

الرياضيات في اللغة

بقلم : د. علي عثمان

قسم الرياضيات والحاسوب في أكاديمية القاسمي- باقة الغربية

نسمع ونقرأ كثيراً العبارة " لا تُحصى ولا تُعدّ " وأحياناً هناك من يقولون أو يكتبون العبارة بترتيب معكوس " لا تُعدّ ولا تُحصى". في الحالتين يراد التضخيم والمبالغة. أيّ العبارتين هي العبارة الصحيحة ؟ أهـي مجرد صيغ جمالية أو جمل إنشائية؟ مثل " واسع ورحب " , " كريم وحواد" حيث نعطف الكلمة أو التعبير على ما يرادفه. أم هي صيغة مبالغة(مبالغة في الإيجاب أو مبالغة في السلب , مبالغة في التضخيم أو مبالغة في التصغير) مثل : " سريع في الحساب وأسرع من الحاسبة" , "كريم ومستعد أن يعطي كلّ ما يملك" , " الشكل ليس مستطيلاً وليس فيه ضلعان متوازيان" , " لا يدري ولا يدري أنّه لا يدري" , " لا يقتنع برأيّ ولا يريد أن يستمع" , " الجذر التربيعي للعدد 2 ليس عدداً صحيحاً وليس عدداً نسبياً".

عندما يكون العطف لمجرد الجمال أو لإضافة نعت مكافئ فلا يتغير المعنى عند قلب الترتيب. لا بل نكون قد فعلنا خيراً للكثير من القارئ أو السامعين بأن ندلّهم على معنى التعبير الذي قد يكون غريباً عنهم. ولكن عندما تكون العبارة صيغة مبالغة فيكون قلبها مضحكاً أو قل سخيفاً. فما رأيك في العبارات "إنّه مستعدّ أن يعطي كل ما يملك وهو أيضاً كريم" , "إنّه لا يريد أن يستمع لرأيي وإنّه لا يقتنع برأيي" , " لا يوجد ضلعان متوازيان في الشكل وهو ليس مستطيلاً" . تقبل أن يفسر لك القائل معنى التعبير أو الكلمة ولكنّ عقلك يرفض أن يستنتج لك القائل الإستنتاجات البسيطة مما يقول. فما دام الشخص لا يريد الأستماع لرأيه فمن الواضح أنّه لا يقتنع به . إنّها نتيجة بسيطة تستطيع استنتاجها , فلماذا يستخف بتفكيرك فيقولها لك. إنّ متوازي الأضلاع هو" شكل رباعي كلّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان". من بين صفات متوازي الأضلاع تساوي كلّ ضلعين متقابلين فيه. من السهل استنتاجها, ولكن لا يسمح بإضافتها كجزء من التعريف. لأنّ من شروط التعريف في الرياضيات عدم ارتباط الشروط اللازم تحققها في الشيء الذي نعرّفه. أيّ أنّه لا يجوز أن نذكر شرطاً يمكن استنتاجه من باقي الشروط. وذلك حفاظاً على سلامة المنطق الرياضي وجمالية اللغة الرياضية واحتراماً لتفكير القارئ واهتماماً بتقليص عدد المسلمات الأساسية في أيّ علم ليكون العلم أكثر دقّة. نعود الآن إلى العبارة التي هي محور الحديث وهي " لا تُحصى ولا تُعدّ". إنّ هذه العبارة هي نفي العبارة " تُحصى أو تُعدّ " . عندما نقول عن مجموعة أنّها تُحصى , فإننا نعني أنّها مجموعة نهائية. (أظن أنّ مصدر الفعل " أحصى " جاء من الكلمة " الحصى " أي الحجارة الصغيرة . فكيف كان صاحب قطع من الماعز يعرف إن كان قطيعه كاملاً أم ناقصاً في العصور القديمة, حين كانت الأعداد مجهولة ؟ كان يلائم لكل عنزة قطعة من الحصى, ويضع الحصى في حوض. وعند عودة

الماعز فمقابل كل عنزة تدخل ينقل قطعة من الحصى إلى حوض مجاور. فإن تبقى حصى في الحوض عرف أنّ قطيعه ناقص بمقدار الحصى المتبقى في الحوض. فإن صار الحوض فارغاً , عرف أنّ قطيعه عاد سالمًا . بهذه الطريقة كان يحصي قطيعه . بالرغم من أن عدد الحصى على الأرض كبير, إلاّ أنّه نهائي لكون الأرض نهائية).

ما معنى تُعَدُّ ؟ تعريف 1: نقول عن مجموعة أنّها **تُعَدُّ** (أو **قابلة للعدّ**

(countable)) عندما يمكن مقابلة عناصرها مع الأعداد الطبيعية أو مع مجموعة جزئية نهائية (تُحصى) منها. أيّ أنّ بالإمكان ترتيب عناصرها ترتيباً تسلسلياً (نهائياً أو لانهائياً): الأول, الثاني, الثالث, الرابع,..... وبما أنّ الأعداد الطبيعية 1,2,3,4,5,..... هي مجموعة لانهائية فإنّ كلّ مجموعة تُعدُّ, قد تكون مجموعة لانهائية (infinite) مكافئة لمجموعة الأعداد الطبيعية أو مجموعة نهائية (finite).

