

שטח והיקף

הקדמה:

הפעילות מציגה קשרים בין היקף לשטח של מלבנים ומשולשים ע"י שרטוט וחישוב.
הפעילות מסתמכת על היישומון המופיע בקישור הבא:

<http://jangombert.com/>



Shape Up

היישומון

היישומון עוסק בבניית מלבן על-פי נתונים על השטח או על ההיקף, על ידי שינוי ממדי מלבן שהמחשב מציג בתוך מערכת צירים (נתון הרבע הראשון של מערכת הצירים). ניתן לשנות את ממדי המלבן ע"י גרירת העיגול הצהוב שמופיע על אחד מקדקודי המלבן. לאחר מספר התנסויות מוצלחות, היישומון נותן גם צורות אחרות כמו משולשים ועיגולים. **כהתחלה** - אנו ממליצים לפתוח את השיעור עם המחשה של הפעילות ביישומון בעזרת הקרנה על הלוח עם מחשב או באמצעות לוח חכם. המורה יפעיל את כל הכיתה להכרת הפעילות ולביצוע החקירה המתמטית ויברר עם התלמידים אילו אסטרטגיות מתאימות לביצוע הפעילות.

דוגמה לשיח מתמטי:

משורטט מלבן שמידותיו 4×4 וצריך לשנות אותו למלבן ששטחו 24 (יחידת השטח שווה לריבוע "קטן" אחד).

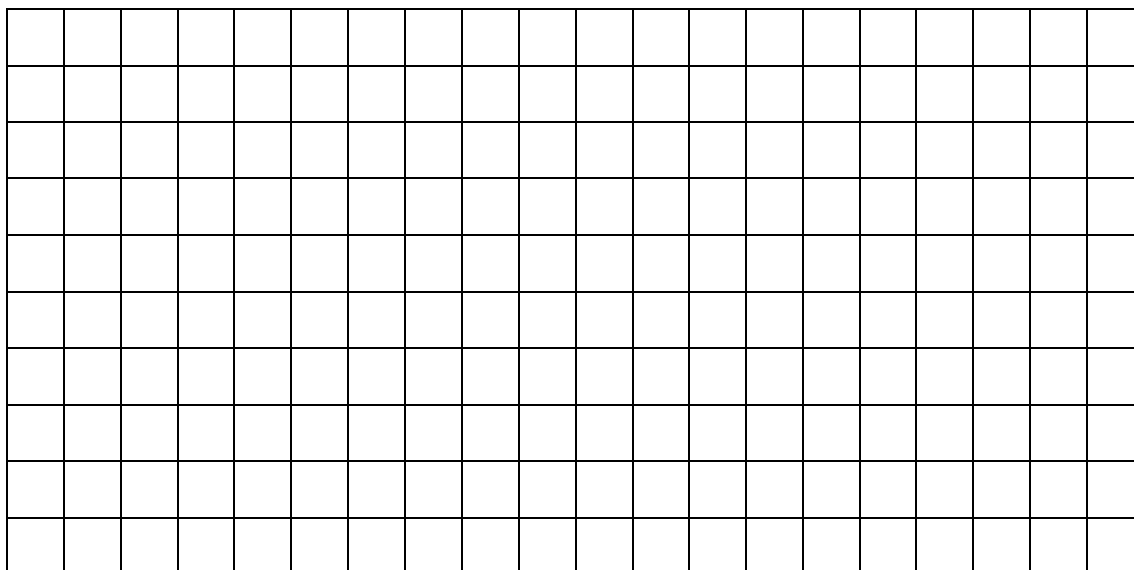
- מה צריך לעשות כדי לקבל מלבן ששטחו 24 יחידות שטח?
- איזה מלבנים נוספים ניתן לשרטט?
- כמה מלבנים שונים ניתן ליצור ששטחם 24 יחידות שטח (גם אם לא ניתן לצייר אותם על הרשת שביישומון)
- באיזו דרך עבדתם כדי לקבל את כל האפשרויות? (המימדים במספרים שלמים)

בהמשך, התלמידים יקבלו דפי פעילויות, יעבדו עליהם בזוגות, או בקבוצות ויפתחו אסטרטגיות לביצוע.

לסיים המורה תדון עם כל הכיתה באסטרטגיות שהעלו וביחד ינסו להגיע להכללה.

