

יצירת משולשים חדי זווית – מדריך למורה

רקע

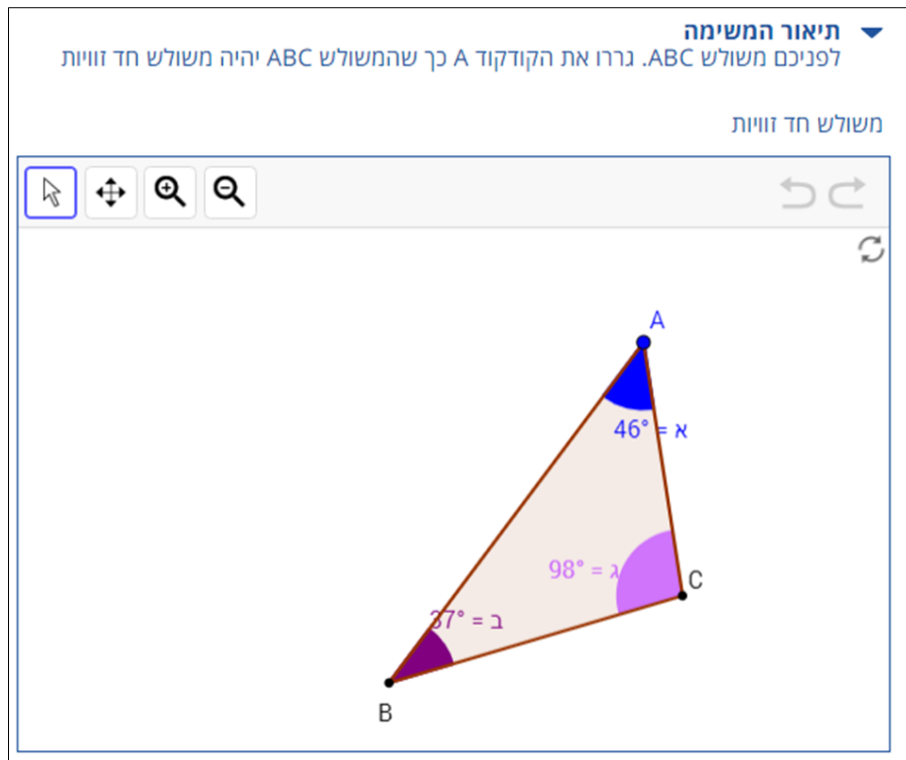
המשולש הינו מצולע הבנוי משלוש צלעות, שלושה קודקודים ושלוש זוויות, ומכאן שמו – משולש. סכום הזוויות הפנימיות במשולש בכל משולש, ללא תלות בצורתו, תמיד 180 מעלות. את המשולש ניתן לאפיין על-ידי זוויותיו או על-ידי צלעותיו.

במשימה זו אנו מתמקדים במשולשים חדי זוויות. משולש חדי-זווית הוא משולש בו כל הזוויות הינן חדות כלומר גודל כל זווית הינו פחות מ-90 מעלות. על פי תכנית הלימודים במתמטיקה, נושא מיון משולשים נלמד בכיתה ג' ואילך. התלמידים נחשפים לסוגי זוויות (חדות, ישרות, קהות ושטוחות) כמאפיין של מצולעים שונים. הם מתנסים בסרטוט, מדידה, מיון והשוואה של משולשים.

למידת הנושאים הללו מלווה באתגרים שונים. ראשית, לעיתים נוצר בלבול בין מושג הצלעות לזוויות. בנוסף, נושא זה מתבסס על ידע קודם של סוגי זוויות כיוון שעל מנת למיין משולשים לפי זוויות צריך לזהות את הזווית "המיוחדת" (ישרה / קהה) שעל פיה נקבע סוג המשולש או לחלופין לזהות שכל הזוויות הן חדות ולכן המשולש יהיה משולש חד זוויות.

