטח: בהרכבת צורה מחלקים, שטחה שווה לסכום שטחי החלקים. לשתי צורות המורכבות מאותו מספר חלקים זהים, יש שטחים שווים. - השוואת שטחים: אם צורה אחת מכסה צורה אחרת, שטחה לא קטן משטח הצורה המכוסה. - אם כל אחת משתי צורות מכוסה על-ידי אותו אוסף של צורות, שטחיהן של הצורות שווים. - יחידת שטח: אפשר לקבוע כל צורה כיחידת שטח מוסכמת. שטח של צורה הוא מספר היחידות המוסכמות המכסות את הצורה. |
| <ul style="list-style-type: none"> - אפשר להרכיב צורה מחלקים זהים ולפרק אותה בחזרה לאותם חלקים. | <ul style="list-style-type: none"> - הרכבה ופירוק לחלקים, של צורות גיאומטריות, הן פעולות הפוכות אחת לשנייה. לכן, כאשר מפרקים ומרכיבים את השטח של צורה מסוימת - השטח לא משתנה. |
| <ul style="list-style-type: none"> - דרך כיסוי של צורה בחלקים, או דרך מניית היחידות שמכסות את המצולע הנתון, היא דרך ייצוג שטחה כסכום של מחוברים טבעיים. - קיימות דרכים רבות למציאת מספר יחידות השטח המכסות את הצורה. בכל דרך שנמנה אותן, תוצאת המנייה נשמרת. - ניתן לייצג את שטח המצולע באמצעות תרגילי חיבור שונים. | <ul style="list-style-type: none"> - שימור כמות: שיטת הכיסוי של צורה על-ידי יחידות שטח, אינה משפיעה על כמות היחידות הבסיסיות הנדרשות לכיסוי. אפשר להציג את מספר החלקים הכולל כסכום, באופנים שונים. - לכל מספר טבעי (החל מ-3) קיימים קבוצות רבות של מספרים טבעיים שסכום איבריהן שווה למספר זה, או קיימות דרכים רבות להציג אותו כסכום מחוברים טבעיים. |

מהלך אפשרי של המפגש:

| נקודות לתשומת לב המורה | פעילויות למידה | משימות |
|---|--|---------------------------|
| <p>- כאשר מחלקים את דף הרשת חשוב לשוחח על המשושה ולברר עם הילדים מדוע הצורה המושחרת היא משושה? (מספר צלעות, מספר קודקודים). אפשר לשוחח גם על אורך הצלעות של המשושה, על צלעות שוות וצלעות שונות זו מזו במשושה.</p> <p>- המטרה בשלב הראשון היא פיתוח תחושת כמות. בשלב זה חשוב לעודד ניחוש ואומדן. בהמשך - המטרה היא לעודד בדיקת השערות על-ידי מנייה.</p> <p>- מטרת הפעילות היא לפתח את הרעיון של ארגון מחדש של מספר בהקשרים של שטח וראית אובייקט במישור מזוויות שונות. כמו כן, לקשר בין פעילות בגיאומטריה לפעילות חישובית.</p> <p>- על מנת להקל על ראיית החלקים השונים אפשר להשתמש בשיפוד עץ כחוצץ בין השורות או ה"טורים האלכסוניים".</p> | <p>1. המורה מציגה לתלמידים: א. דף רשת הבנוי ממשולשים שווי צלעות, שחלקם מכוסים על-ידי משושה. (נספח א'). ב. כמות של משולשים מתוך ערכת 'צורות הפלא'. התלמידים מתבקשים לשער כמה משולשים מוסתרים ע"י המשושה המושחר. במהלך העלאת ההשערות התלמידים מתבקשים להסביר איך חישוב כמה משולשים מוסתרים ע"י המשושה. לאחר השיחה על ההשערות התלמידים מתבקשים לבדוק את השערותיהם על ידי כיסוי המשושה במשולשים של צורות הפלא.</p> <p>2. התלמידים מתבקשים להציע אסטרטגיות שונות לחישוב מספר המשולשים המכסים את המשושה. כל הצעה תוצג גם בעזרת תרגיל. אסטרטגיות מצופות: א. על-ידי מנייה אחד אחד, או מנייה בזוגות. ב. על ידי חלוקת המשושה לשתי שורות, כשבכל שורה יש אותו מספר של משולשים. במקרה זה יכולים להתאים התרגילים הבאים: $5 + 5$ או 2×5</p> | <p>משימת פתיחה</p> |

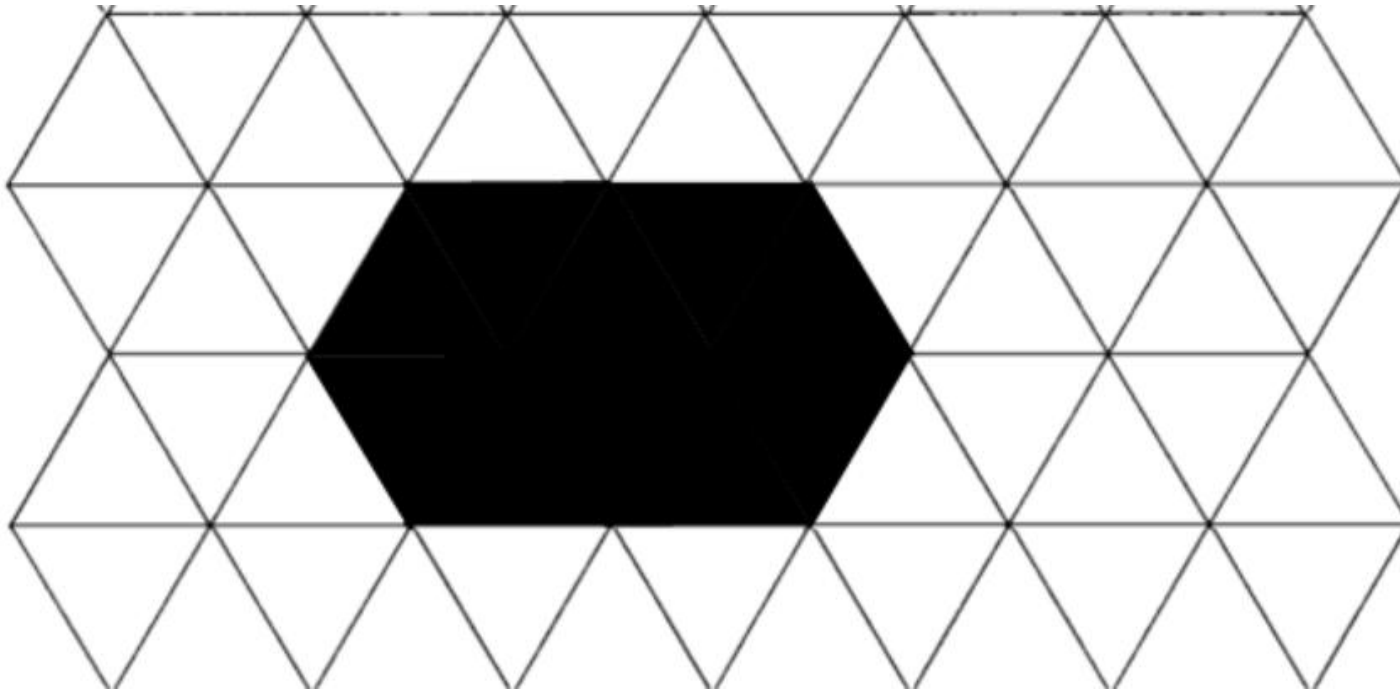
| נקודות לתשומת לב המורה | פעילויות למידה | משימות |
|--|--|---|
| | <p>ג. על-ידי חלוקת המשושה ל"טורים אלכסוניים" - לשלושה חלקים לא שווים. במקרה זה יתאים התרגיל: $10=3+4+3$.</p> <p>ד. כל חלוקה אחרת שיכולה להיות מבוטאת כתרגיל חיבור או כסכום של מכפלות ו/או מספרים.</p> | |
| <p>- כאשר מציגים לתלמידים את המצולעים מתוך צורות הפלא חשוב לשיים כל מצולע ולהזכיר את תכונותיו. (מספר צלעות, קודקודים, ותאור אינטואיטיבי של המצולע). בנוסף, חשוב לדון על השווה והשונה שבין המשושה הצהוב מצורות הפלא לבין המשושה המושחר שבדף. התלמידים יתנסו בעזרת כיסוי הצורות שבדף המצורף. ניתן גם לבקש מהתלמידים להראות את ההתנסויות שלהם על-ידי בניית הצורה על הדף המכיל מספר צורות מושחרות (נספח ב'), בכל פעם עם הרכב אחר של צורות הפלא. לשם כך נדרשת כמות גדולה יותר של צורות הפלא. לחילופין, ניתן לבקש מכל תלמיד לבנות על הדף שלו דגם שונה משל חברו ובדיון תיערך השוואה בין הדגמים שניבנו.</p> <p>- ניתן לבצע פעילות זו גם בעזרת אחד משני היישומונים: "צורות ללא סיבוב", "צורות עם אפשרות סיבוב". שתוכננו עבור פעילות זו.</p> <p>- ניתן לנמק גם על סמך יחסי ההמרה בין המצולעים. במקרה זה ערכו של כל מצולע ייקבע על פי מספר המשולשים הירוקים המכסים את המצולע. כך ערכו של המעוין יהיה- 2 , ערכו של הטרפז יהיה- 3 וכך</p> | <p>המורה מבקשת מהתלמידים לכסות את המשושה בעזרת המצולעים הבאים של 'צורות הפלא' (מעוינים, טרפזים ומשולשים), ולמצוא דרכים שונות לכסות את המשושה המושחר. למשל: לכסות רק עם מצולעים זהים, לכסות עם הכי פחות או עם הכי הרבה מצולעים, לכסות עם שני מצולעים שונים, עם שלושה מצולעים שונים, עם כל סוגי המצולעים.</p> <p>כל "כיסוי" ייוצג באמצעות תרגיל. דוגמאות לתשובות אפשריות:</p> <p>1. כיסוי עם מצולעים זהים:</p> <p>- ניתן לכסות את המשושה בעשרה משולשים, או בחמישה מעוינים. במקרה זה אפשר לכתוב תרגילי חיבור ולבדוק כיצד ניתן להמירם לתרגילי כפל, או לסכומים של מכפלות. לדוגמה:</p> $2+2+2+2+2=5 \times 2=10$ | <p>המשימה המרכזית של השיעור:</p> |