פעילות א' – מלבנים בעלי שטחים שווים

א. שרטטו שלושה מלבנים שונים, ששטחם 36 יחידות שטח ומידות הצלעות הם במספרים שלמים. (יחידת השטח היא ריבוע "קטן" אחד).



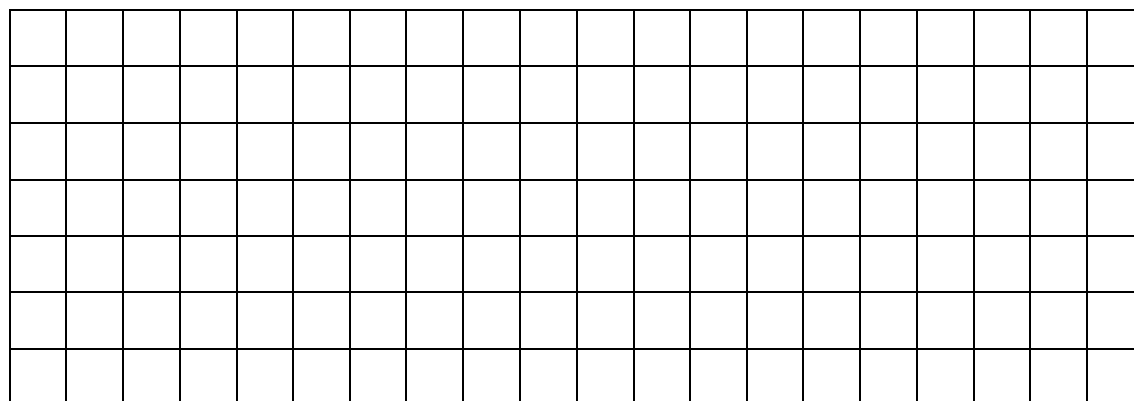
ב. חשבו את ההיקף של כל מלבן ששרטטתם, ורשמו אותו לידו.

ג. האם לכל המלבנים היה אותו היקף?

ד. לאיזה מהמלבנים ששרטטתם, היה ההיקף הקטן ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

ה. השווו תשובתכם עם המלבנים ששרטטו חברים נוספים. האם תשובתכם לסעיף ד השתנתה?

ו. חזרו על אותו תהליך כאשר שטח המלבנים הוא 16 יחידות שטח (שרטטו ורשמו את ההיקף)



ז. האם לכל המלבנים היה אותו היקף?

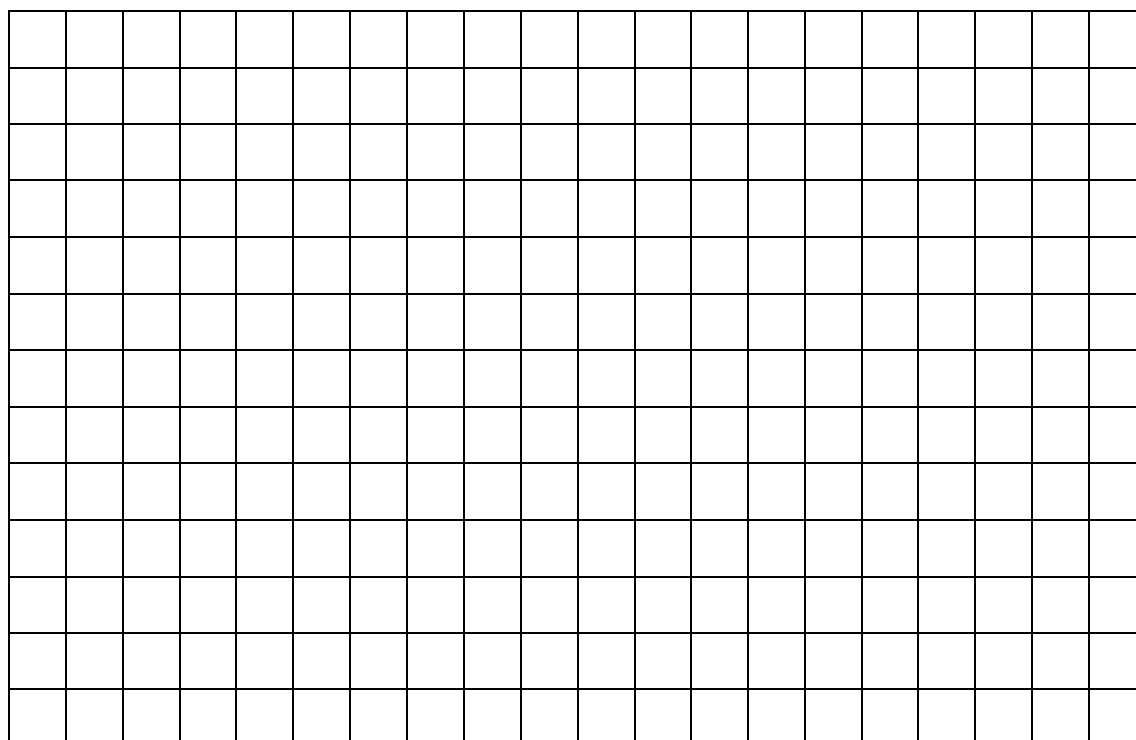
ח. לאיזה מלבן היה ההיקף הקטן ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