היישומון

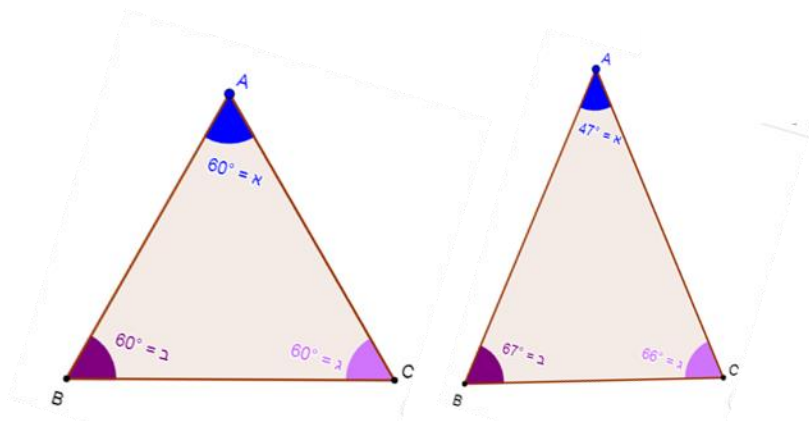
ביישומון [שבקישור](#) מוצג משולש ABC (איור 1). זוויות המשולש מסומנות בצבעים שונים ולידן מופיע מידת הזווית במעלות. הקודקודים B ו-C מקובעים ואינם ניתנים להזזה. ניתן להזיז רק את קודקוד A (מסומן בכחול) וליצור משולשים בגדלים וסוגים שונים.



איור 1: היישומון.

תיאור המשימה

על התלמיד לגרור את הקודקוד A וליצור משולשים חדי זוויות. במהלך הפעילות, התלמיד מתנסה ביצירת דוגמאות שונות למשולשים חדי זוויות, בזיהוי המאפיינים של משולשים אלו ובעריכת הכללה לגבי סוגי המשולשים השונים. נשים לב לכך שישנה תפיסת אבטיפוס עבור משולש חד זוויות (משולש שבו אחת הצלעות אופקית, איור 2), תפיסה זו לרוב מתבססת על תפיסה ויזואלית ("ככה נראה משולש חד זוויות") ללא התייחסות למאפיינים של משולש זה. יש לשים לב לכך שהיישומון אינו מאפשר לסרטט את האבטיפוס של המשולש חד הזוויות במטרה להרגיל את התלמידים לגמישות מחשבתית ולתפיסת מושגים ע"פ תכונות ולא ע"פ תפיסה ויזואלית. לאחר הגשת הדוגמאות שהציע, התלמיד יכול לבחון את מרחב התשובות שהשיב ביחס למרחב התשובות האפשריות.

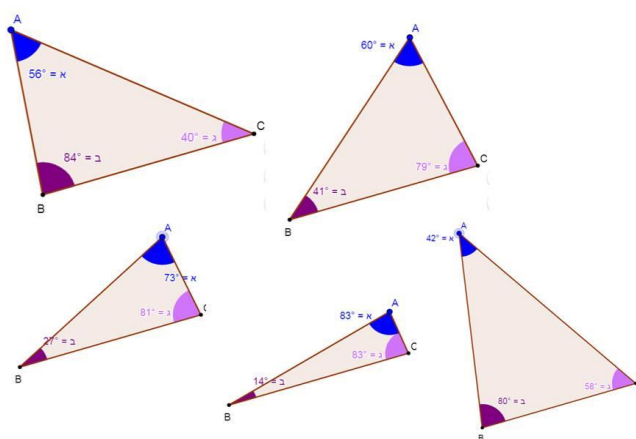


איור 2: דוגמה לאבטיפוס של משולש חד זוויות.

ביישומן אפשר ליצור מגוון רחב של משולשים חדי זוויות. יש למקד את הדיון בתכונות של משולשים אלה (כל הזוויות הינן זוויות חדות) ובכך יהיה ניתן להעשיר את מרחב הדוגמאות מעבר לדוגמאות האבטיפוס. כדי לעודד את הילדים להתנסות ביישומן ולעורר דיון בתכנים העולים ממנו, אפשר לשאול:

- האם קיימות תשובות אפשריות נוספות מעבר למשולשים שיצרתם?
- מה נחשב כתשובה נכונה? מה נחשב כתשובה לא נכונה?
- מה ניתן ללמוד על משולשים חדי זוויות?

