הבעיה: נתון משולש כלשהו.

1. איזה מצולעים אפשר לקבל ע"י העברת קו ישר החותך את המשולש?
2. העבירו קו ישר במשולש כך שנקבל שני מצולעים שווים בשטחם. כמה אפשריות מצאתם? הוכיחו.

הפתרון:

1. ע"י העברת קו ישר החותך את המשולש ניתן לקבל שני משולשים (אם הקו יעבור דרך קודקוד וצלע) או משולש ומרובע (אם הקו יעבור דרך שתי צלעות ולא בקודקודים).

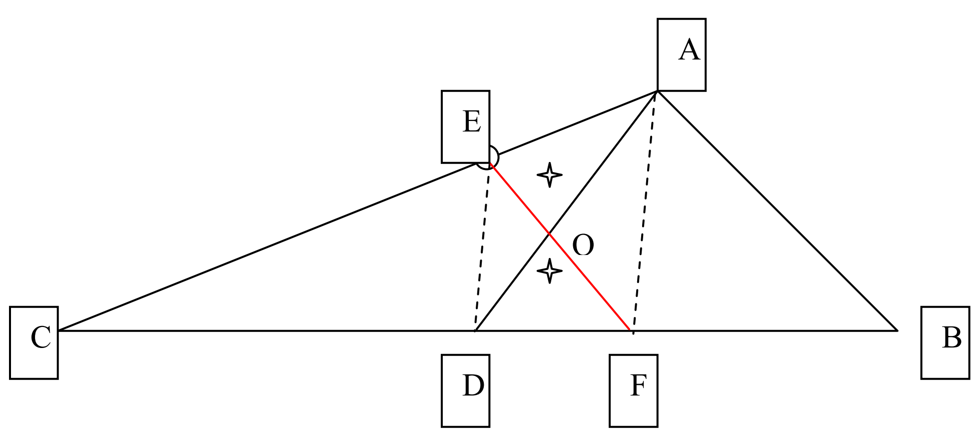
2. א. ניתן לחלק את המשולשים לשני משולשים שווי שטח ע"י העברת אחד התיכונים.
   ב. ניתן לחלק את המשולש למרובע ומשולש שווי שטח. אפשר לעשות את זה ביותר מדרך אחת:

דרך ראשונה:

נתון משולש ABC ודרוש להעביר קטע כך שיחלק את המשולש למרובע ומשולש שווים בשטחם.

תהי D אמצע של BC, שטחי משולשים ACD ו-ABD שווים (הוכחה בסוף *). נסמן נקודה F כלשהי על הקטע BD, נחבר את A עם F ודרך D מעבירים ישר מקביל ל-AF. המרובע EDFA הוא טרפז, ושטחי המשולשים בו (המסומנים בכוכב) שווים (הוכחה בסוף **). יוצא ששטח המשולש EFC שווה לשטח המשולש ADC (ידוע ששטח המשולש ADC חצי משטח המשולש ABC). ז.א שטח המשולש **EFC** שווה ל**מחצית שטח המשולש ABC**, לכן שטח המרובע **EFBA** שווה ל**מחצית שטח המשולש ABC** מכאן יוצא ששטח המשולש EFC שווה לשטח המרובע EFBA.

הקטע FE הוא הקטע הדרוש.



* שטח המשולש ACD שווה לשטח המשולש-ABD כי הצלעות CD ו- BD שוות (D אמצע BC)
והגובה לשתי צלעות אלו שווה בשני המשולשים.

**המשולשים המסומנים בכוכב (AEO ו- FDO) שווים בשטחם לפי ההסבר הבא: שטח המשולש EAF שווה לשטח המשולש DFA (צלע AF משותפת והגבהים לאותה צלע בשני המשולשים שווים בגלל ש ED מקביל ל AF). השטח של המשולש AOF משותף לשני המשולשים (EAF ו DFA) ולכן השטחים של המשולשים המסומנים בכוכב שווים.
סיכום: את הקטע הדרוש מציירים כך:

1. ציירו משולש כלשהו ABC.
2. סמנו את אמצע אחת הצלעות, לדוגמה הצלע BC, ע"י האות D.
3. סמנו נקודה F כלשהי על הצלע BC.
4. חברו את F ו- A.
5. דרך D העבירו קטע (DE) המקביל ל- AF.
6. חברו את F ו- E.
7. הקטע FE מחלק את המשולש ABC לשני מצולעים שווים בשטחם.

דרך שנייה:
נחפש נקודה D על הצלע AB ונעביר דרכה קטע DE כך ששטח המשולש ADE יהיה שווה לשטח המרובע DECB ז.א שטח המשולש ADE שווה לחצי שטח המשולש ABC.
דרך D נעביר קטע מקביל לצלע BC ובכך נקבל שהמשולש ADE דומה למשולש ABC (3 זוויות שוות).
נניח שאורך הקטע (הצלע) AD שווה ל – x (AD=x) ואורך הצלע AB שווה לy (AB=y), וידוע ששטח המשולש ABC שווה לפעמיים שטח המשולש ADE

$$S_{\Delta ABC} = 2S_{\Delta ADE}$$

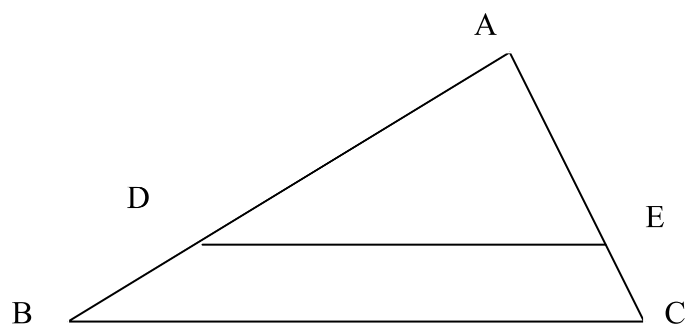
נניח: $S_{\Delta ADE} = s$ לכן $S_{\Delta ABC} = 2s$ (*)

ΔABC דומה ל ΔADE לכן $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} = (\frac{AB}{AD})^2$ (**) ע״פ המשפט: שטחים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כריבוע היחס בין הצלעות המתאימות.

משתי השורות (*) ו- (**) נקבל: $\frac{2s}{s} = (\frac{AB}{AD})^2 = \frac{y^2}{x^2}$ או $\frac{2s}{s} = \frac{y^2}{x^2}$

$\Leftarrow y^2 = 2x^2 \Leftarrow y = \pm\sqrt{2}x$ מאחר והערך של y חיובי נקבל ש:

$y = \sqrt{2}x$ ולכן $x = \frac{\sqrt{2}}{2}y$



ז.א אם נתון אורך של אחת צלעות המשולש (לדוגמה AB=20cm) נצייר נקודה D במרחק של 14.14 ס״מ בקירוב ($AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 20 = 10\sqrt{2}$)

ונצייר מקביל לאחת הצלעות של המשולש כך שאורך הצלע של המשולש ״הקטן״ יהיה 14.14 ס״מ).

למציאת המיקום של הנקודה D במדויק אפשר לעשות זאת בדרך הבאה:

ידוע ש: $AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 20 = 10\sqrt{2}$

נצייר משולש ישר זווית ושווה שוקיים כך שאורך כל שוק 10 ס״מ , אורך היתר במשולש זה יהיה $10\sqrt{2}$ (לפי משפט פיתאגורס).