ט. אם היינו מבצעים אותו תהליך על מלבן ששטחו 25 יחידות שטח. מה תהיינה מידות המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר?

י. נסחו מסקנה המתייחסת לקשר בין מלבנים בעלי אותו השטח לבין ההיקף שלהם.

פעילות ב' – מלבנים בעלי היקפים שווים

א. שרטטו חמישה מלבנים שונים, שהיקפם 20 יחידות אורך, כאשר מידות צלעותיהם מספרים שלמים. (יחידת אורך אחת היא אורך צלע של ריבוע "קטן" אחד —)

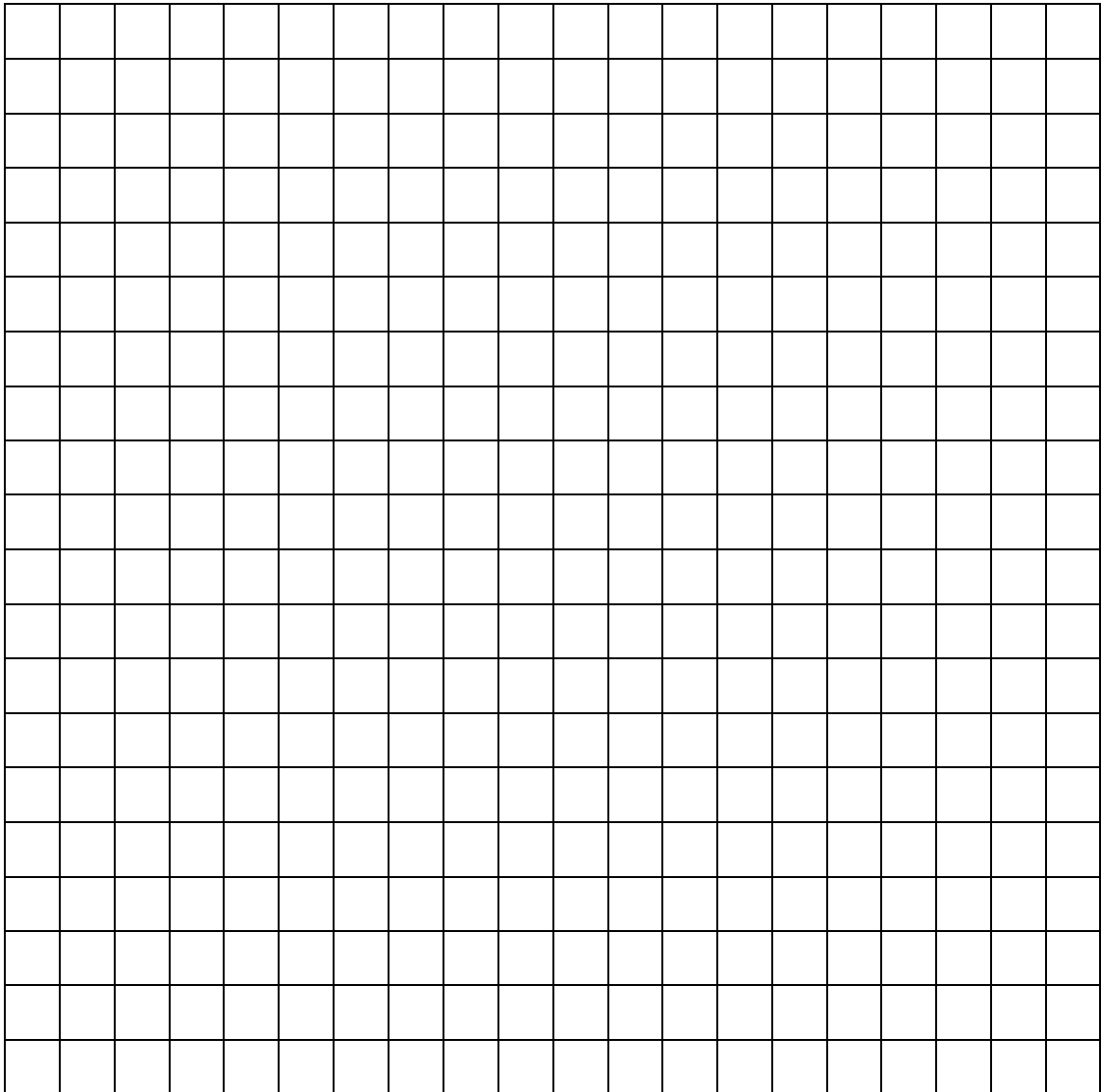