להלן דוגמאות למשולשים חדי זוויות שניתן ליצור ביישומן (איור 3):



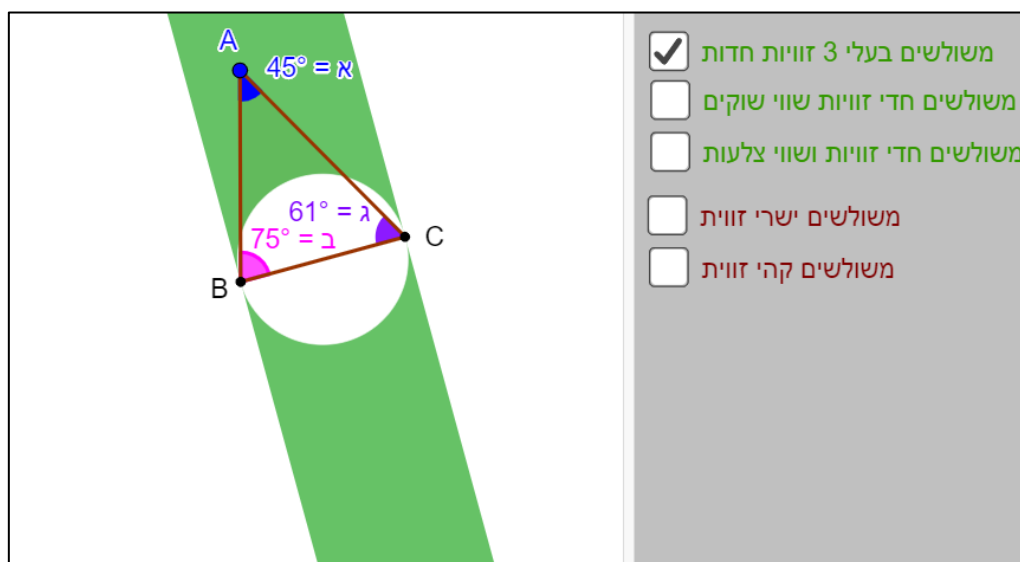
איור 3: דוגמאות למשולשים חדי זוויות.

הערכה

לאחר הגשת המשימה, התלמידים יכולים לערוך הערכה עצמית ולצפות בכלל התשובות שהשיבו בעזרת לחיצה על הלחצן "צפייה במשוב". התבוננות בתשובות אלו, בהכוונה מתאימה, יכולה לעודד את התלמיד לערוך הכללה ביחס למיון משולשים באופן כללי ולמשולשים חדי זוויות בפרט. כל נקודה כחולה במשוב מסמנת את המיקום אליו נגרר הקודקוד A במטרה ליצור משולש חד זוויות.

במצב זה, מופיעים בחלון הימני לחצני הבחירה הבאים:

- **משולשים בעלי שלוש זוויות חדות** - מאפשר לבדוק מהו האזור בו נוצרים משולשים חדי זוויות, בעלי שלוש זוויות חדות. אם גוררים את קודקוד A לאיזור זה, בהכרח יוצר משולש חד זוויות – כלומר זהו איזור התשובות הנכונות. איזור זה מסומן בצבע ירוק (איור 4).



איור 4: איזור המשולשים חדי הזוויות (מסומן בירוק).

- **משולשים חדי זווית ושווי שוקיים** – באיזור המשולשים חדי הזוויות, ישנו תת איזור מיוחד, ובו משולשים חדי זוויות שהם גם שווי שוקיים, כלומר: $AC=CB$ או $AB=AC$ או $BC=AB$ (האיזור מסומן בקו ירוק כהה, איור 5).