هناك تعريف آخر لمجموعة تُعدُّ وهو **تعريف 2:** نقول عن مجموعة أنّها **تُعَدُّ (قابلة للعدّ** (إذا كانت **مكافئة للأعداد الطبيعية**. حسب هذا التعريف لا تعتبر المجموعات النهائية مجموعات قابلة للعدّ. ممّا قد يجعله مرفوضاً لغويّاً, إلاّ أنّه مسموح من الناحية الرياضية, ما دام المفهوم قاطعاً. وهو تعريف معتمد في كثير من كتب الأدب الرياضي. ولكنّ التعريف الأول هو الأكثر شيوعاً في الكتب والمقالات حول نظرية المجموعات (عالمياً). في القرآن الكريم الآية " وإن تَعَدُّوا نعمة الله لا تُحصوها". أيّ أنّ : لو كانت مجموعة نعمة الله مجموعة تُعدُّ فإنّها لا تُحصى, أيّ أنّها لانهائية. يفهم من هذا أنّ التعريف المعتمد في القرآن الكريم لـ " مجموعة تُعدُّ " هو التعريف الأول, وهو الأكثر قبولاً عالمياً. ما معنى " **مجموعة لا تُعدُّ** " حسب التعريف الأول؟

سأسمي العطف بـ" أو " مثل "نجح زيد أو نجح عمرو" عطفاً احتمالياً. وأسمي العطف بـ" و " مثل " نجح زيد و نجح عمرو" عطف جمع. إنّ جملة النفي للجملة " نجح زيد أو نجح عمرو" هي " ما نجح زيد و ما نجح عمرو ". وجملة النفي للجملة " نجح زيد و نجح عمرو" هي " ما نجح زيد أو ما نجح عمرو ". أيّ أنّ جملة النفي للعطف الإجمالي هي جملة عطف جمع للنقيضين, وجملة النفي لعطف الجمع هي جملة عطف احتمالي للنقيضين. (هذان المبدأن هما مبدأ ديمورغان في المنطق الرياضي). بما أنّ المجموعة التي تُعدُّ هي مجموعة " نهائية أو مكافئة للأعداد الطبيعية " فإنّ المجموعة التي **لا تُعدُّ** هي مجموعة " لانهائية ولا تكافئ الأعداد الطبيعية ". صحيح أنّ مجموعة الأعداد الطبيعية والمجموعات المكافئة لها, هي مجموعات لانهائية, ولكنّها هي الأقلّ عظمة وكثافة بين المجموعات اللانهائية. انظر إلى محور الأعداد وانظر تحديداً الى القطعة من 0 إلى 1 . من المؤكّد وجود لا نهاية من النقاط (لأنّ بين كل نقطتين توجد نقطة أخرى). إنّ طول هذه القطعة وحدة قياس واحدة (من وحدات القياس المعروفة مثلاً المتر). لكنّ النقطة عديمة الطول (أيّ أنّ طول كل نقطة 0). فلو كانت مجموعة النقاط ما بين 0 و1 قابلة للعدّ لأمكن ترتيبها على شكل سلسلة لانهائية

$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$. وعندما نبدأ بجمع أطوالها , فإننا نجمع أصفاراً , فالمحصلة 0 . وهذا يناقض كون طول القطعة وحدة واحدة. أي أن هذه المجموعة هي أعظم عدداً من مجموعة الأعداد الطبيعية, وهناك مجموعات أعظم وأعظم. فما نوع العبارة " المجموعة لا تُحصى ولا تُعدّ " ؟ إنها صيغة مبالغة ومعناها أن المجموعة ليست فقط لانتهائية بل إنها لا تكافئ الأعداد الطبيعية عظمة , إنها أشدّ عظمة منها. وماذا مع العبارة " المجموعة لا تُعدّ ولا تُحصى "؟ مثل هذه العبارة كمثال العبارة " كلّ أهل سخنين يحبون فريق اتحاد أبناء سخنين وأيضاً أهل الحارة الشرقية في سخنين يحبونه ". من غير المقبول أن نضيف للمجموعة مجموعة جزئية منها. كما لا يجوز لك أن تقول : معي ألف شاقل وفي جيبي الأيمن مائة شاقل, لذلك معي ألف ومائة شاقل.

نعود إلى التعريف الثاني. فحسب هذا التعريف, مجموعة لا تُعدّ هي مجموعة لا تكافئ الأعداد الطبيعية , فهي: مجموعة تُحصى (نهائية) أو مجموعة لا تُحصى ولا تكافئ الأعداد الطبيعية. عندما نقول " المجموعة لا تُعدّ " فتوجد إمكانيتان. وعندما نعطف عليها "لا تُحصى" نلغي بذلك الإمكانية الأولى. فيكون معنى " المجموعة لا تُعدّ ولا تُحصى " هو أنّ المجموعة "لانتهائية ولا تكافئ الأعداد الطبيعية". هي أعظم من الأعداد الطبيعية (مثل قطعة على محور الأعداد). رأينا أنّ للجملتين : " المجموعة لا تُحصى ولا تُعدّ " , حسب التعريف الأول , و " المجموعة لا تُعدّ ولا تُحصى " , حسب التعريف الثاني , نفس المعنى. وهو أنّ المجموعة ذات عظمة أكبر من الأعداد الطبيعية. أي أنّها لانتهائية ولا يمكن ترتيبها على شكل متوالية.