ב. האם עבדתם לפי אסטרטגיה (דרך) מסוימת כדי למצוא את אורכי הצלעות? תארו את דרך עבודתכם.

ג. חשבו את שטחו של כל מלבן ששירטטתם, ורשמו אותו בתוך המלבן.

ד. לאיזה מלבן היה השטח הגדול ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

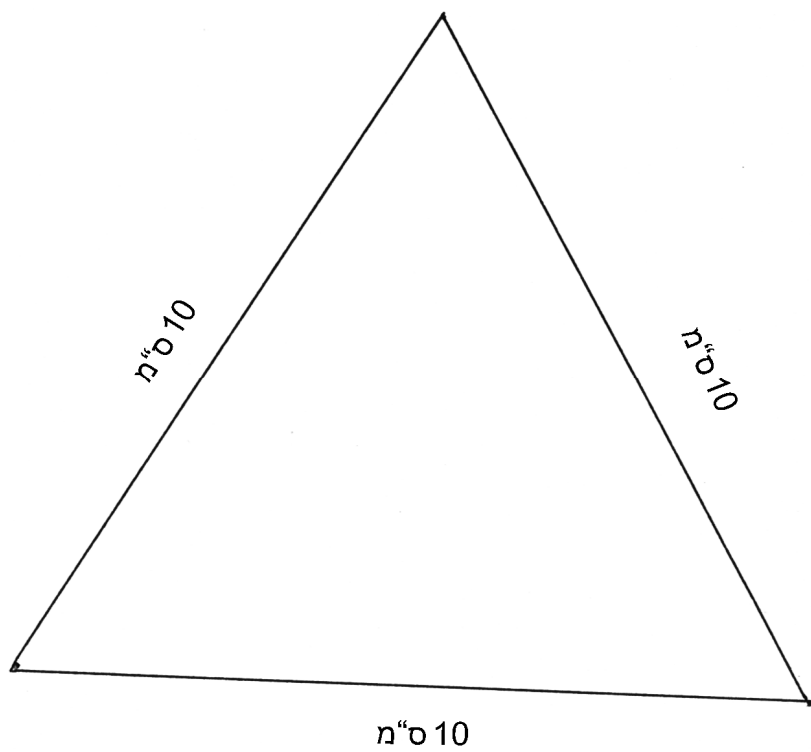
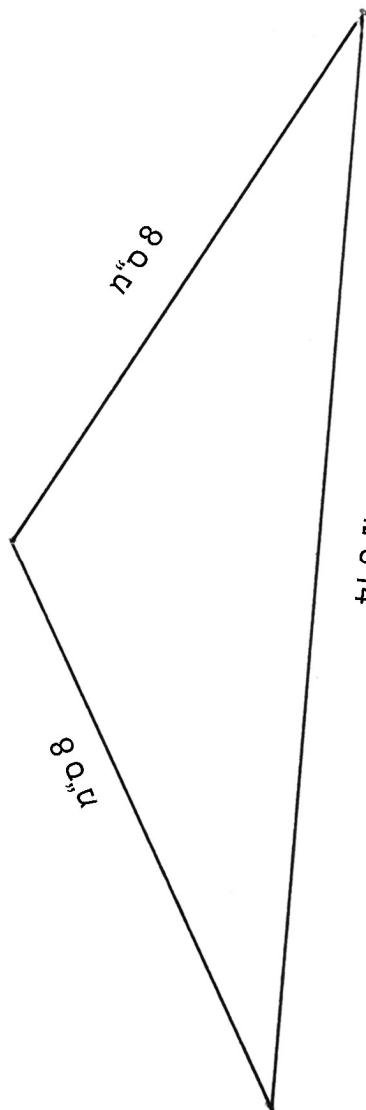
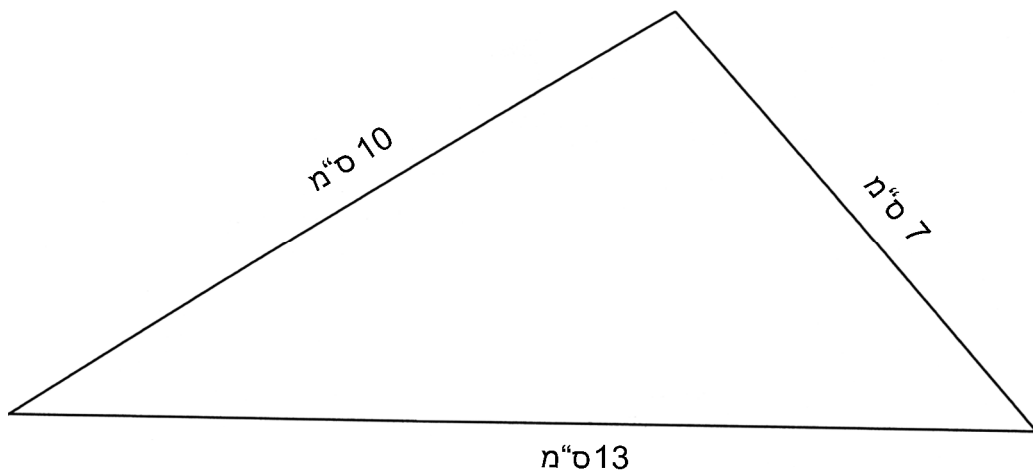
ה. חזרו על אותו תהליך כאשר היקף כל המלבנים הוא 28 יחידות אורך.