45° = α
61° = γ
75° = β

- משולשים בעלי 3 זוויות חדות
- משולשים חדי זוויות שווי שוקים
- משולשים חדי זוויות ושווי צלעות
- משולשים ישרי זווית
- משולשים קהי זווית

איור 5: איזור המשולשים חדי הזווית ושווי השוקיים (מסומן בירוק כהה).

- **משולשים חדי זווית ושווי צלעות** – באיזור המשולשים חדי הזוויות ושווי שוקיים שתי נקודות מיוחדות בהן המשולשים הם גם שווי צלעות (האיזור מסומן בעיגולים ירוקים, איור 6).

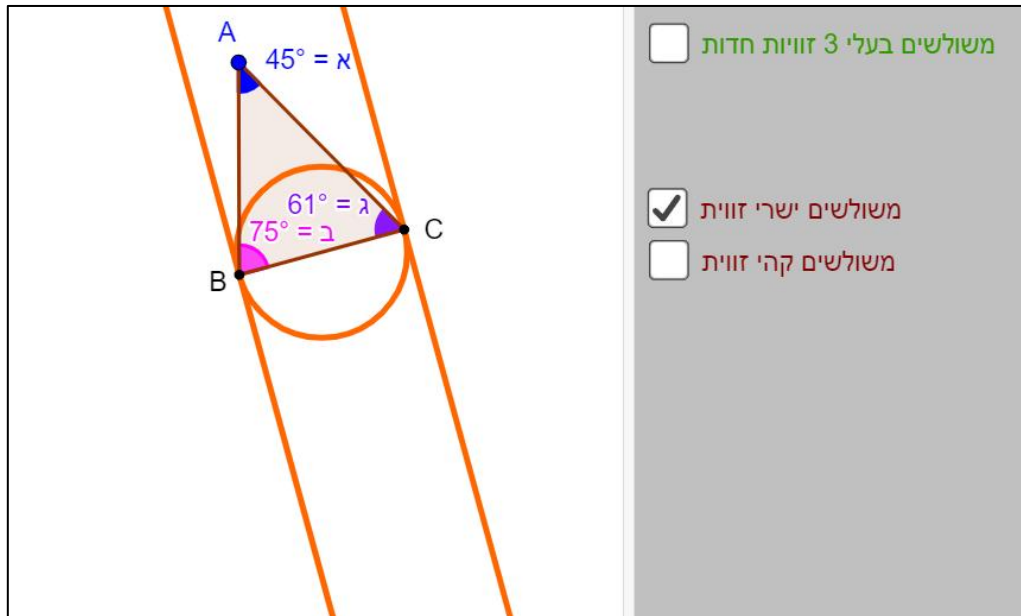
45° = α
61° = γ
75° = β

- משולשים בעלי 3 זוויות חדות
- משולשים חדי זוויות שווי שוקים
- משולשים חדי זוויות ושווי צלעות
- משולשים ישרי זווית
- משולשים קהי זווית

איור 6: איזור המשולשים חדי הזווית ושווי הצלעות (מסומן בירוק כהה).

