

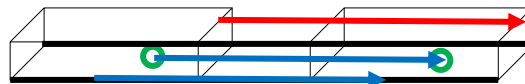
טרנספורמציות וסימטריה

ד"ר מריטה ברבש, מכללה אקדמית לחינוך, אחוזה

מונחון זה הוא השני מבין שלושה מונחונים, שעניינם: טרנספורמציות המישור

מונחון ב: הזזה ... הזזה

את ההזזה נוח להדגים באופן הבא: נתאר לעצמנו שאנחנו פותחים מגירה ובה – חפצים שונים. כל החפצים שבמגירה עוברים יחד אתה מסלולים שכולם מקבילים למסילות המגירה וכולם שווים באורכם:



החץ האדום שבשרטוט מצביע על המסלול של נקודה כלשהי על הדופן הקדמית של המגירה, והחצים הכחולים – על מסלולי נקודות אחרות של המגירה. החצים הכחולים מקבילים לחץ האדום ושווים לו באורכם.

במהלך טרנספורמצית ההזזה כל הנקודות של הצורה נעות באותו כיוון לאורך קטעים מקבילים, וכולן עוברות מסלול באותו אורך.

- נראה מספר דוגמאות של הזזה וגם דוגמאות של טרנספורמציות הדומות לה אך שאינן הזזה.

דוגמאות של הזזה

1. בדוגמה לעיל, כל הקטעים שהם מסלולי הנקודות שבמגירה ושל חפצים בתוכה, מקבילים למסילות המגירה ולכן כולם מקבילים ביניהם. כמוכן, כולם עוברים יחד עם המגירה את אותו המרחק - בהנחה, כמוכן, שהעצמים אינם זזים בתוך המגירה אלא רק יחד אתה.
2. דוגמה נוספת להזזה היא התנועה במעלית. שוב, אנחנו יוצאים מתוך הנחה שהעצמים במעלית לא זזים בתוכה אלא רק יחד אתה. אם המעלית עולה, למשל, מקומה ראשונה לקומה רביעית – כל העצמים בה נעים לאורך מסלול אנכי שאורכו – שלוש קומות.

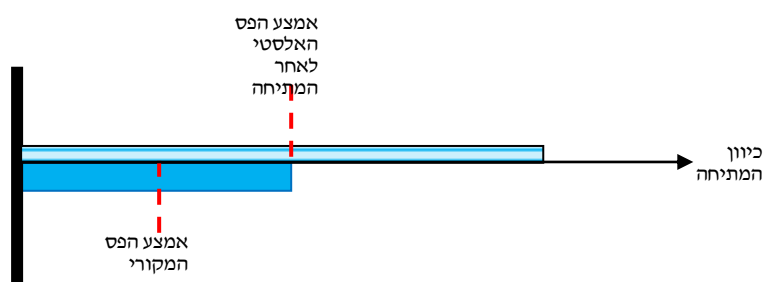
דוגמאות שאינן הזזה:

3. אם נסתכל של ספסלי ישיבה בגלגל ענק, נגלה שכולם זזים במסלול מעגלי, למרות שכל הספסלים שומרים על כיוון ישיבה אחד.



כל האנשים היושבים בספסלים אלה אכן עוברים אותו מסלול, אבל בניגוד להזזה, מסלול זה איננו קטע אלא מעגל. על כן, גלגל ענק הוא דוגמה של תנועה שבה הנקודות עוברות לא הזזה אלא טרנספורמציה אחרת – סיבוב, עליה נלמד מאוחר יותר.

4. נדמיין סרט אלסטי שמחובר בקצה אחד לקיר, ואפשר למתוח אותו בקצה השני. כתוצאה מהמתיחה הסרט יתארך, ומידת ההתארכות תלויה באיזו מקום של הסרט נבדוק אותה. אם, למשל, נבדוק קרוב לקצה המחובר לקיר – מידת ההתארכות תהיה קטנה יחסית, ואם נבדוק בקצה בו משכנו – היא תהיה הארוכה ביותר. בשרטוט, הפס בתכלת מייצג את הסרט לפני המתיחה, והפס המקווקו – אותו סרט לאחר מתיחת הפס באורך כפול מהמקורי. הקצה השמאלי של הסרט לא זז בכלל, הקצה הימני זז באורך השווה לאורך הסרט, בעוד שלמשל נקודת האמצע של הפס המקורי (אמצע הפס המקורי מסומן בקו אדום) זזה לאורך מסלול השווה בערך לכמחצית אורך הפס המקורי.