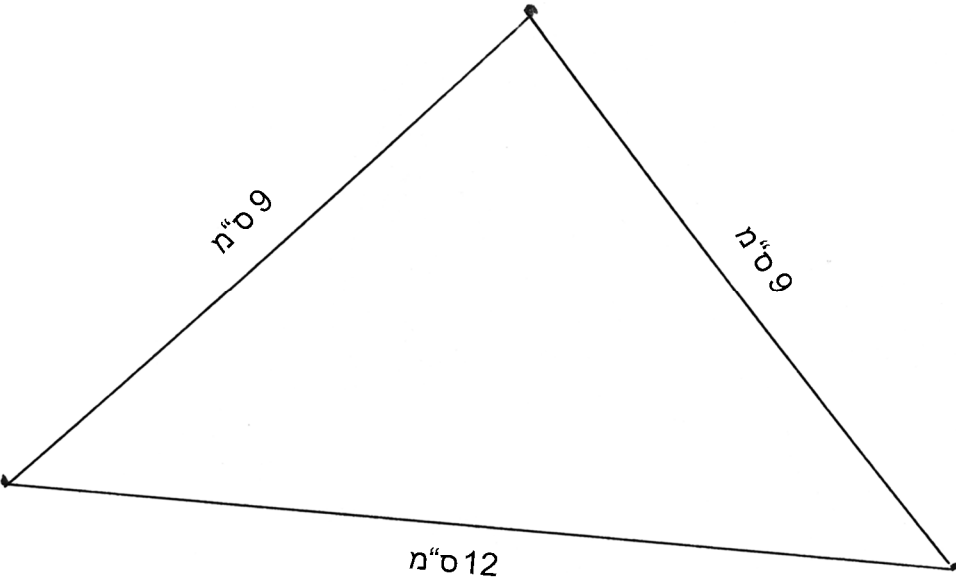


ו. חשבו שטח כל מלבן ששרטטתם, ורשמו אותו בתוך המלבן.
ז. לאיזה מלבן היה השטח הגדול ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

ח. ומה אם... במקום מלבן יהיו משולשים בעלי אותו היקף?
שערו מה מאפיין את המשולשים בעלי השטח הגדול ביותר.

ט. היעזרו בשרטוטים הבאים כדי לבחון את השערתכם.





הארות למורה:

הפעילות מתאימה לכתות ד'-ו'.

המיומנויות המתמטיות בהם יעסקו התלמידים בפעילויות אלה:

- חישובי היקף ושטח מלבן
- חישובי שטח משולש תוך שימוש בנוסחת שטח משולש
- פעולות כפל במספרים טבעיים ובמספרים עשרוניים
- שרטוט מלבנים
- שרטוט גבהים במשולשים

מיומנויות החשיבה בפעילויות אלה :

- מגוון אסטרטגיות לחישוב מידות מלבנים (מידות אורך שונות לשטח זהה, ומידות שטח שונות להיקפים זהים)
- התמודדות עם מגוון תשובות אפשריות לבעיה נתונה
- יכולת להסיק מסקנות ולנסח כלל המתייחס לקשרים בין היקף ושטח מלבנים
- יכולת להקיש מפעילות המלבנים ולהעלות השערה המתייחסת לקשרים בין היקף ושטח במשולשים
- תהליך אימות השערה באמצעות חישובים קונקרטיים
- הרחבת הכלל הנוגע להתנסות קונקרטית עם המלבנים, למשולשים שווים צלעות ואולי אף לכלל המצולעים המשוכללים (למשל, מחומשים בעלי היקף זהה...).

פעילות א- מלבנים שונים בעלי שטח זהה

סעיפים א, ב, ג

- א. שרטוט שלושה מלבנים שונים, ששטחם 36 יחידות שטח ומידות הצלעות הם במספרים שלמים. (יחידת השטח היא שטח של ריבוע "קטן" אחד).
- ב. חשבו את ההיקף של כל מלבן ששרטטתם, ורשמו אותו לידו
- ג. האם לכל המלבנים היה אותו היקף?

ניתן לשרטט מלבנים שונים ששטחם 36 יחידות שטח ושמידות הצלעות במספרים שלמים (הבחירה ב- 36 יחידות שטח, על מנת לאפשר שרטוט ריבוע תוך שימוש במספרים שלמים). חשוב שהתלמידים ידונו בדרכים למציאת מידות אלו ושיוודאו שאין יותר מחמישה מלבנים ששטחם 36 יחידות שטח ומידות הצלעות במספרים שלמים. חשוב לדון עם התלמידים שיש אינסוף מלבנים ששטחם 36 יחידות שטח אם המידות לא תהיינה מוגבלות למספרים שלמים.

המידות של מלבנים אלו הם:

השטח	מידות המלבן במספרים שלמים	היקף המלבן ביחידות אורך יחידת האורך שווה לאורך צלע הריבוע מריבועי הרשת
36	36×1	74
36	18×2	40
36	12×3	30
36	9×4	26
36	6×6	24

סעיפים ד, ה

ד. לאיזה מהמלבנים ששרטטת, היה ההיקף הקטן ביותר? מה מאפיין מלבן זה?
ה. השוו תשובתכם עם המלבנים ששרטטו חברים נוספים. האם תשובתכם לסעיף ד השתנתה?

רואים שהריבוע הוא המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר. אם התלמידים כבר למדו שברים אפשר לקחת עוד מידות של מלבנים ששטחם 36 יחידות, כדי לוודא שלא יהיה מלבן שהיקפו יותר קטן מ- 24 יחידות אורך. דוגמאות:

מלבן שמידותיו: 7 יחידות אורך, $5\frac{1}{7}$ ($36/7$) יחידות אורך, היקפו בערך 24.29 יחידות

אורך (גדול מ- 24).

מלבן שמידותיו: 5 יחידות אורך ו- 7.2 יחידות אורך, היקפו: 24.4 יחידות אורך (יותר מ- 24).

מלבן שמידותיו 0.5 יחידות אורך ו- 72 יחידות אורך, היקפו: 145 יחידות אורך.

סעיפים ו, ז, ח

ו. חזרו על אותו תהליך כאשר שטח המלבנים הוא 16 יחידות שטח (שרטטו ורשמו את ההיקף)

ז. האם לכל המלבנים היה אותו היקף?

ח. לאיזה מלבן היה ההיקף הקטן ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

השטח	מידות המלבנים במספרים שלמים	היקף המלבן ביחידות אורך יחידת האורך שווה לאורך צלע הריבוע של הרשת
16	16×1	34
16	8×2	20
16	4×4	16

ניתן לראות שהריבוע שמידותיו 4×4 , הוא המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר (16 יחידות אורך). אפשר לנסות לחשב היקפים של מלבנים ששטחם 16 יחידות אך מידות צלעותיהם אינן מספרים שלמים, לדוגמה: מלבן ששטחו 16 יחידות שטח ומידותיו 5 יחידות אורך ו- 3.2 יחידות אורך, היקפו 16.4 יחידות אורך (יותר מ- 16 יחידות אורך).