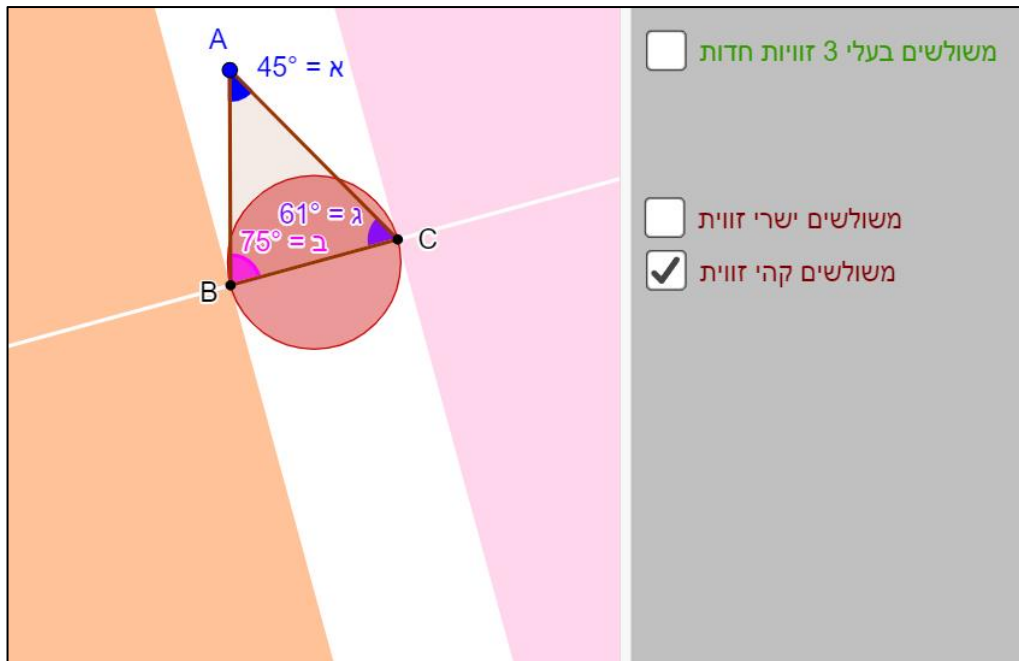
שני הלחצנים המסומנים באדום מאפשרים לבדוק מהם האזורים בהם התשובות אינן מתארות משולשים חדי זוויות (איורים 7 ו-8). אזורים אלו הם:

- משולשים ישרי זוויות** - מאפשר לבדוק מהם האזורים בהם המשולשים באזורים אלו אינם חדי זוויות, אלא ישרי זוויות. נשים לב לכך שאיזור זה מורכב משלושה איזורים: ישר ימני שבו הזווית הישרה היא הזווית ACB , מעגל שבו הזווית הישרה היא הזווית BAC וישר שמאלי שבו הזווית הישרה היא הזווית CBA (איור 7).



איור 7: איזור בו נוצרים משולשים ישרי זוויות (מסומן בכתום).

- משולשים קהי זוויות** - מאפשר לבדוק מהם האזורים בהם המשולשים באזורים אלו אינם חדי זוויות, אלא קהי זוויות. נשים לב לכך שאיזור זה מורכב משלושה איזורים: איזור ימני המסומן בורוד בהיר שבו משולשים בהם הזווית ג' קהה, איזור שמאלי המסומן בכתום שבו משולשים בהם הזווית ב' קהה, ואיזור מרכזי המסומן במעגל אדמדם, שבו משולשים בהם הזווית א' קהה (איור 8). הפס הלבן שמופיע באמצע מסמן את המקום בו המשולש הופך להיות "משולש מנוון", נראה כקו ישר ולכן אינו עונה על דרישות המשימה.



איור 8: איזור בו נוצרים משולשים קהי זווית.

הערכה עצמית של התלמיד

היישומון מאפשר לתלמיד להעריך את הידע האישי שלו, הן על ידי הצגת אזורי התשובות הנכונות והשגויות, והן על ידי הצגת כלל התשובות באופן מרוכז. השוואה בין אזורי התשובות ובין כלל התשובות שהגיש מאפשרת לתלמיד משוב עצמי והכוונה. הוא יכול להעריך את תשובותיו, לתקן אותן על פי הצורך ולהגיע להכללה לגבי הנושא הנלמד.

כדי לעודד את הילדים לערוך הערכה עצמית, אפשר לשאול:

- מה משותף לכלל המשולשים שיצרתם? מה מאפיין משולשים חדי זוויות?
- במידה והתשובות שהגשתם אינן נמצאות באזור התשובות העונות לתנאי השאלה, נסו להסביר מה משותף להן, ומדוע אינן מבטאות משולשים חדי זוויות?