| נקודות לתשומת לב המורה | פעילויות למידה | משימות |
|------------------------|--|--------|
| הלאה. | <p>- לא ניתן לכסות את המשושה המושחר רק במשושים הצהובים, כי משושה אחד לא מספיק ושני משושים זה יותר מדי.</p> <p>- לא ניתן לכסות את המשושה המושחר רק בטרפזים כי שלושה טרפזים לא יספיקו וארבעה טרפזים זה יותר מידי. נימוקים אלה יכולים לבוא לידי ביטוי בתרגילים שבהם מיוצג ערכו של כל מצולע על-פי מספר המשולשים הירוקים המכסים אותו. לדוגמה, אם ננסה להסביר מדוע אי אפשר לכסות את המשושה המושחר רק במשושים צהובים, הרי שנצטרך להראות ששטח המשושה המושחר איננו כפולה של 6 (כי המשושה הצהוב "שווה" ל- 6)</p> <p>2. דוגמאות לכיסויים אפשריים עם שני סוגי מצולעים</p>  | |

| נקודות לתשומת לב המורה | פעילויות למידה | משימות |
|--|--|--------|
| <p>- חשוב לשים לב שבמקרה של בחירת מצולע אחד מכל סוג, סכום הערכים של כל המצולעים יהיה זוגי (12), אבל למרות שהוא זוגי הוא איננו מתאים לכיסוי המשושה. כלומר, תכונת הזוגיות איננה מבטיחה</p> | <p>- תרגילים אפשריים: ממשושה ושני מעוינים $(6+2+2)$, ומשני טרפזים ושני מעוינים $(3+3+2+2)$,</p> <p>- נשים לב שתמיד נקבל צרוף של מספרים שביחד נותנים מספר זוגי (10). לא ניתן לבנות מצרופים של משושה וטרפז (ללא עזרת המשולש) כי מתקבל מספר אי-זוגי.</p> <p>3. כיסויים עם שלושה מצולעים: - משושה אחד, טרפז אחד ומשולש אחד, או עם משושה אחד ושני מעוינים.</p> <p>4. דוגמה לכיסוי הצורה עם המספר הקטן ביותר של מצולעים:</p>  <p>לסיכום מומלץ לשאול האם ניתן לכסות את הצורה עם כל סוגי המצולעים בבת אחת? מדוע? יש להניח שבשלב זה יהיו ילדים שישתמשו בנימוק הנשען על תרגילים ויבינו שלא ניתן, כי אפילו אם לוקחים רק אחד</p> | |

| נקודות לתשומת לב המורה | פעילויות למידה | משימות |
|---|---|-------------------------|
| <p>יכולת כיסוי, כי יש הרבה מספרים זוגיים וכדי לכסות את המשושה יש צורך במספר זוגי מסוים (10).</p> | <p>מכל סוג זה מכסה יותר מ- 10 משולשים. $(12=1+2+3+6)$. ילדים אחרים עדיין ינסו לכסות ויחוו ברמה אינטואיטיבית שלא ניתן.</p> | |
| <p>- מטרת הדיון היא לסכם את עקרון שימור השטח ואת הרעיון שהשטח נקבע לפי מספר יחידות השטח שבו. - אין הבדל, בכל פעם שמכסים את כל הצורה זה יוצא אותו השטח.</p> | <p>1. האם זה משנה מאיזה סוגי מצולעים מכסים את הצורה המושחרת? האם תמיד הצורה מכוסה כולה? 2. אם רוצים לקחת כמות של חלקים כך שיכסו בדיוק את הצורה, איך יודעים כמה חלקים לקחת? במקרה זה מצופה התשובה הבאה: צריך לקחת חלקים שביחד שווים לכמות של 10 משולשים, אפשר עם כל הרכב של המספרים: 1, 2, 3 ו- 6 שנותן סכום 10.</p> | <p>דיון מסכם</p> |

נספח א' - רשת המשולשים (יש לשים לב שבהדפסה נשמר הגודל של המשולשים בהתאמה למשולשים של צורות הפלא)



נספח ב' - דף עם רשת משולשים ומספר צורות מושחרות