סעיף ט

ט. אם היינו מבצעים אותו תהליך על מלבן ששטחו 25 יחידות שטח. מה תהיינה מידות המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר?

המלבן ששטחו 25 ובעל ההיקף הקטן ביותר הוא הריבוע שמידותיו 5×5 . ניתן להעלות לדין אפשרות למידות שטח שאינן מאפשרות שרטוט ריבוע ביחידות של מספרים שלמים, לדוגמה: מלבן ששיטחו 30 יחידות שטח. לאיזה מלבן יהיה ההיקף הקטן ביותר? מומלץ לבדוק גם מידות במספרים שלמים וגם מידות בשברים. רצוי לבחור מידות עם מספרים, המתקרבים לשורש ריבועי של 30 שהוא בערך 5.48, כדי לחוש את ההתקרבות למידות הריבוע. אפשר להיעזר במחשבון. והמסקנה, מבין מלבנים בעלי אותו שטח, ככל שמידות המלבן תשאפנה למידות ריבוע, כן יהיה היקפו קטן יותר.

סעיף י

י. נסחו מסקנה המתייחסת לקשר בין מלבנים בעלי אותו השטח לבין ההיקף שלהם. ניתן להסיק ש: מבין כל המלבנים בעלי אותו שטח, הריבוע הוא המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר.

פעילות ב – מלבנים שונים בעלי אותו היקף

סעיפים א-ו

- א. שרטטו חמישה מלבנים שונים, שהיקפם 20 יחידות אורך, כאשר מידות צלעותיהם מספרים שלמים. (יחידת אורך אחת היא אורך צלע של ריבוע "קטן" אחד)
- ב. האם עבדתם לפי אסטרטגיה (דרך) מסוימת כדי למצוא את אורכי הצלעות? תארו את דרך עבודתכם.
- ג. חשבו את שטחו של כל מלבן ששרטטתם, ורשמו אותו בתוך המלבן.
- ד. איזה מלבן היה השטח הגדול ביותר? מה מאפיין מלבן זה?
- ה. חזרו על אותו תהליך כאשר היקף כל המלבנים הוא 28 יחידות אורך.
- ו. חשבו שטח כל מלבן ששרטטתם, ורשמו אותו בתוך המלבן.

חשוב לדון בדרך בה התלמידים מוצאים את מידות המלבנים, אחת הדרכים היא לחפש שני מספרים שסכומם שווה למחצית ההיקף.

<u>השטח</u>	<u>מידות המלבן</u>	<u>היקף המלבן</u>
יחידת השטח שווה לשטח של ריבוע אחד הריבועי הרשת	במספרים שלמים	ביחידות אורך יחידת האורך שווה לאורך צלע הריבוע של הרשת
9	9×1	20
16	8×2	20
21	7×3	20
24	6×4	20
25	5×5	20

סעיף ז

ז. לאיזה מלבן היה השטח הגדול ביותר? מה מאפיין מלבן זה?

ניתן להסיק ש: מבין כל המלבנים בעלי אותו היקף, הריבוע הוא המלבן בעל השטח הגדול ביותר.

סעיף ח

ח. ומה אם..... במקום מלבן יהיו משולשים בעלי אותו היקף?

שערו מה מאפיין את המשולשים בעלי השטח הגדול ביותר.

מההתנסות הקודמת, ניתן לשער כי, מבין כל המשולשים בעלי אותו היקף, המשולש שווה הצלעות בעל השטח הגדול ביותר.

סעיף ט

ט. היעזרו בשרטוטים הבאים כדי לבחון את השערתכם.

בסעיף זה הילדים אמורים לאמת או לסתור את השערותיהם זו ע"י שרטוט ומדידה. מאחר שללא שימוש במחוגה, לא קל לשרטט משולשים שונים בעלי אותו היקף, מצורפים שרטוטים של משולשים שהיקפם 30 ס"מ והתלמידים אמורים להוריד גובה לאחת הצלעות ולחשב את השטח של כל משולש, כדי לבחון את השערתם.