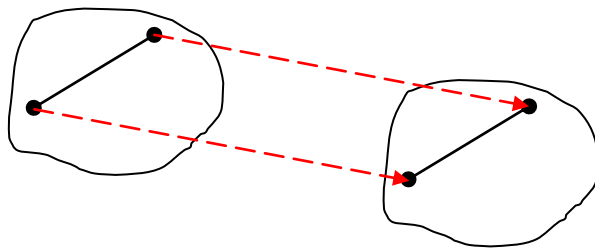
לסיכום, למרות שכל הנקודות של הפס האלסטי נעות לאורך קטעים המקבילים לכיוון המתיחה, כל נקודה עוברת מרחק שונה מנקודה אחרת ולכן טרנספורמציה כזאת איננה הזזה.

יתרה מזאת, זוהי דוגמה לטרנספורמציה שאיננה שומרת מרחק בין נקודות הצורה, כלומר, איננה טרנספורמציה איזומטרית. כדי לראות מדוע כך הדבר, נשים לב שבפס המקורי המרחק בין קצותיו קטן פי 2 מהמרחק בין הקצוות של הפס לאחר המתיחה. אפשר לטעון זאת במידה גדולה של דיוק לגבי כל שתי נקודות לאורך הפס: מרחק כל נקודה של הפס מהקיר גדל פי 2 כתוצאה מהמתיחה, כך שכל שתי נקודות היו קרובות יותר זו לזו לפני המתיחה, כך ההתארכות תהיה קטנה יותר. כמו כן, כתוצאה מהמתיחה, הפס נהיה גם צר יותר – כלומר, גם לרוחבו המרחקים בין הנקודות אינם נשמרים. למעשה, הם הופכים לקטנים יותר מאשר בפס המקורי.

• נחזור לטרנספורמציית ההזזה ונתייחס לשלוש התכונות הבסיסיות אליהן התייחסנו כאשר הכרנו את השיקוף:

- ❖ שימור או שינוי במרחקים בין נקודות הצורה.
- ❖ שינוי או שימור **מגמה**, כלומר, כיוון לאורך קווים;
- ❖ נקודות שבת.

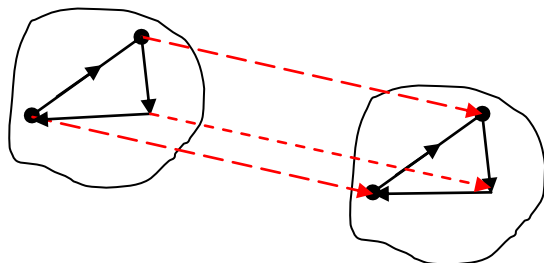
שימור מרחק בהזזה: נרצה לבדוק האם כתוצאה מהזזה השתנה המרחק בין שתי נקודות כלשהן.



ניקח שתי נקודות כלשהן של צורה ונעקוב אחר הקטע שמחבר ביניהן לפני ואחרי הזזת הצורה בכיוון ובאורך של החצים האדומים שבשרטוט:

היות שהקטעים האדומים מקבילים ושווים ביניהם, המרובע שנוצר הוא מקבילית, ולכן גם הקטעים המחברים את הנקודות לפני ואחרי ההזזה שווים זה לזה, כלומר, טרנספורמציית ההזזה שומרת על מרחק בין נקודות הצורה; היא טרנספורמציה איזומטרית.

שינוי או שימור מגמה:



אם נסתכל על אותה דוגמה שבעזרתה בחנו את שימור המרחק, נראה שכתוצאה מההזזה כיוון התנועה בין נקודות הצורה איננו משתנה; עובדה זו מומחשת על ידי החצים שחורים בין נקודות השייכות לצורה לפני ואחרי ההזזה. בשרטוט, בשתי הצורות:

לפני ואחרי ההזזה, תנועה זו מתרחשת בכיוון השעון. המחשה זו מביעה את שימור המגמה.

להזכירכם, בטרנספורמציות השיקוף, המגמה מתהפכת: אם בחרנו שלוש נקודות וסידרנו אותן בכיוון השעון, בצורה הסימטרית לצורתה המקורית שמכילה את הנקודות הללו ביחס לישר כלשהו. אותו סדר יהיה נגד כיוון השעון (ראו את הנקודות הצבעוניות [בפרק המוקדש לשיקוף](#)).

נקודות שבת: לפי התיאור של טרנספורמציות ההזזה, אין לה **נקודות שבת**: כל נקודה של צורה עוברת אותו מרחק ואין נקודות שאינן משנות את מיקומן.

לסיכום, נראה מספר דוגמאות של טרנספורמציות ההזזה:

בכל אחת מהדוגמאות, הצורה האדומה מתקבלת מהצורה הכחולה על ידי הזזה, כאשר החצים הכתומים מצביעים על הכיוון ועל הגודל של ההזזה:

