

מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10

הצעה לדרך ההפעלה:

1. פתיחה- עבודה על סעיף 1 .

מומלץ להציג את סעיף 1 כמשימת פתיחה לפני חלוקת המשימות לתלמידים. בשלב זה חשוב לבדוק אם המושגים " מספרים עוקבים " ו" כפולה של 10 " ברורים לתלמידים. התלמידים ינסו למצוא דוגמאות לשני מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10. את התלמידים הנוקטים באסטרטגיה של ניסוי וטעייה חשוב לכוון לעבודה שיטתית. כלומר, לבדוק זוגות של מספרים לפי הסדר כמו: $1+2$, $2+3$, $3+4$, וכך הלאה. חשוב בשלב זה גם להדגיש שעל פי ההוראה " נסו למצוא..." ניתן להסיק שיתכן וימצאו מספרים שיענו על הדרישות ויתכן שלא יימצאו. לאחר מספר ניסיונות חשוב שהתלמידים ינסו להבין מדוע אינם מצליחים למצוא זוגות של מספרים וגם יבינו את החשיבות בחשיבה על הסיבה- כי הרי אי-אפשר לבדוק את כל הזוגות בתחום אין-סופי של מספרים. לאחר ההתנסות חשוב לדון עם התלמידים בכל הנקודות שהועלו לעיל.

2. חקירת המשימה

לאחר שהרעיון הובהר בסעיף 1, חשוב לאפשר לתלמידים לחקור באופן חופשי את המשך המשימה. החקירה יכולה להתבצע בעבודה יחידנית או בקבוצות. חשוב שהתלמידים יתעדו את הניסיונות שלהם וגם יכתבו את ההשערות והרעיונות העולים בשלבי העבודה. בשלבים המתקדמים יותר של החקירה, התלמידים יתכננו את שלבי החקירה בעצמם. אין הכרח שיעבדו דווקא לפי הסדר המופיע במשימה. במהלך החקירה מומלץ שהמורה יהיה שותף לדיונים, יכוון לאיסוף מספר דוגמאות בכל סעיף, יעזור לתלמידים להציג אחד לשני דרכים שונות של תיעוד, איסוף וריכוז הנתונים כך שייסיעו ביד התלמידים להגיע להכללות. מומלץ מאד לאפשר בזמן החקירה מסגרת עבודה חופשית בה יוכלו התלמידים לקיים שיחות חופשיות ביניהם. לחקירת המשימה דרוש זמן רב (2-3 שיעורים לפחות).

3. סיכום

תלמידים שונים יגיעו לביצוע חלקים שונים של המשימה ולרמות שונות של הכללות. חשוב לערוך סיכום לכל קבוצה כשהסיכום מותאם לנתונים שהתלמידים אספו ולמסקנות שהסיקו. לכן, הסיכום יכול להיערך במליאה או בקבוצות בהתאם לשלב ההתקדמות של כל קבוצת תלמידים. חשוב שהסיכום בכל קבוצה יהיה מבוסס על תיעוד התלמידים. לשם כך, מומלץ שהמורה יכיר לפני הסיכום, את דרכי העבודה והחקירה ולכן יש לבקש מהתלמידים דיווח ותיעוד של עבודתם.

4. ניתוח משימה 21 : מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10

1. סכום שני מספרים עוקבים הוא תמיד מספר אי-זוגי, וכפולה של 10 היא מספר זוגי. לכן, אי-אפשר למצוא שני מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10.

2. באמצעות ניסוי וטעייה יש להניח שהתלמידים ימצאו את שלישיות המספרים: 9, 10, 11. או: 19, 20, 21. מכאן יוכלו להכליל שכל שלשת מספרים עוקבים שהאמצעי הוא כפולה של 10, תענה על הדרישה. הנימוק יתבסס על כך שחיבור ספרות היחידות של שני המספרים האחרים (הקטן ביותר והגדול ביותר) הוא כפולה של 10.

מהכללה זו ניתן להציג אין סוף שלשות של מספרים העונות על התנאי וגם לחשב בעילות ובמהירות את סכום שלושת המספרים בדרך המוצגת בדוגמה באה: 29, 30, 31

$$20+30+10=60$$

$$60+30=90$$

חשוב לזכור שאין צורך לחשב את סכום המספרים המדויק, כדי לענות על התנאים ודי בהבנה שהסכום שיתקבל יהיה כפולה של 10.

3. באמצעות ניסוי וטעייה יבחינו התלמידים שרביעיות המספרים 1,2,3,4 ו- 6,7,8,9 עונות על התנאים. גם הפעם ניתן להרחיב ולהכליל לכל רביעיית מספרים שספרות היחידות שלהם הם: 1,2,3,4 או 6,7,8,9.