מתוך התנסות באיזורי התשובות שאינם מתארים משולשים חדי זוויות התלמידים עשויים להבין שכאשר גוררים את קודקוד A לקווים המסומנים בצבע כתום תמיד יתקבל משולש ישר זווית (איור 7). באותו אופן כאשר גוררים את קודקוד A לשטח הצבוע בוורוד וכתום תמיד יתקבלו משולשים קהי זוויות (איור 8). יש לשים לב שכאשר מוצג המשוב לתלמיד ולמורה לא רואים את סרטוט המשולש עצמו אלא נקודה כחולה המסמנת את מיקומו של קודקוד A.

הערכה כוללנית של הכיתה על ידי המורה

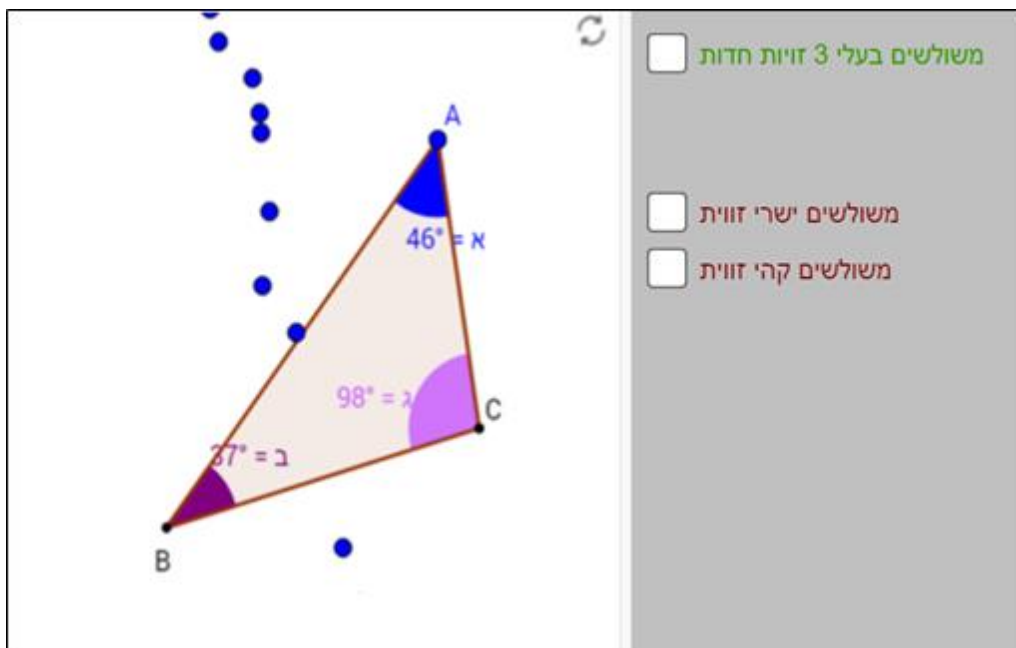
המורה יכול להעריך את תשובות התלמידים בשתי דרכים:

- הערכה יחידנית - הערכה של תלמיד יחיד על ידי המורה
- הערכה כיתתית – הערכה של כלל הכיתה

משימה זו מזמנת הגשת מספר רב של משולשים חדי זוויות ומתוכם המורה יכול ללמוד על תפיסת המושג "משולשים חדי זוויות" עבור תלמיד יחיד או עבור כל הכיתה.

הערכה יחידנית

אוסף התשובות של תלמיד יחיד מופיע כאוסף של נקודות כחולות. הצגת התשובות של תלמיד אחד מאפשרת למורה לזהות את התפיסות של התלמיד ולתמוך בו על פי הצורך. דוגמה להערכה יחידנית: לפניכם תשובות שהגיש תלמיד עבור משימה זו (איור 9).

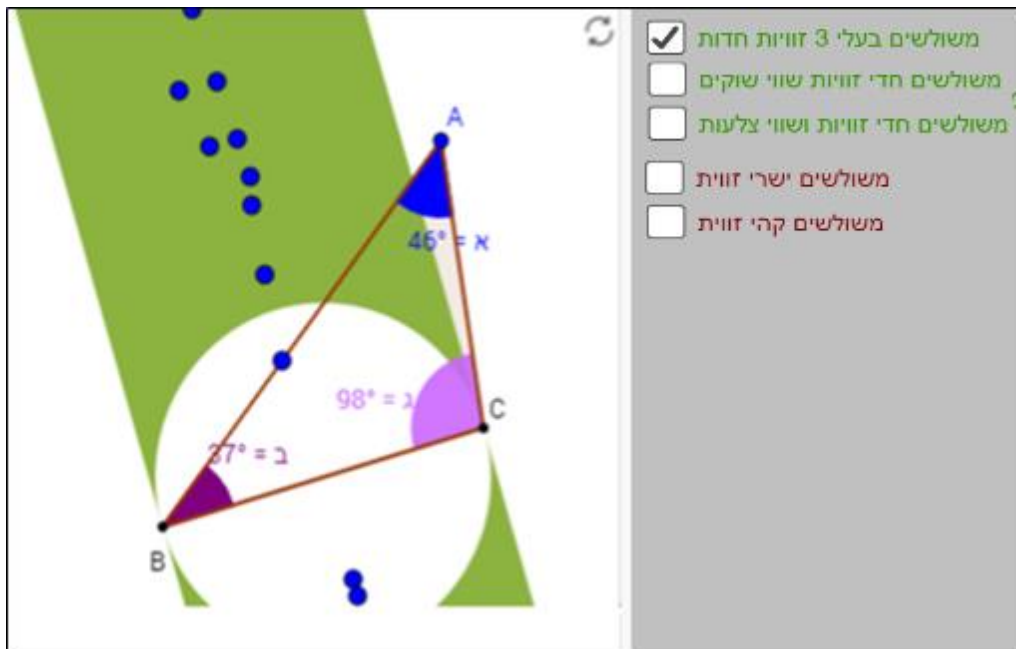


The image shows a screenshot of a digital learning environment. On the left, a triangle with vertices A, B, and C is displayed. The interior angles are labeled: angle A is 46° = א, angle B is 37° = ב, and angle C is 98° = ג. The triangle is shaded in light pink. To the right of the triangle is a list of three multiple-choice options, each with an unchecked checkbox:

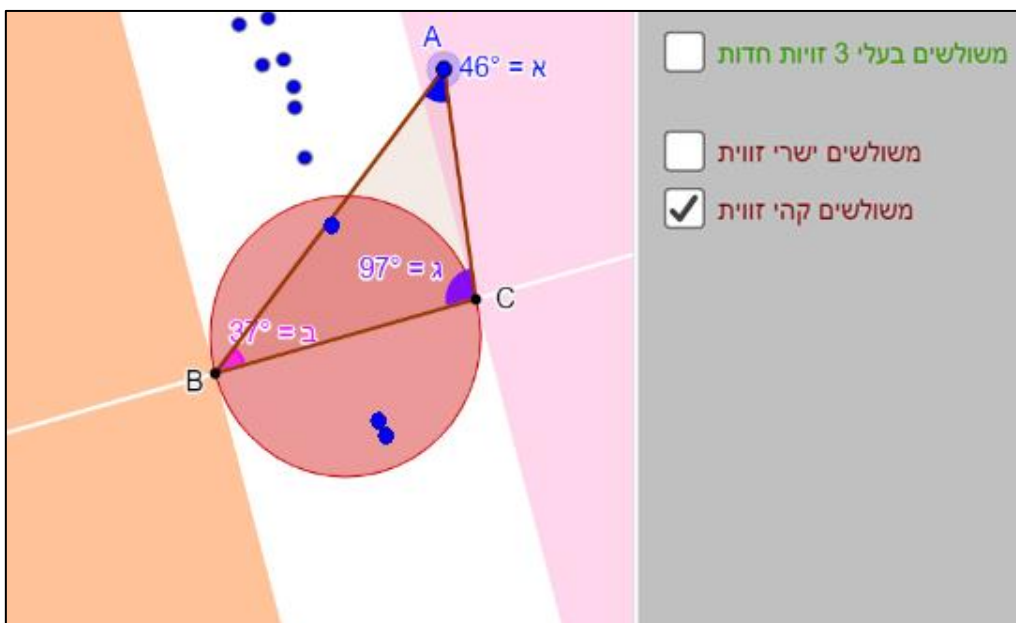
- משולשים בעלי 3 זוויות חדות
- משולשים ישרי זווית
- משולשים קהי זווית

איור 9: תשובות של תלמיד עבור המשימה.