הפעם, החישוב לא יתבסס על קיבוץ מספרים שסכומם כפולה של 10 אלא על קיבוץ שני מספרים לשני סכומים שספרות היחידות שלהם היא 5. לדוגמה: 21, 22, 23, 24

$$21 + 24 = 45$$

$$22+ 23 = 45$$

$$45 + 45 = 90$$

או ברביעית המספרים הבאה: 26, 27, 28, 29

$$26 + 29 = 55$$

$$27+ 28 = 55$$

$$55 + 55 = 110$$

גם כאן חשוב לזכור שאין צורך לחשב את סכום המספרים המדויק, כדי לענות על התנאים ודי בהבנה שהסכום שיתקבל יהיה כפולה של 10.

4. באמצעות ניסוי וטעייה יגלו התלמידים שאחת מהסדרות העונות על התנאי היא: 8,9,10,11,12. את הסדרה מקבלים כשמציבים את 10 כמספר האמצעי בסדרה, ומשני צדדיו מספרים שניתן לקבץ לזוגות שסכומם הוא כפולה של 10.

משימה 21 – מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10

ק.ד.מ.

דצמבר 2004

בשלב זה, ניתן לשער שאת התנאי תקיים כל קבוצת מספרים שבה מספר אי-זוגי של מספרים עוקבים- זוגות של מספרים שסכומם כפולה של 10 והמספר האמצעי שגם הוא כפולה של 10. השערה זו חשוב לבדוק בעזרת דוגמאות.

ממקרה זה ניתן להסיק שאפשר יהיה למצוא לכל מספר אי-זוגי של מספרים עוקבים סדרה של מספרים שסכומם כפולה של 10. לכן, החקירה בהמשך תצומצם למספר זוגי של מספרים עוקבים.

במקרה של חמישה מספרים עוקבים יש גם סדרות אחרות העונות על התנאים. למשל, 4, 5, 6, 7, 8. בבדיקת מקרים נוספים אפשר לראות שכל סדרה של חמישה מספרים עוקבים שהמספר הקטן ביותר הוא מספר זוגי- תענה על הדרישות.

ניתוח אלגברי (למורים)

כל סדרה של מספרים עוקבים ניתן להציג כך :

$$a, a+1, a+2, a+3, a+4, \dots$$

1. סכום של שני מספרים עוקבים יהיה תמיד: $2a + 1$, כלומר מספר אי-זוגי שאיננו יכול להיות כפולה של 10.

2. סכום של שלושה מספרים עוקבים יהיה: $a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3$

כדי שתתקבל כפולה של 10 צריך להתקיים השוויון: $3a + 3 = \underline{\quad} 0$

$$3a = \underline{\quad} 7$$

כלומר, יש למצוא כפולה של 3 שספרת היחידות שלה היא 7. כפולה כזו תתקבל כאשר נכפול מספר ספרת היחידות שלו היא 9 ב-3. לכן הסדרות האפשריות הן אלו שבמספר הראשון שלהן ספרת היחידות היא 9.

3. סכום של ארבעה מספרים עוקבים יהיה: $a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) = 4a + 6$

כדי שתתקבל כפולה של 10 צריך להתקיים השוויון: $4a + 6 = \underline{\quad} 0$

$$4a = \underline{\quad} 4$$

כלומר, יש למצוא כפולה של 4 שספרת היחידות שלה היא 4. כפולה כזו תתקבל כאשר נכפול מספר ספרת היחידות שלו היא 1 או 6 ב-4. לכן הסדרות האפשריות הן אלו שבמספר הראשון שלהן ספרת היחידות היא 1 או 4.

4. סכום של חמישה מספרים עוקבים יהיה:

$$a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4) = 5a + 10$$

בכל המקרים בהם a הוא זוגי תתקבל כפולה של 10.

משימה 21 – מספרים עוקבים שסכומם כפולה של 10

ק.ד.מ.
דצמבר 2004

מכאן, שנקבל את הסדרות של חמישה מספרים שבהן ספרות היחידות הן: 0,1,2,3,4 2,3,4,5,6
8,9,10,11,12 6,7,8,9,10 4,5,6,7,8

5. סכום של שישה מספרים עוקבים יהיה:

$$a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4) + (a + 5) = 6a + 15$$

סכום זה תמיד אי-זוגי ולכן איננו יכול להיות כפולה של 10.

בדרך זו ניתן לבדוק לגבי כל סדרה של מספרים עוקבים אם יכול להיות מצב שסכום המספרים בסדרה יתחלק ב-10 ואם כן מה תהיה ספרת היחידות של המספר הראשון שבסדרה.

- במקרה של 7 מספרים עוקבים נגלה שהמספר הראשון בסדרה צריך להיות מספר שספרת היחידות שלו היא 7, ונגיע לסדרה שבה המספר האמצעי הוא 10- הוכחת ההשערה שעלתה בעבודת הילדים בסעיף 4.
- במקרה של 8 מספרים עוקבים נגלה שהמספר הראשון בסדרה צריך להיות 4 או 9. אם הוא 4- נקבל סדרה של 8 מספרים שאפשר לסדר ב-4 זוגות שהסכום של היחידות בכל זוג הוא 15. אם הוא 9- נקבל סדרה של 8 מספרים שאפשר לסדר ב-4 זוגות שהסכום של היחידות בכל זוג הוא 25. מקרים אלו דומים למקרה של סדרה של 4 מספרים.