בעזרת כפתורי הבדיקה נוכל להעריך את תשובות התלמיד. לחיצה על איזור המשולשים בעלי 3 הזוויות החדות, תציג את איזור זה. ניתן לראות שהתלמיד הגיש 8 משולשים חד זוויות (איור 10). בנוסף ניתן לראות שהתלמיד הגיש 3 משולשים קהי זווית (איור 11).



איור 10: איזור המשולשים חדי הזווית (מסומן בירוק).



איור 11: איזור הזוויות הקהות (מסומן בורוד, כתום ואדום).

כאשר רואים את מקבץ התשובות של התלמיד יחד ניתן לראות שהייתה לו מגמה מסויימת בהגשת התשובות. התלמיד גרר את קודקוד A כך שנוצרו לרוב משולשים חדי זוויות שהינם גם שווי שוקיים (ניתן לבדוק זאת בעזרת הלחצן – משולשים חדי זוויות ושווי שוקים), אך בנוסף למשולשים אלה בהמשך לאותה מגמה הגיש התלמיד גם משולשים קהה זווית שהינם שווי

שוקיים. דוגמאות אלה מתאימות לדוגמת האבטיפוס של משולש חד זוויות ויתכן שתלמיד זה תופס את המושג משולש חד זוויות כמשולש שבהכרח הוא גם שווה שוקיים.

הערכה כיתתית

הצגת כלל התשובות של תלמידי הכיתה במסך אחד מאפשרת למורה לקבל תמונה עדכנית על ידע התלמידים ועל מאפייני התפיסות השגויות שלהם. בהתאם למידע זה, מומלץ לערוך דיון כיתתי כדי לחדד סוגיות מעניינות שעלו בתשובות ולהתייחס לשגיאות אופייניות. כמו כן מידע זה מאפשר למורה לתכנן את המשך הלמידה של הנושא במהלך אותו שיעור או לאחריו. הדיון והתייחסות המורה לתשובות התלמידים הינם גורם חשוב בגיבוש נורמות כיתתיות בביצוע משימות אלו. כדי ליצור שטף של תשובות וגמישות מחשבתית יש לעודד את התלמידים להגיש תשובות מגוונות הכוללות מקרים מיוחדים ולא להסתפק בדוגמת האבטיפוס הרגילה.

סוגיות שניתן להתייחס אליהם בדיון הכיתתי:

1. דוגמאות רבות של משולשים חדי זוויות ושווה שוקיים.

במידה ואנו מזהים שרוב הדוגמאות של משולשים חדי זוויות הינם משולשים שהם גם שווה שוקיים כדאי להעלות את הנושא לדיון ולבקש מהתלמידים ליצור משולשים חד זוויות שאינם שווה שוקיים. להזכיר את המאפיינים של משולשים אלו.

2. דוגמאות רבות של משולשים שאינם חדי זוויות.

במידה ואנו מזהים דוגמאות רבות שגויות יתכן ויש לתת את הדגש על המאפיינים של משולש חד זוויות. בשונה ממשולש ישר זווית וקהה זווית שבהם קיימת רק זווית אחת ישרה או קהה, במשולש חד זוויות חובה שכל הזוויות תהיינה חדות ולא מספיק קיומה של זווית אחת חדה. דבר זה לעיתים גורם לבלבול בקרב תלמידים ועלול להתבטא בהגשת משולשים שאינם חדי זוויות.